Industrial Management Journal

Print ISSN: 2008-5885
Online ISSN: 2423-5369

A Hybrid Model of Stochastic Dynamic Programming and Genetic Algorithm for Multistage Portfolio Optimization with GlueVaR Risk Measurement

Maryam Ghandehari
Ph.D. Candidate, Department of Industrial Management, Faculty of Economics and Management, Semnan University, Semnan, Iran. E-mail: mary_ghandehari@yahoo.ca

Adel Azar
*Corresponding author, Prof., Department of Industrial Management, Faculty of Economics and Management, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran. E-mail: azara@modares.ac.ir

Ahmad Reza Yazdanian
Assistant Prof., Department of Mathematical Finance, Kharazmi University, Tehran, Iran. E-mail: yazdanian@khu.ac.ir

Gholamhossein Golarzi
Assistant Prof., Department of Industrial Management, Faculty of Economics and Management, Semnan University, Semnan, Iran. E-mail: g_golarzi@semnan.ac.ir

Abstract

Objective: The selection of an optimal investment portfolio for a long-term period does not seem logical. So the investors should update their investment portfolios over specific time periods if needed. Since the problem dimensions significantly increase after the periods, a definitive solution to the problem is not achievable.

Methods: In this regard, the Multistage Approximate Stochastic Dynamic Programming has been used to make the best portfolio over each period by using a stochastic return rate. The Monte Carlo was used for scenario development, and GlueVar was selected as a risk measurement criterion. The approximation technique was used to resolve for large dimensions; however, some optimized solutions may be eliminated so we used the Genetic Algorithm for the rapid search around the optimal solution to obtain a better one, if possible.

Results: Top 100 companies listed in the Tehran Stock Exchange between 2011 and 2017 were investigated. This study investigated and compared the return and risk of investment portfolios based on the proposed method, Genetic Algorithm, and stock portfolio with equal weights. The modeling was done with MATLAB and tests were carried out with SPSS.

Conclusion: The results indicated a higher performance of the proposed method in comparison with the other mentioned methods.

Keywords: Portfolio optimization, Stochastic dynamic programming, GlueVaR risk measurement, Genetic algorithm, Scenario constructiom.

Citation: Ghandehari, M., Azar, A., Yazdanian, A.R., & Golarzi, Gh. (2019). A Hybrid Model of Stochastic Dynamic Programming and Genetic Algorithm for Multistage Portfolio Optimization with GlueVaR Risk Measurement. *Industrial Management Journal*, 11(3), 517-542. (*in Persian*)

Industrial Management Journal, 2019, Vol. 11, No.3, pp. 517-542

DOI: 10.22059/imj.2019.278912.1007579

Received: March 09, 2019; Accepted: June 05, 2019

شاپا چـاپـی: ۵۸۸۵-۲۰۰۸
شاپا الکترونیکی: ۵۳۶۹-۲۴۲۳

مدیریت صنعتی

ارائه ترکیبی از برنامه‌ریزی پویای تصادفی تقریبی و الگوریتم ژنتیک در بهینه‌سازی چندمرحله‌ای سبد سهام با معیار ریسک GlueVaR

مریم قندهاری

دانشجوی دکتری، گروه مدیریت صنعتی، دانشکده اقتصاد و مدیریت، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران. رایانامه: mary_ghandehari@yahoo.ca

عادل آذر

* نویسنده مسئول، استاد، گروه مدیریت صنعتی، دانشکده مدیریت و اقتصاد، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران. رایانامه: azara@modares.ac.ir

احمدرضا یزدانیان

استادیار، گروه ریاضیات مالی، دانشکده علوم مالی، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران. رایانامه: yazdanian@khu.ac.ir

غلامحسین گل ارضی

استادیار، گروه مدیریت صنعتی، دانشکده اقتصاد و مدیریت، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران. رایانامه: g_golarzi@semnan.ac.ir

چکیده

هدف: انتخاب یک سبد سرمایه‌گذاری بهینه در طولانی مدت منطقی نیست و با گذشت زمان کارایی خود را از دست می‌دهد. هدف این مقاله ارائه روشی برای به‌روز کردن چندمرحله‌ای سبد سهام است. همچنین از آنجا که بعد این مسئله با گذشت دوره‌های زمانی، به‌صورت چشمگیری افزایش می‌یابد، حل مسئله به‌روش قطعی ممکن نیست، از این رو هدف دیگر، استفاده از روش تقریبی برای مقابله با این دغدغه است.

روش: از برنامه‌ریزی پویای تصادفی تقریبی چندمرحله‌ای برای تعیین سبد بهینه سهام و رفع مشکل ناکارایی آن با گذشت زمان استفاده شده است. از نرخ‌های بازده به‌عنوان متغیر تصادفی طی دوره‌ها، از روش مونت کارلو برای سناریوسازی و از معیار ریسک GlueVaR به‌عنوان معیار اندازه‌گیری ریسک استفاده شده است. با استفاده از روش تقریبی، امکان حذف برخی از جواب‌های بهینه افزایش می‌یابد، از این رو، از الگوریتم ژنتیک برای جست‌وجو در اطراف پاسخ بهینه بهره برده شد تا در صورت امکان، جواب بهتری به‌دست آید. مدل‌سازی این پژوهش توسط نرم‌افزار متلب و آزمون‌های آن به‌کمک نرم‌افزار SPSS صورت پذیرفته است.

یافته‌ها: در این مقاله از اطلاعات ۱۰۰ شرکت برتر موجود در بورس اوراق بهادار تهران، در سال‌های ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۶ استفاده شد و بر اساس روش برنامه‌ریزی پویای تقریبی پیشنهادی، الگوریتم ژنتیک و روش سبد سهام با وزن‌های برابر، به مقایسه بازدهی و ریسک سرمایه‌گذاری در سبدهای مختلف پرداخته شده است.

نتیجه‌گیری: آزمون‌های آماری مربوطه نشان‌دهنده عملکرد بهتر روش پیشنهادی در مقایسه با دو روش دیگر است.

کلیدواژه‌ها: بهینه‌سازی سبد سهام، برنامه‌ریزی پویای تصادفی، معیار ریسک GlueVaR، الگوریتم ژنتیک، سناریوسازی.

استناد: قندهاری، مریم؛ آذر، عادل؛ یزدانیان، احمدرضا؛ گل‌ارضی، غلامحسین (۱۳۹۸). ارائه ترکیبی از برنامه ریزی پویای تصادفی تقریبی و الگوریتم ژنتیک در بهینه‌سازی چندمرحله‌ای سبد سهام با معیار ریسک GlueVaR. *مدیریت صنعتی*، ۱۱(۳)، ۵۱۷– ۵۴۲.

مدیریت صنعتی، ۱۳۹۸، دوره ۱۱، شماره ۳، صص. ۵۱۷–۵۴۲

DOI: 10.22059/imj.2019.278912.1007579

دریافت: ۱۳۹۷/۱۲/۱۸، پذیرش: ۱۳۹۸/۰۳/۱۵

مقدمه

هری مارکوویتز[1] در سال ۱۹۵۲ با استفاده از برنامه‌ریزی ریاضی و با بهره‌گیری از واریانس، برای ارزیابی ریسک و میانگین و بازده، به انتخاب سبد سهام با بهینه کردن دو معیار متعارض ریسک و بازده پرداخت. مدل‌سازی ریاضی وی از دنیای واقعی فاصله زیادی داشت، اما بر بهبود رویه انتخاب سبد سهام تأثیر عمیقی گذاشت، به‌گونه‌ای که از آن پس پژوهشگران فراوانی به بهبود نظریه وی پرداختند اما تاکنون مدل جامعی که سرمایه‌گذاران بتوانند برای انتخاب سبد بهینه سرمایه‌گذاری از آن استفاده کنند، معرفی نشده است. مدل مارکوویتز دو کاستی مهم داشت. نخست آنکه معیار سنجش ریسک آن، برای ارزیابی ریسک سبد سهام، معیار مناسبی نبود و دوم آنکه مدل نام‌برده برای افق زمانی بلندمدت مناسب نبود.

بعد از مدل‌های میانگین ـ واریانس، پژوهشگران به مدل‌های دیگری نظیر مدل‌های با زمان‌های گسسته، مدل‌های با زمان‌های پیوسته و مدل‌های برنامه‌ریزی تصادفی توجه کردند. هر یک از این روش‌ها معایب و مزایایی داشت که با توجه به شرایط تصمیم‌گیری سرمایه‌گذار، می‌تواند انتخاب شود. مدل‌های چنددوره‌ای پیوسته و گسسته توسط روش‌های برنامه‌ریزی پویا و کنترل بهینه حل می‌شوند که با توجه به ابعاد بزرگ مسئله انتخاب بهینه سبد سهام، مدل‌های نام‌برده با چالش جدی مواجه می‌شوند. بدین منظور، ساده‌سازی‌هایی انجام گرفت که به فاصله گرفتن از دنیای واقعی منجر شد و کاربرد این روش‌ها را محدود کرد. اما رویکرد برنامه‌ریزی تصادفی، مدل‌های عملی‌تری ارائه می‌دهد که مزیت آن در نظر گرفتن هم‌زمان پارامترهای تصادفی حاکم بر مسئله است که به مدل واقعی‌تری منجر می‌شود. از دیدگاه پویایی مدل، مدل مارکوویتز مدلی ایستا شناخته می‌شود، اما با توجه به اینکه بازارهای سرمایه روز به روز با حجم گسترده‌تری از سرمایه‌گذاران مواجه می‌شوند و سرمایه‌گذاران برای انتخاب سهم‌های مناسب، زمان بسیار اندکی در اختیار دارند و هر گونه تأخیر در تصمیم‌گیری می‌تواند به کاهش بازدهی سرمایه‌گذار منجر شود و همچنین با در نظر گرفتن اینکه فاصله زمانی میان ورود اطلاعات به بازار سهام و تأثیر آن بر بازار به کاهش کارایی آن منجر شده که این مشکل با استفاده از فناوری‌های برتر و پیشرفته تا حد قابل قبولی حل، ارائه تصمیم‌های بهینه و کاربردی در دنیای واقعی در زمان اندک می‌تواند بسیار بااهمیت باشد. بنابراین، با اینکه استفاده از مدل‌های پویا به مدل پیچیده‌تری منجر می‌شود، برخلاف مدل‌های ایستا این امکان را فراهم می‌آورد که طی زمان تصمیم‌های پذیرفتنی‌تری اخذ شود و سبد سرمایه‌گذاری می‌تواند به‌طور مرتب طی افق زمانی بلندمدت به‌روز شود. متغیر تصادفی در این پژوهش، بازده دارایی‌ها فرض شده است که برای آن سناریوهای متعدد در نظر گرفته می‌شود. با توجه به افزایش چشمگیر ابعاد مسئله در هر دوره در مقایسه با دوره قبل، از روش‌های کاهش سناریو استفاده می‌شود که این روش با سازوکار مختص به خود به کاهش حجم و ابعاد مسئله کمک می‌کند، اما امکان حذف جواب بهینه مسئله در زمان کاهش سناریو وجود دارد. بنابراین استفاده از روشی که بتواند در اطراف جواب حاصل از برنامه‌ریزی پویای تصادفی جست‌وجو کند تا پاسخ بهتر و احتمالاً حذف‌شده در مرحله کاهش سناریو را بیابد، ضروری است. تاکنون روش‌های فراابتکاری به‌خصوص روش الگوریتم ژنتیک برای حل مسائل

1. Harry Markowitz

بهینه‌سازی بسیار استفاده شده که این امر نشان‌دهنده توان بالای این الگوریتم در حل این‌گونه مسائل است. استفاده از این الگوریتم در این مسئله موجب می‌شود تا مسئله‌ای که ابعاد حل‌نشدنی داشته و طی مدت زمان طولانی با استفاده از ابرکامپیوترها نیز به پاسخ بهینه دست نمی‌یابد، در مدت چند دقیقه حل شود. از نظر معیار سنجش ریسک سبد سهام، معیارهایی نظیر نیم واریانس، بتا، ارزش در معرض ریسک (VaR) و ارزش در معرض ریسک شرطی (CVaR) موجب بهبود مدل مارکوویتز شد. برآورد ریسک با معیارهای نام‌برده نشان داد که دو معیار VaR و CVaR که به سنجش ریسک نامطلوب می‌پردازند، ویژگی‌های شایان توجهی داشته و به‌خصوص معیار CVaR با استقبال پژوهشگران همراه شد. در این پژوهش، معیار ریسک GlueVaR که ترکیبی از دو ریسک VaR و CVaR است و در آن تلاش شده تا از مزیت‌های هر دو روش بهره‌برداری شود، استفاده می‌شود. با استفاده از ابزارها و مفروض‌های ذکرشده، انتظار می‌رود سرمایه‌گذاران با بهره بردن از آن به سرمایه‌گذاری با بازده بیشتر و ریسک کمتر سوق داده شوند.

پیشینه پژوهش

بهینه‌سازی سبد سهام امکان جذب سرمایه‌گذاران بیشتر را فراهم می‌کند، زیرا با پدید آمدن یک فرایند سرمایه‌گذاری مناسب، سرمایه‌های ثابت جامعه جذب می‌شود. در مسئله انتخاب بهینه سبد سهام، مسئله اصلی انتخاب اندازه خرید و فروش دارایی‌ها با در نظر گرفتن محدودیت بودجه است. این مسئله، یکی از مسائل مطرح در زمینه پژوهش در عملیات بوده و نوعی مسئله کوله‌پشتی محسوب می‌شود (قدوسی، تهرانی و بشیری، ۱۳۹۳).

مارکوویتز برای نخستین بار به حل مسئله انتخاب سبد سهام بهینه پرداخت. این مدل بر فرض ریسک‌گریزی سرمایه‌گذاران و نرمال بودن توزیع نرخ بازده استوار بود. با اضافه کردن محدودیت‌هایی به مسئله مارکوویتز، پژوهشگران تلاش کردند تا مفروض‌های مسئله را به دنیای واقعی نزدیک‌تر کنند. با اضافه شدن این محدودیت‌ها، فضای جست‌وجو بزرگ و ناپیوسته شده و استفاده از مدل‌های ریاضی را امکان‌پذیر نمی‌سازد. زیرا اگر بخواهیم به جست‌وجوی مرز کارا با روش‌های ریاضی بپردازیم می‌بایست از تعداد بسیار محدودی از دارایی‌ها استفاده کنیم که امکان حل مسئله ریاضی در زمان معقول وجود داشته باشد و در غیر این صورت با مسئله‌ای پیچیده مواجه خواهیم بود. این امر موجب شده است تا پژوهشگران به الگوریتم‌های فراابتکاری روی آورند.

در مجموع در خصوص سرمایه‌گذاری بلندمدت، مدل‌های چنددوره‌ای عملکرد بهتری از خود نشان دادند. برای رفع مشکل سرعت انجام محاسبه‌های کامپیوتری، توجه پژوهشگران به روش‌های برنامه‌ریزی تصادفی معطوف شد. برنامه‌ریزی تصادفی در دهه ۱۹۵۰ به‌صورت گسترده‌ای بررسی شد تا جایی که برخی پژوهشگران پیشنهاد دادند برنامه‌ریزی خطی تصادفی جایگزین برنامه‌ریزی خطی قطعی شود (بیرج و لویکس[1]، ۱۹۹۸). در روش جایگزین‌شده جدید، توزیع تصادفی مشخصی برای پارامترهای تصادفی در نظر گرفته می‌شود. مزیت آنها در مسائل سرمایه‌گذاری و مدیریت دارایی ـ بدهی این است که می‌توان برخلاف مدل‌های قبلی، مباحث عملی و واقعی مهمی همانند هزینه‌های مبادلاتی، متغیرهای حالت مختلف، پارامترهای تصادفی، کامل نبودن بازار، محدودیت‌های مالی و تجاری و همچنین

1. Birge & Louveaux

محدودیت‌های قانونی و سیاست‌گذاری را به‌طور هم‌زمان در آنها لحاظ کرد و مدل را به حالت واقعی نزدیک کرد (ابریشمی و یوسفی، ۱۳۹۴).

برای نخستین بار، چانگ، بازلی و شریحا[1] (۲۰۰۰) در پژوهشی جامع نشان دادند که می‌توان الگوریتم‌های فراابتکاری را برای حل مسئله ناپیوسته استفاده کرد. لین و لیو[2] (۲۰۰۸)، در پژوهشی با استفاده از الگوریتم ژنتیک برای مسئله انتخاب سبد سهام در معیارهای مختلف ریسک نیم واریانس، میانگین قدرمطلق انحراف‌ها و واریانس با چولگ، رویکردی فراابتکاری ارائه کرده و آن را با مدل میانگین ـ واریانس مقایسه کردند که نتایج، حاکی از حل سریع و آسان با استفاده از الگوریتم ژنتیک بود.

رودییر[3] (۲۰۰۷) در رساله ارشد خود، برای بهینه‌سازی سبد سهام، از تابع چند هدفه با استفاده از الگوریتم ژنتیک و نیم واریانس به‌عنوان معیار ریسک استفاده کرد. در این رساله دو دیدگاه متفاوت وجود دارد که عبارت‌اند از استفاده از روش ریسک ـ بازده و استفاده از نمونه‌گیری مجدد برای کاهش اثر اختلال بر فرایند بهینه‌سازی. این پژوهش نشان داد که ترکیب این روش‌ها نتیجه بهتری را در بر خواهد داشت.

دمیگوئل، گارلاپی و آپال[4] (۲۰۰۹) در مقاله‌ای با عنوان خصوصیت‌های سبدهای سهام با وزن برابر، نشان دادند که سبد سهام با وزن‌های برابر در مقایسه با روش‌های دیگر، بازدهی پذیرفتنی‌تری را ارائه می‌دهد.

لی، هان و خیا[5] (۲۰۱۶) به بهینه‌سازی پرتفو اقدام کردند. آنها از مدل ARMAD استفاده کردند که توزیع غیرمتقارن بازده‌ها را در نظر می‌گیرد. این مدل با مدل‌های پایدار دیگر مقایسه و کارایی آن بررسی شده است.

شارما و محرا[6] (۲۰۱۶) از روش آنالیز مالی و استفاده از نسبت‌های مالی استفاده کرده‌اند. چهار نسبت مالی استفاده شد و مدل برای پنج سهم بررسی شده است. نتیجه این پژوهش کارایی بهتر SPO در مقایسه با SSDP بوده است.

اریکا، هندری و هرتونو[7] (۲۰۱۸) برای حل مدل خود برای انتخاب سبد بهینه از الگوریتم ژنتیک پیشرفته EGA استفاده کردند و در مرحله آزمایش از دو دسته داده به نام داده‌های شبیه‌سازی‌شده و داده‌های واقعی، بهره بردند. شاخص قیمت روزانه مصرف به‌عنوان مجموعه‌ای از داده‌ها استفاده شد. شبیه‌سازی نشان داد که مدل پیشنهادشده بهتر از مدل کلاسیک است.

کومار و ناجمود[8] (۲۰۱۸) برای انتخاب سبد سهام از مدل پایه میانگین ـ واریانس استفاده کرده‌اند. این مقاله CVaR را به‌عنوان معیار اندازه‌گیری ریسک استفاده کرده است.

در خصوص تعیین یک معیار ریسک مناسب می‌توان به تلاش ییتژاکی[9] در سال ۱۹۸۲ برای معرفی معیار GMD، مورگان[10] در سال ۱۹۹۷ برای معرفی *VaR* و راکفلر و اوریاسیف[11] در سال ۲۰۰۰ برای معرفی CVaR اشاره کرد.

از جمله نخستین پژوهش‌هایی که به بهینه‌سازی سبد سهام بازار بورس ایران به کمک الگوریتم‌های فراابتکاری

1. Chang, Beasley & Sharaiha
2. Lin & Liu
3. Roudier
4. DeMiguel, Garlappi & Uppal
5. Li, Han & Xia
6. Sharma & Mehra
7. Erica, Handari, Hertono
8. Kumar & Najmud
9. Yitzhaki
10. Morgan
11. Rockafellar & Uryasev

پرداخته‌اند، می‌توان به مقاله عبدالعلی‌زاده و عشقی (۱۳۸۲) اشاره کرد که از الگوریتم ژنتیک برای حل مسئله سبد سهام کارا در بازار بورس ایران استفاده کردند. در این مدل، ابتدا با استفاده از یک الگوریتم ژنتیک، بهترین سهام از نظر بازدهی، ریسک و ضریب هم‌بستگی با سهام دیگر انتخاب می‌شود، سپس الگورتیم ژنتیک دیگری وزن‌های بهینه را به دست می‌آورد.

خالوزاده و امیری (۱۳۸۵) به توسعه روش‌های مدیریت ریسک بر اساس نظریه ارزش در معرض خطر پرداخته و با استفاده از الگوریتم ژنتیک سبد سهامی متشکل از ۱۲ شرکت بورسی ارائه کردند و کارایی مدل و الگوریتم ژنتیک را نشان دادند.

پاکمرام، بحری و ولی‌زاده (۱۳۸۶) با کمک الگوریتم ژنتیک، به انتخاب سبد سهام از بین ۲۰ سهم موجود در بازار اقدام کردند. آنها به وجود اختلاف معنادار و برتری شایان توجه نتایج روش الگوریتم ژنتیک برای سبدهای ۱۰، ۲۰ و ۳۰ سهمی در مقایسه با سبدهای انتخاب‌شده به روش تصادفی درباره دو متغیر ریسک و بازده دست یافتند.

شریفی سلیم، مؤمنی، مدرس یزدی و راعی (۱۳۹۴) به برنامه‌ریزی تصادفی چندهدفه برای انتخاب سبد سهام اقدام کردند. در این پژوهش با تشکیل برنامه‌ریزی تصادفی چندهدفه که شاخص‌های مرتبط با اهداف، تصادفی و مبتنی بر توزیع نرمال هستند، از مدل برنامه‌ریزی توافقی با محدودیت تصادفی به‌منظور انتخاب سبد استفاده شده است.

گودرزی، یاکیده و محفوظی (۱۳۹۵) به بهینه‌سازی سبد سهام با تلفیق کارایی متقاطع و نظریه بازی‌ها پرداختند. در این پژوهش، کارایی متقاطع به‌عنوان وضعیت آتی شرکت در شرایط محتمل آتی، تلقی شده است و جدول کارایی متقاطع در قالب یک بازی دو نفره با جمع صفر میان خریدار و بازار، از جدول بازده فرض شد. بر این اساس با حل مدل خطی مطابق نظریه بازی‌ها، سیاست بهینه برای خریدار معین شده است.

رجبی و خالوزاده (۱۳۹۵) برای حل مسئله بهینه‌سازی چندهدفه سبد سرمایه در بورس اوراق بهادار تهران از الگوریتم‌های تکاملی چندهدفه استفاده کردند. برای این منظور، دو روش مهم و پرکاربرد الگوریتم ژنتیک چندهدفه با مرتب‌سازی نامغلوب (NSGA-II) و بهینه‌سازی چندهدفه ازدحام ذرات (MOPSO) را با یکدیگر مقایسه کردند. نتایج، عملکرد بهتر روش NSGA-II را در مقایسه با MOPSO برای هر دو معیار هم‌گرایی و گستردگی جبهه‌های بهینه پارتو نشان داده است.

علی‌پور جورشری، یاکیده و محفوظی (۱۳۹۶) به بهینه‌سازی سبد سهام با حداقل میانگین انحراف‌های مطلق کارایی‌های متقاطع پرداختند. در این رویکرد، از کارایی متقاطع به‌جای بازده سهم‌ها، استفاده شده و نتایج به‌دست‌آمده نشان‌دهنده عملکرد مطلوب این دو رویکرد در مقایسه با روش‌های مشابه است.

محبی و نجفی (۱۳۹۷) به بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری چند دوره‌ای با رویکرد برنامه‌ریزی پویا پرداختند. در این پژوهش به بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری در چند دوره پرداخته شده است و از انحراف معیار به‌عنوان معیار اندازه‌گیری ریسک استفاده شده و برای پیاده‌سازی این روش از پنج سهم موجود در بورس اوراق بهادار تهران استفاده شده است.

هدف سرمایه‌گذار

در ابتدا بیان این نکته ضروری است که در این پژوهش، مبلغ سرمایه‌گذاری‌شده در دارایی‌ها در ابتدای دوره t با بردار

$S_t = (S_{\cdot t}, S_{\text{۱}t}, \cdots, S_{Nt})$ نشان داده می‌شود. اگر مجموع ثروت سرمایه‌گذار در پایان افق زمانی T را با ω نشان دهیم، خواهیم داشت: $\omega = \sum_{i=\cdot}^{N} S_{iT}$. هدف سرمایه‌گذار، ماکزیمم کردن تابع مطلوبیت ثروت مورد انتظار $\mathbb{E}[U(\omega)]$ است. تابع مطلوبیت $U(\omega)$ میزان ریسک‌پذیری سرمایه‌گذار را نشان می‌دهد که با فرض ریسک‌گریزی سرمایه‌گذار تابع مقعری است.

در این پژوهش، از $max\ \gamma\mathbb{E}\{\omega\} - (\text{۱} - \gamma)GlueVaR(\omega)$ برای بهینه‌سازی سبد سهام از تابع هدف بازده ـ ریسک استفاده می‌شود که باید ماکزیمم شود. با بهینه‌سازی تابع زیر، هم‌زمان بازده ماکزیمم و ریسک، مینیمم می‌شود. این تابع هدف در مقایسه با ω، یک تابع مقعر است، زیرا GlueVaR در مقایسه با ω محدب است. پارامتر $\gamma \in [\cdot,\text{۱}]$ نیز معیار ریسک‌پذیری شخص سرمایه‌گذار است.

معیارهای اندازه‌گیری ریسک

مقیاس ارزش در معرض خطر (VaR) برای تعیین بیشترین ضرر استفاده می‌شود. این معیار توسط کمیته بازل[1] به‌عنوان روش استاندارد اندازه‌گیری ریسک در سبد سرمایه‌گذاری انتخاب شد. یکی از ایرادهای مهم این معیار، عدم سنجش ریسک در مواقع بحرانی است. راکفلر و یوریاسیف در سال ۲۰۰۰ برای رفع این مشکل، معیار CVaR را معرفی کردند. این معیار در برخی موارد، بسیار محتاطانه عمل کرده و اندازه ریسک را بیشتر از آنچه هست اندازه‌گیری می‌کند که ممکن است باعث هدر رفتن بخشی از سرمایه‌های شرکت شود (جیا و دایر[2]، ۲۰۰۰).

برای مرتفع ساختن معایب این دو معیار ریسک، سامپرا، گولن و سانتولینو[3] در سال ۲۰۱۴ میلادی در انتقاد به دو معیار VaR و CVaR معیار جدید ریسک با عنوان GlueVaR را معرفی کردند. با توجه به انعطاف بالای این معیار، به کمک آن می‌توان ریسک را به‌گونه‌ای سنجش کرد که برخلاف معیار VaR در شرایط بحرانی بازار نیز معیاری مناسب بوده و همچنین برخلاف معیار CVaR از احتیاط بیش از اندازه نیز، اجتناب شود. بلزسامپرا، گولن و سانتولینو[4] (۲۰۱۴) نشان دادند که یکی از مزایای دیگر معیار ریسک GlueVaR این است که می‌توان آن را به‌صورت ترکیبی خطی از معیارهای ریسک VaR و CVaRبیان کرد، از این رو با انتخاب ضرایب مناسب در این ترکیب خطی می‌توان معیارهای VaR و CVaR را به‌عنوان حالت خاصی از این معیار تعریف کرد.

تابع توزیع GlueVaR با استفاده از احتمال‌های تبدیل تحریف‌شده $h_\text{۱}$ و $h_\text{۲}$ به‌ترتیب در سطوح $\text{۱} - \beta$ و $\text{۱} - \alpha$ تعیین می‌شود. پارامترهای $h_\text{۱}$ و $h_\text{۲}$ ارتفاع‌های تابع تحریف بوده که حالت‌های متفاوت این معیار را ایجاد می‌کنند. با تعیین شرایط مناسب برای ارتفاع‌های $h_\text{۱}$ و $h_\text{۲}$ معیار GlueVaR بسیار انعطاف‌پذیرتر از معیارهای VaR و CVaR عمل می‌کند.

برای تمام مقادیر $\alpha < \beta$ معیار ریسک GlueVaR را می‌توان به‌صورت ترکیبی خطی از اندازه‌های ریسک $CVaR_\beta(X)$، $CVaR_\alpha(X)$ و $VaR_\alpha(X)$ با فرض وزن‌های $w_\text{۱} = h_\text{۱} - \frac{(h_\text{۲}-h_\text{۱})(\text{۱}-\beta)}{(\beta-\alpha)}$ ، $w_\text{۲} = \frac{(h_\text{۲}-h_\text{۱})}{(\beta-\alpha)}(\text{۱} - \alpha)$ و $w_\text{۳} = \text{۱} - w_\text{۱} - w_\text{۲} = \text{۱} - h_\text{۲}$ بیان کرد.

1. Bazel Committee
2. Jia & Dyer
3. Sampera, Guillen, Santolino
4. Belles-Sampera, Guillen & Santolino

معیار $GlueVaR_{\beta,\alpha}^{h_1,h_2}$ به‌صورت ترکیب خطی $w_1CVaR_\beta(X)+w_2CVaR_\alpha(X)+w_3VaR_\alpha(X)$ بیان می‌شود (بلزسامپرا و همکاران، ۲۰۱۴). از آنجا که برای برآورد معیار GlueVaR روش معینی در دسترس نیست، در این مقاله برای برآورد آن از ویژگی بالا استفاده می‌کنیم. در واقع با توجه به رابطه بالا، با انتخاب مناسب وزن‌های w_1، w_2 و w_3 بر اساس مقادیر α، β، h_1 و h_2 و همچنین با برآورد معیارهای $CVaR_\beta(X)$، $CVaR_\alpha(X)$ و $VaR_\alpha(X)$، معیار GlueVaR را برآورد خواهیم کرد. از این رو هرچه این دو معیار با دقت بالایی برآورد شوند، معیار GlueVaR نیز با دقت بالا برآورد خواهد شد.

تبدیل تابع VaR و CVaR به یک مسئله مینیمم‌سازی خطی برای تخمین GlueVaR

از آنجا که تابع ریسک GlueVaR از ترکیب توابع VaR و CVaR حاصل می‌شود، برای تبدیل تابع GlueVaR به یک تابع خطی می‌بایست توابع نام‌برده به‌صورت خطی تبدیل شوند. تابع CVaR را می‌توان به‌صورت زیر به یک مسئله مینیمم‌سازی خطی تبدیل کرد (کارامانیس[1]، ۲۰۱۳).

$$CVaR_\beta(X,g_0)=\min\,(g_0+\frac{1}{1-\beta}\int_{Y\in\mathcal{Y}}[f(X,Y)-g_0]^+p(Y)dY) \quad \text{رابطه ۱}$$

اگر مقدار موجود در تابع $[\,]^+$ مثبت باشد، آن را در نظر گرفته و در صورتی که منفی باشد، آن را در نظر نمی‌گیرد.

یکی از روش‌های تبدیل حالت پیوسته CVaR به حالت گسسته، استفاده از سناریوهای مختلف از توزیع متغیر تصادفی Y است. اگر فرض کنیم $\mathcal{S}$ سناریو از توزیع متغیر تصادفی Y وجود داشته باشد که احتمال سناریوی s با p_s نشان داده شود، آنگاه رابطه بالا را می‌توان به‌صورت زیر به حالت گسسته تبدیل کرد.

$$\widetilde{CVaR}_\beta(X,g_0)=g_0+\frac{1}{1-\beta}\sum_{s=1}^{\mathcal{S}}p_s[f(X,Y_s)-g_0]^+ \quad \text{رابطه ۲}$$

اگر $[f(X,Y_s)-g_.]^+$ را جایگزین g^s کنیم، آنگاه CVaR را می‌توان با برنامه‌ریزی خطی زیر به دست آورد.

$$\begin{cases} min_{\underbrace{(X,g_0,g^s)}_{\mathcal{X}\times\mathbb{R}\times\mathbb{R}_+}} \in g_0+\dfrac{1}{(1-\beta)}\displaystyle\sum_{s=1}^{\mathcal{S}}p_s g^s \\ s.t.\, g^s\geq -g_0+f(X,Y_s), s\in\mathcal{S} \\ g_0\,, g^s\geq 0, s\in\mathcal{S} \qquad \text{متغیر آزاد در علامت} \end{cases} \quad \text{رابطه ۳}$$

با فرض اینکه هر یک از S سناریوی تعریف‌شده دارای زیان ثابت با احتمال برابر $p_s=\frac{1}{S}$ باشد، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \min_{(a_0,b_0,g_0,g^s)\in\chi\times\mathbb{R}\times\mathbb{R}_+} g_0+\dfrac{1}{S(1-\beta)}\displaystyle\sum_{s=1}^{S}g^s \\ s.t.\, g^s+g_0\geq -\displaystyle\sum_{i=0}^{N}S_{iT}^s(a,b,\mathcal{R})+\sum_{i=0}^{N}S_{i0}\,, s\in\mathcal{S} \\ g_0, g^s\geq 0, s\in\mathcal{S} \qquad \text{متغیر آزاد در علامت} \end{cases} \quad \text{رابطه ۴}$$

1. Karamanis

مسئله بالا با استفاده از دوگان آن حل می‌شود. همچنین این مسئله، یک مسئله کوله‌پشتی پیوسته با وجود حد بالا برای متغیرها است. یک الگوریتم حریصانه برای حل این مسئله به‌صورت زیر است:

گام ۱: زیان‌های f_s را به‌ترتیب کاهشی مرتب کنید و از سناریویی که بالاترین زیان را دارد، شروع کنید.

گام ۲: آن‌قدر سطح متغیرهای u_s را افزایش دهید تا حد بالای $\frac{۱}{S(۱-\beta)}$ به دست آید. سپس به سناریوی بعدی بروید تا جایی که برای نخستین بار در سناریوی l، شرط $\sum_{s=۱}^{l}\frac{۱}{S(۱-\beta)} \geq ۱ \Leftrightarrow \sum_{s=۱}^{l}\frac{۱}{S} \geq ۱-\beta$ به دست آید.

از $\lceil S\times(۱-\beta)\rceil$ سناریوی اول برای محاسبه VaR و CVaR استفاده می‌شود. VaR در آخرین سناریو به‌صورت زیر مشخص می‌شود که در آن f_l همان VaR است.

$$CVaR=\sum_{s=1}^{l}f_s u_s=\sum_{s=1}^{l-1}\frac{f_s}{S(1-\beta)}+f_l-\frac{(l-1)f_l}{S(1-\beta)}=f_l+\frac{1}{S(1-\beta)}\sum_{s=1}^{l-1}(f_s-f_l) \qquad \text{رابطه ۵}$$

گفتنی است، زیان‌های رخ‌داده با استفاده از رابطه $f_s=-\sum_{i=.}^{N}S_{iT}+\sum_{i=.}^{N}S_i.$ به دست می‌آید و به‌منظور استفاده از CVaR در مدل بهینه‌سازی برنامه‌ریزی پویا می‌بایست مقدار $\sum_{i=.}^{N}S_{iT}$ تخمین زده شود.

برنامه‌ریزی پویا

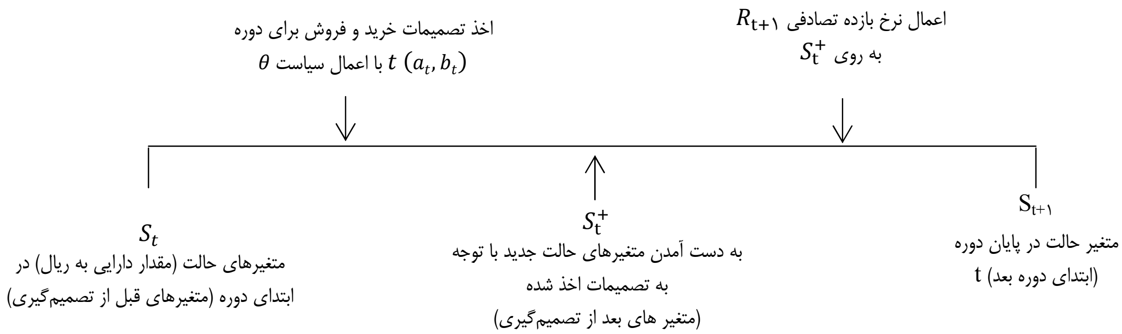
در مدل چند دوره‌ای بهینه‌سازی سبد سهام، کل افق زمانی به T دوره مساوی $\mathcal{T}=\{۰,۱,\cdots,T\}$ تقسیم می‌شود و همچنین فرض شده است که در هر زمان t، N دارایی ریسکی که با مجموعه $\mathcal{N}=\{۱,\cdots,N\}$ مشخص می‌شود و یک دارایی بدون ریسک (دارایی ۰) مانند وجه نقد، وجود دارد. مبلغ سرمایه‌گذاری‌شده در آنها در ابتدای دوره t با بردار $S_t=(S_{.t},S_{۱t},\cdots,S_{Nt})$ نشان داده شده و نرخ سود هر یک از دارایی‌های نام‌برده در انتهای هر دوره زمانی با بردار $R_t=(R_{.t},R_{۱t},\cdots,R_{Nt})$ که یک بردار بازدهی تصادفی است، مشخص می‌شود. بردار نام‌برده با استفاده از میانگین بازده‌های گذشته محاسبه می‌شود، اما با توجه به اینکه سهام‌های قابل معامله در بازار سرمایه همواره از گذشته خود تبعیت نمی‌کنند، از ضرایب تصادفی با توزیع نرمال برای تولید بازده‌های نهایی استفاده شده است. طی دوره t، از هر یک از سهم‌های موجود در بردار S_t با نرخ هزینه معاملاتی متناسب با حجم معامله، مقداری خریده یا فروخته خواهد شد. واضح است که خرید و فروش یک سهم در یک زمان به‌علت وجود هزینه معاملاتی، معقول و منطقی نیست. با تصمیم‌های اخذشده در خصوص خرید یا فروش یک سهم، مقدار هر یک از دارایی‌ها به‌صورت زیر تغییر می‌کند.

$$S_{i(t+1)}=S_{it}+(S_{it}+a_{it}-b_{it})R_{it}+a_{i(t+1)}-b_{i(t+1)}\ t=\{0,\cdots T-1\} \qquad \text{رابطه ۶}$$
$$S_{0(t+1)}=S_{0t}R_{0t}-(1+\alpha)a_{0t}+(1-\alpha)b_{it}$$

در رابطه بالا، فرض شده است که در ابتدای هر بازه زمانی ابتدا خرید و فروش دارایی‌ها مشخص شده و مقدار سبد سهام را تغییر دهد، بنابراین، نرخ بازدهی آن دوره که یک نرخ تصادفی است، بر مقدار جدید دارایی‌ها اثر می‌گذارد. اگر S_{it}^{af} نشان‌دهنده مقدار دارایی i پس از اعمال تصمیم خرید یا فروش در یک دوره باشد، پس از اخذ تصمیم در خصوص نرخ بازده $R_{i(t+۱)}$ می‌توان مقدار دارایی را در پایان دوره به صورت زیر محاسبه کرد:

$$S_{i(t+1)}=R_{i(t+1)}S_{it}^{af}\ i=\{0,\cdots,N-1\}\ t=\{0,\cdots,T-1\} \qquad \text{رابطه ۷}$$

زمان‌بندی وقایع شرح داده‌شده برای دوره t در نمودار زیر نمایش داده شده است.



شکل ۱. نمودار زمان‌بندی وقایع

برنامه‌ریزی پویای تقریبی

در این بخش ابتدا به بررسی پنج عنصر اصلی فرایند تصمیم‌گیری مارکوف می‌پردازیم که به شرح زیر است.

۱. مقاطع تصمیم‌گیری و دوره‌ها: T ,… ,۱ ,۰، مقاطع زمانی ممکن هستند. دوره‌های زمانی بین آنها واقع شده‌اند.

۲. حالت سیستم: حالت سیستم با بردار $S_t = (S_{0t}, S_{1t}, \cdots, S_{Nt})$ مشخص شده که شامل اعداد حقیقی مثبت است.

۳. سیاست‌ها و قوانین تصمیم‌گیری: یک قانون تصمیم‌گیری، تابعی است که متغیرهای حالت فعلی را به عنوان ورودی دریافت کرده و برداری از تصمیم‌های ممکن را به‌عنوان خروجی می‌دهد. این تابع عبارت است از: $H_t(S_t) = (a_t, b_t)$. همچنین، فضای عمل مسئله به‌صورت زیر است.

$$S_{it} + a_{it} - b_{it} \geq 0, i \in \mathcal{N}$$
$$S_{0t} - (1+\alpha)\sum_{i=1}^{N} a_{it} + (1-\alpha)\sum_{i=1}^{N} b_{it} \geq 0$$
$$a_{it}, b_{it} \geq 0, i \in \mathcal{N}$$
رابطه ۸)

۴. توابع گذار: حالت سیستم در زمان $t+1$ با استفاده از روابط زیر مشخص می‌شود که همان توابع گذار است.

$$\begin{cases} S_{i(t+1)} = R_{i(t+1)}[S_{it} + a_{it} - b_{it}], i \in \mathcal{N} \\ S_{0(t+1)} = R_{0(t+1)}\left[S_{0t} - (1+\alpha)\sum_{i=1}^{N} a_{it} + (1-\alpha)\sum_{i=1}^{N} b_{it}\right] \end{cases}$$
رابطه ۹)

۵. پاداش‌ها و هدف: تابع پاداش برای ماکزیمم کردن ثروت نهایی مورد انتظار به‌صورت زیر معرفی می‌شود که با دنبال کردن استراتژی θ به دست می‌آید.

$$C_t^{\theta} = \begin{cases} 0, & t \in \mathcal{T} \setminus \{0, T\} \text{ اگر} \\ \sum_{i=0}^{N} S_{iT}^{\pi}, & t = T \text{ اگر} \end{cases}$$ رابطه ۱۰

$$\max_{\theta \in \Theta} \mathbb{E}\left\{\sum_{t=1}^{T} C_t^{\theta}\right\}$$ رابطه ۱۱

دلیل وجود نداشتن نرخ تنزیل در نظر گرفتن هزینه فرصت نگه‌داری به‌صورت مستقیم در نرخ بازده دارایی‌ها است. همچنین فرض شده است که پاداش‌های یک دوره‌ای صفر بوده و سرمایه‌گذار کل پاداش را فقط یک بـار در پایـان دوره دریافت کند.

مسئله بهینه‌سازی بالا به‌راحتی حل‌شدنی نیست. برای کاهش پیچیدگی، از برنامه‌ریـزی پویـای بازگشـتی اسـتفاده شده است. در این خصوص تابع ارزش $Val_t(S_t)$ که ارزش قرار گرفتن در حالت S_t در زمان t است، معرفی مـی‌شـود. مقدار $Val_t(S_t)$، کل پاداش بهینه از زمان t تا پایان افق زمانی را نشان می‌دهد. بنابراین اگـر در زمـان t در حالـت S_t باشیم، معادله‌های بازگشتی به صورت زیر تعریف می‌شوند که به معادله‌های بهینه‌سازی بلمن[1] شهرت دارد.

$$\begin{cases} Val_t(S_t) = \max_{(a_t,b_t)\in\mathcal{A}_t} \mathbb{E}_{R_{t+1}}\{Val_{t+1}(S_{t+1})|S_t\}, t = 0,1,\cdots,T-1 \\ Val_T(S_T) = \sum_{i=0}^{N} S_{iT} \end{cases}$$ رابطه ۱۲

توجه داشته باشید که در رابطه ۱۲، S_t مقدار ثابت است، اما $S_{t+۱}$ تابعی از $R_{t+۱}$ و متغیری تصادفی است.

برای تقریب گسسته از توزیع توأم بازده‌های تصادفی و حالت‌ها، رابطه بالا به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\begin{cases} Val_t(S_t) = \max_{(a_t,b_t)\in\mathcal{A}_t} \sum_{S_{t+1}\in\mathcal{S}} p(S_{t+1}|S_t,a_t,b_t) Val_{t+1}(S_{t+1}), t = 0,1,\cdots,T-1 \\ Val_T(S_T) = \sum_{i=0}^{N} S_{iT} \end{cases}$$ رابطه ۱۳

که در آن $p(S_{t+۱}|S_t, a_t, b_t)$ احتمال این است که سیستم با انتخاب تصمیم (a_t, b_t) از حالت S_t به حالت $S_{t+۱}$ گذار کند.

در برنامه‌ریزی پویای سنتی، پژوهشگران زیادی به‌طور عمده با استفاده از برنامه‌ریزی پویای بازگشتی در حالت گسسته فضاهای عمل، نتیجه و حالت، به حل مسائلی با افق زمانی محدود پرداخته‌اند. در این روش، با حرکت گام به گام به عقب، در زمان صفر تابع ارزش نهایی محاسبه می‌شود که ارزش بهینه مسئله را نشان می‌دهد. در مسئله مورد بحث این پژوهش، فضاهای حالت، نتیجه و عمل، فضاهای پیوسته هستند. حتی اگر بخواهیم فضا را به حالت گسسته نزدیک کنیم و از ارقام خرد پولی صرف نظر کنیم، باز هم مسئله پیچیده‌تر از آن است که به روش‌های معمولی حل شود. سه بحرانی که در ابعاد وجود دارد، عبارت‌اند از:

1. Bellmans Optimization Equations

۱. فضای حالت با افزایش دوره‌های زمانی به‌دلیل اینکه S_t بعد $N+۱$ دارد، به‌طور شایان توجهی بزرگ می‌شود.

۲. بردار بازده تصادفی R_t دارای بعد N است که در زمان محاسبه میانگین انتظاری رابطه ۱۲ مشکل‌ساز می‌شود.

۳. پیچیدگی شمردن کلیه تصمیم‌های موجود در فضای عمل در هر بازه زمانی که دارای بعد $۲N$ است.

در این پژوهش تلاش می‌شود تا سه بحران بیان‌شده با برنامه‌ریزی پویای تقریبی حل شوند. از طریق ساده کردن فضای حالت با کاهش ابعاد آن، بحران ناشی از فضای حالت را حل خواهیم کرد. اطلاعات از دست‌رفته ناشی از این تقریب با استفاده از الگوریتم ژنتیک بازیابی می‌شود. روش‌های نمونه‌گیری مونت کارلو، بحران ناشی از فضای نتیجه پیچیده را حل کرده و در نهایت برای محاسبه تصمیم‌ها، الگوریتم‌های سریعی معرفی می‌شوند که بحران ناشی از فضای عمل را حل می‌کنند.

بررسی‌های انجام‌شده نشان داده است که بازده‌ها خودهم‌بستگی مثبت درخور توجهی دارند. برای این منظور، مدل‌های واریانس ناهم‌سان شرطی عمومی یا GARCH تک‌متغیره و چندمتغیره (MGARCH) معرفی شدند. از آنجا که در مسئله بهینه‌سازی سبد سهام چنددوره‌ای، بحران ابعاد وجود دارد و مدل‌های MGARCH در مسائلی با حداکثر ۳ یا ۴ بعد کارا هستند، برخی از مدل‌هایی که از تحلیل مؤلفه‌های اصلی[1] ساختار متعامد ماتریس کوواریانس استفاده می‌کردند، معرفی شدند که بررسی‌های مقایسه‌ای این مدل با مدل MGARCH، توانایی پیش‌بینی شایان توجه آن را نشان داده است. بنابراین در اینجا تولید سناریوها با فرض وجود یک میانگین شرطی ثابت و پیش‌بینی ماتریس کوواریانس با استفاده از مدل‌های تحلیل مؤلفه‌های اصلی انجام شده است. در روش برنامه‌ریزی تصادفی چنددوره‌ای، به تخمین توزیع سناریوهای ورودی با توزیعی که تعداد سناریوی کمتری دارد، نیاز است که این امر با ساخت درخت سناریو و نیز با استفاده از روش‌های کاهش سناریو میسر می‌شود.

یکی از بزرگ‌ترین دغدغه‌های برنامه‌ریزی پویا، محاسبه میانگین انتظاری با وجود عملگر ماکزیمم‌کننده است. در این بخش، تقریبی از تابع ارزش با استفاده از نمونه‌گیری مونت کارلو ارائه می‌شود. بنابراین ابتدا کلیه تصمیم‌های که شامل تصمیم‌های غیربهینه نیز می‌شود، با استفاده از اطلاعات گذشته محاسبه می‌شود. مراحل محاسبه‌ها به شرح زیر است.

ورودی: $S_۰$ و $\omega^s = (R_۱^s, R_۲^s, \cdots, R_T^s)$ برای $s = ۱,۲,\cdots,S$. $\omega = (R_۱, R_۲, \cdots, R_T)$ یکی از سناریوهای فرایند تصادفی است.

گام ۰: قرار دهید $s := ۱$ و $\widehat{Val}_t^0(S_t^+)$ برای $t = ۰,۱,\cdots,T-۱$ را مقداردهی اولیه کنید.

گام ۱: یکی از بردارهای نمونه موجود در $\omega^s \in \Omega$ را انتخاب کنید و $t := ۰$ قرار دهید.

گام ۲: تصمیم‌ها و حالت بعدی را محاسبه کنید.

گام ۲-۱: اگر $\mathrm{t} = ۰$ بود، $(a_۰^s, b_۰^s)$ با حل مسئله $\widehat{Val}_۰^{s,-}(S_۰) = \max_{(a_۰^s,b_۰^s)} \widehat{Val}_0^{s-۱}\left(f_۰(S_۰, a_۰^s, b_۰^s)\right)$ به دست می‌آید و گذار به حالت $S_۰^{af}$ با استفاده از رابطه $S_۰^{s,af} := f_۰(S_۰, a_۰^s, b_۰^s)$ انجام می‌گیرد.

گام ۲-۲: اگر $۰ < t \leq T-۱$ باشد، (a_t^s, b_t^s) با حل مسئله زیر به دست می‌آید:

1. Principal Component Analysis

رابطه ۱۴) $$\widetilde{Val}_{t-1}^{s}\left(S_{t-1}^{s,af}\right)=\max_{\left(a_0^s,b_0^s\right)}\widehat{Val}_{t}^{s-1}\left(f\left(S_{t-1}^{s,af},R_t^s,a_t^s,b_t^s\right)\right)$$

و گذار به حالت S_t^{af} با استفاده از رابطه $S_t^{s,af}\coloneqq f.\left(S_{t-1}^{s,af},R_t^s,a_t^s,b_t^s\right)$ صورت می‌گیرد.

گام ۲-۳: اگر $\mathrm{t=T}$ باشد، گذار به حالت S_T^s با استفاده از رابطه $S_T^s\coloneqq f_T\left(S_{T-1}^{s,+},R_T^s\right)$ انجام می‌شود.

$Glu\widehat{eV}aR^s$ را با استفاده تعریف VaR و CVaR از رابطه ۵ محاسبه کرده و قرار دهید:

رابطه ۱۵) $$\widetilde{Val}_{T}^{s}(S_T^s)\coloneqq\gamma\sum_{i=0}^{N}S_{iT}^{s}-(1-\gamma)Glu\widehat{eV}aR^s(S_T^1,\cdots,S_T^s)$$

$$\widetilde{Val}_{T-1}^{s}\left(S_{T-1}^{s,af}\right)\coloneqq\widehat{Val}_{T}^{s}\left(f_T\left(S_{T-1}^{s,af},R_T^s\right)\right)$$

گام ۳: اگر $\text{۰}\le t\le T-\text{۱}$ باشد، آنگاه اطلاعات گرادیانی $\Delta\widetilde{Val}_{it}^{s}$ با استفاده از رابطه‌های ۱۴ و ۱۵ محاسبه شده و $\widehat{Val}_t$ با استفاده از رابطه ۱۶ به‌روز می‌شود.

گام ۴: اگر $t\le T$ باشد، قرار دهید $t\coloneqq t+\text{۱}$ و به گام ۲ بروید. اگر $t=T$ و $s<S$ باشد، $s\coloneqq s+\text{۱}$ قرار دهید و به گام ۱ بروید. در غیر این صورت توقف کنید.

خروجی: $\widehat{Val}_t^s$ به ازای تمامی مقادیر t.

در الگوریتم بالا به حل $S\times T$ مسئله ماکزیمم‌سازی نیاز است که در هر مسئله در مجموع $\text{۲}N$ متغیر تصمیم وجود دارد. تعداد محدودیت‌ها در هر مسئله ماکزیمم‌سازی به تعریف تابع ارزش بستگی دارد. در کل می‌توان گفت با یک تابع چندوجهی از درجه N مواجه هستیم. به‌دلیل پیچیدگی حاصل از محاسبه $Glu\widehat{eV}aR$، در هر تکرار s، یک پیچیدگی زمانی نیز داریم که مربوط به مرتب کردن زیان‌های همه تکرارهای قبلی است.

در گام ۳ الگوریتم، $\widehat{Val}_t^s$ با استفاده از تابع $U(0)$ به‌روز شد که به تخمین تابع ارزش $\widehat{Val}_t^{s-\text{۱}}$ و گرادیان‌های $\Delta\widetilde{Val}_{it}^{s}$ وابسته است که تخمین‌هایی از حالت خاص $S_t^{s,af}$ هستند. بنابراین می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد.

رابطه ۱۶) $$\Delta\widetilde{Val}_{it}^{s}\left(S_t^{s,af}\right)=\widetilde{Val}_{t}^{s}\left(S_t^{s,af}+e_i\right)-\widetilde{Val}_{t}^{s}\left(S_t^{s,af}\right)$$

که e_i برداری با ابعاد $\left(N+\text{۱}\right)\times\text{۱}$ است که iامین عنصر آن ۱ و بقیه ۰ است. در $T-\text{۱}$ از رابطه زیـر اسـتفاده می‌شود.

رابطه ۱۷) $$\widetilde{Val}_{T-1}^{s}\left(S_{T-1}^{s,af}\right)=\gamma\sum_{i=0}^{N}R_{iT}^{s}S_{i(T-1)}^{s,af}-(1-\gamma)Glu\widehat{eV}aR^s\left(R_T^1\circ S_{T-1}^{1,af},\cdots,R_T^s\circ S_{T-1}^{s,af}\right)$$

$\widetilde{Val}_{T-\text{۱}}^{s}$ دو قسمت دارد که برای هر قسمت یک گرادیان تعریف می‌شود. برای قسمت نخست، افـزایش $S_{i(T-\text{۱})}^{s,af}$ به‌اندازه یک واحد، افزایش به اندازه γR_{iT}^s را نشان می‌دهد. برای قسمت دوم، گرادیان زیر معرفی می‌شود.

رابطه ۱۸)
$$\Delta \widehat{GlueVaR}_i^s\left(R_T^1 \circ S_{T-1}^{1,af}, \cdots, R_T^s \circ S_{T-1}^{s,af}\right) = \widehat{GlueVaR}_i^s\left(R_T^1 \circ \left(S_{T-1}^{1,af}+e_i\right), \cdots, R_T^s \circ \left(S_{T-1}^{s,af}+e_i\right)\right) - \widehat{GlueVaR}_i^s\left(R_T^1 \circ S_{T-1}^{1,af}, \cdots, R_T^s \circ S_{T-1}^{s,af}\right)$$

بنابراین گرادیان $\widetilde{Val}_{T-۱}^s$ به‌صورت زیر خواهد بود:

رابطه ۱۹)
$$\Delta \widetilde{Val}_{i(T-1)}^s\left(S_{T-1}^{s,af}\right) = \gamma R_{iT}^s - (1-\gamma)\Delta \widehat{GlueVaR}_i^s\left(R_T^1 \circ S_{T-1}^{1,af}, \cdots, R_T^s \circ S_{T-1}^{s,af}\right)$$

محاسبه $\Delta \widehat{GlueVaR}_i^s$ به روش بالا، با فرض $\Delta \widehat{GlueVaR}_i^s < ۰$ است که موجب $\Delta \widetilde{Val}_{i(T-۱)}^s > ۰$ می‌شود. زیرا زیان‌های کوچک‌تر در سناریو موجب زیان‌های بزرگ‌تر می‌شود و در نتیجه تخمین $\widehat{GlueVaR}^s$ کوچک‌تر می‌شود.

فرضیه‌های پژوهش عبارت است از:

۱. بین میانگین بازدهی سرمایه‌گذاری در سبدهای بهینه سهام با مدل سبدهای سهام با وزن‌های برابر و مدل ارائه‌شده، بر مبنای بازده اضافی در مقایسه با ریسک تفاوت معناداری وجود دارد.

۲. بین CVaR سرمایه‌گذاری در سبدهای بهینه سهام با مدل سبدهای سهام با وزن‌های برابر و مدل ارائه‌شده، بر مبنای بازده اضافی در مقایسه با ریسک تفاوت معناداری وجود دارد.

۳. بین GlueVaR سرمایه‌گذاری در سبدهای بهینه سهام با مدل سبدهای سهام با وزن‌های برابر و مدل ارائه‌شده، بر مبنای بازده اضافی در مقایسه با ریسک تفاوت معناداری وجود دارد.

روش‌شناسی پژوهش

اطلاعات پایه‌ای مورد استفاده در مبانی نظری پژوهش از مجله‌های تخصصی فارسی و لاتین استخراج شده است. در خصوص گردآوری داده‌ها و اطلاعات مورد نیاز برای طراحی و آزمون مدل ارائه‌شده، از بانک اطلاعاتی معامله‌های موجود در سایت بورس اوراق بهادار تهران و نرم‌افزار ره‌آورد نوین و سامانه بورس ویو استفاده شده و اطلاعاتی همچون قیمت‌های روزانه و ماهانه سهام شرکت‌های بورسی منتخب، روزهای توقف نمادهای شرکت‌های نام‌برده، اطلاعات مربوط به دسته‌بندی نمادها و .... استخراج شده است.

از ترکیب برنامه‌ریزی پویای تصادفی و الگوریتم ژنتیک به‌عنوان مدل پژوهش استفاده شده و در ادامه مدل پژوهش ارائه شده است. برای پیاده‌سازی الگوریتم‌ها از نرم‌افزار متلب نسخه R2017a استفاده شده و برای آزمون فرضیه‌های پژوهش از نرم‌افزار SPSS بهره گرفته شده است.

مرحله نخست: انتخاب داده‌ها: داده‌های مالی صد شرکت برتر برای هفت سال متوالی از سال ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۶ از طریق نرم‌افزار ره‌آورد نوین و سامانه شرکت مدیریت فناوری بورس تهران[1] و بورس ویو[2] گردآوری شده است.

مرحله دوم: پالایش و آماده‌سازی داده‌ها: با توجه به اینکه معامله‌های برخی نمادهای بورسی در مدت زمان طولانی

1. www.tsetmc.com
2. www.bourseview.com

ممنوع بوده است و نظر به اینکه برای مدل‌سازی و آموزش الگو به تعداد شایان توجهی اطلاعات معامله نیاز است، در این مرحله داده‌هایی که اطلاعات متغیرهای مستقل آنها ناقص بوده یا قابل محاسبه نبوده، حذف شدند. پس از آماده‌سازی داده‌ها، در مجموع برای بررسی در این پژوهش از ۶۸ شرکت برتر استفاده شد.

مرحله سوم: نرمال‌سازی داده‌ها برای به کارگیری در مدل: استفاده از داده‌ها به‌صورت خام باعث کاهش سرعت و دقت الگوریتم می‌شود. برای اجتناب از این امر و همچنین به‌منظور یکسان کردن ارزش داده‌ها، می‌بایست قبل از آزمون داده‌های ورودی استاندارد و به طریق زیر نرمال شوند.

رابطه ۲۰)
$$X_i = \frac{x_i - x_{min}}{x_{max} - x_{min}}(U_i - L_i) + L_i$$

که در آن، X_i مقادیر نرمال‌شده توسط معادله؛ x_i مقادیر اصلی ورودی؛ x_{min} کوچک‌ترین مقدار ورودی؛ x_{max} بزرگ‌ترین مقدار ورودی؛ U_i مقدار بالا در فاصله نرمال شده که ۱+ است؛ L_i مقدار پایین در فاصله نرمال شده که صفر است.

مرحله چهارم: تعیین تابع هدف: برنامه‌ریزی تصادفی چندمرحله‌ای برای مسئله سبد سهام چنددوره‌ای با فرض مقدار دارایی معلوم $S.$ در لحظه شروع به‌صورت زیر ارائه می‌شود.

رابطه ۲۱)
$$\max_{\left(S_t^{af}, a_t, b_t, g_0, g^s\right)} \gamma \mathbb{E}\left\{\sum_{i=0}^{N} R_{iT} S_{i(T-1)}^{af}\right\} - w_3(1-\gamma)g_0 - w_2\frac{1-\gamma}{1-\beta_2}\mathbb{E}\{g^s\} - w_1\frac{1-\gamma}{1-\beta_1}\mathbb{E}\{g^s\}$$

$$s.t. S_{i0}^{+} = S_{i0} + a_{i0} - b_{i0}, \qquad i \in \mathcal{N}$$

$$S_{00}^{af} = S_{00} - (1+\alpha)\sum_{i=1}^{N} a_{i0} + (1-\alpha)\sum_{i=1}^{N} b_{i0}$$

$$S_{it}^{af} = R_{it} S_{i(t-1)}^{af} + a_{it} - b_{it}, i \in \mathcal{N}, t \in \mathcal{T} \setminus \{0, T\}$$

$$S_{0t}^{af} = R_{0t} S_{0(t-1)}^{af} - (1+\alpha)\sum_{i=1}^{N} a_{it} + (1-\alpha)\sum_{i=1}^{N} b_{it} \quad t \in \mathcal{T} \setminus \{0, T\}$$

$$g^s \geq -g_0 - \sum_{i=0}^{N} R_{iT} S_{i(T-1)}^{af} + \sum_{i=0}^{N} S_{i0} \qquad \text{تقریباً مطمئن}$$

$$w_1 = h_1 - \frac{(h_2 - h_1)(1-\beta_2)}{(\beta_2 - \beta_1)}$$

$$w_2 = \frac{(h_2 - h_1)}{(\beta_2 - \beta_1)}(1-\beta_1)$$

$$w_2 = 1 - w_1 - w_2 = 1 - h_2$$

$$S_{it}^{af} \geq 0, i \in \mathcal{N} \cup \{0\}, \qquad t \in \mathcal{T} \setminus \{T\}$$

$$a_{it}, b_{it} \geq 0, i \in \mathcal{N}, t \in \mathcal{T} \setminus \{T\}$$

$$g_0 \qquad \text{متغیر آزاد در علامت}$$

$$g^s \geq 0$$

در مسئله بالا، عبارت اختصاری «تقریباً مطمئن» برای محدودیت‌هایی که متغیرهای تصادفی دارند به‌کار رفته است.

به‌منظور حل این مسئله، نیاز است تعداد محدودی از مسیرهای نمونه، به نام سناریو، برای بازده‌های تصادفی فرایند تصادفی تولید شود که در این صورت مشکل وجود تعداد زیاد سناریوها به وجود می‌آید. در این حالت، برای حل آن به استفاده از روش‌های تجزیه از جمله تجزیه بندرز[1] نیاز است. برای حل کردن این مشکل، تقریب توزیع اولیه مسیرهای سناریو با توزیع دیگری که اطلاعات کمتری در آن وجود دارد، اما ساختار درخت را به‌خوبی توصیف می‌کند، راهگشا خواهد بود. مسئله تقریب تصادفی مندرج در مسئله بالا با مسئله قطعی زیر تخمین زده می‌شود.

پارامترها و متغیرهای تصمیم مدل

R_{it}: بازده دارایی i در بازه زمانی t	g^s: پارامتر ریسک GlueVaR
X_t: بردار تصمیم برای خرید و فروش سهام	w_i: اوزان ریسک GlueVaR
a_{it}: مقدار خرید سهام دارایی i در بازه زمانی t	γ: سطح ریسک‌گریزی
b_t: مقدار فروش سهام دارایی i در بازه زمانی t	β_1: سطح اطمینان ثانویه
S_{it}^{af}: وضعیت دارایی i در بازه زمانی t بعد از اتخاذ تصمیم X_t	α: سطح اطمینان اولیه ($\alpha < \beta$)
g_0: پارامتر ریسک GlueVaR	h_2: ارتفاع‌های تابع تحریف

رابطه ۲۲)

$$\max_{\left(S_n^{af}, a_n, b_n, g_0 g_2^n,\right)} \gamma \sum_{n=K_T+1}^{K_{T+1}} P_n \sum_{i=0}^{N} R_{in} S_{ik_n}^{af} - w_3(1-\gamma) g_0 - w_2 \frac{1-\gamma}{1-\beta_2} \sum_{n=K_T+1}^{K_{T+1}} P_n g_2^n - w_1 \frac{1-\gamma}{1-\beta_1} \sum_{n=K_T+1}^{K_{T+1}} P_n g_2^n$$

$$s.t.\ S_{i1}^{af} = S_{i0} + a_{i1} - b_{i1}\ i \in \mathcal{N}$$

$$S_{01}^{af} = S_{00} - (1+\alpha) \sum_{i=1}^{N} a_{i1} + (1-\alpha) \sum_{i=1}^{N} b_{i1}$$

$$S_{in}^{af} = R_{in} S_{ik_n}^{af} + a_{in} - b_{in}\ i \in \mathcal{N}, n = 2, \cdots, K_T$$

$$S_{0n}^{af} = R_{0n} S_{0k_n}^{+} - (1+\alpha) \sum_{i=1}^{N} a_{in} + (1-\alpha) \sum_{i=1}^{N} b_{in}\ \ n = 2, \cdots, K_T$$

$$g_2^n \geq -g_0 - \sum_{i=0}^{N} R_{in} S_{ik_n}^{af} + \sum_{i=0}^{N} S_{i0}\ n = K_T + 1, \cdots, K_{T+1}$$

$$w_1 = h_1 - \frac{(h_2 - h_1)(1-\beta_2)}{(\beta_2 - \beta_1)}$$

$$w_2 = \frac{(h_2 - h_1)}{(\beta_2 - \beta_1)}(1-\beta_1)$$

$$w_2 = 1 - w_1 - w_2 = 1 - h_2$$

$$S_{in}^{af} \geq 0, i \in \mathcal{N} \cup \{0\}, n = 1, \cdots, K_T$$

$$a_{in}, b_{in} \geq 0, i \in \mathcal{N}, n = 1, \cdots, K_T$$

g_0 متغیر آزاد در علامت

$$g_2^n \geq 0, n = K_T + 1, \cdots, K_{T+1}$$

1. Benders Decomposition

توجه داشته باشید که تصمیم‌های اتخاذشده در هر گره $n \in \mathcal{K} \setminus \{۱\}$ به تصمیم‌های اتخاذشده در گره والد k_n بستگی دارد. بنابراین ساختاری پلکانی ایجاد می‌شود که در آن اطلاعات طی زمان به‌سمت جلو حرکت می‌کنند. در برنامه‌ریزی تصادفی، وجود چنین ساختاری اجازه می‌دهد تا مسئله را به یک سری زیرمسائل با ابعاد مساوی و کوچک‌تر تجزیه کنیم. هر یک از این زیرمسئله‌ها با یک گره از درخت متناظر بوده و با استفاده از روش‌های تجزیه حل‌شدنی هستند. در مسئله حاضر با توجه به محدودیت‌های CVaR که یک متغیر مشترک g_0 در آنها وجود دارد، نمی‌توان مسئله را تجزیه کرده و برای حل آن از الگوریتم‌های شکست استفاده کرد. به‌جای این روش، مسئله قطعی بزرگ مندرج در مسئله بالا با استفاده از روش‌های برنامه‌ریزی ریاضی تقریبی حل می‌شود.

در خصوص اندازه مسئله خطی بیان‌شده، تعداد $K_{T+۱} + ۳NK_T + ۱$ متغیر تصمیم وجود دارد، $(۳N + ۱)K_T$ از آن مربوط به K_T گره اول است و $K_{T+۱} - K_T + ۱$ از آن گره‌های برگ هستند. همچنین به تعداد $K_{T+۱} + NK_T$ محدودیت وجود دارد که $\left(N + ۱\right) K_T$ آن مربوط به K_T گره اول و $K_{T+۱} - K_T$ از آن گره‌های برگ هستند.

توجه داشته باشید که در کنار ساده بودن روش‌های تقریب خطی، از این روش‌ها بسیار استفاده شده است و در زمینه‌های مختلف کاربردهای زیادی دارند (برای مثال کاربرد در شبکه‌های بی‌سیم، در مسائل ارسال گروهی، در مسائل تخصیص منابع و در مسئله تخصیص سرمایه). بنابراین $\hat{V}_t\left(S_t^{af}\right)$ با یک تقریب جداگانه از نوع زیر جایگزین می‌شود:

$$\widehat{Val}_t\left(S_t^{af}\right) = \sum_{i=0}^{N} \widehat{Val}_{it}\left(S_{it}^{af}\right) \quad \text{رابطه ۲۳)}$$

که در آن فرض می‌کنیم هر تابع $\widehat{Val}_{it}\left(S_{it}^{af}\right)$ به‌صورت زیر باشد:

$$\widehat{Val}_{it}\left(S_{it}^{af}\right) = u_{it} S_{it}^{af}, i \in \mathcal{N} \cup \{0\} \quad \text{رابطه ۲۴)}$$

$u_{it} > ۰$ یک شیب و ارزش نگه‌داری یک واحد پول از دارایی i از دوره $t + ۱$ تا انتهای افـق زمـانی را مشـخص می‌کند. با جای‌گذاری تقریب بالا در معادله‌های بهینه‌سازی رابطه ۲۳، به معادله‌های زیر می‌رسیم.

رابطه ۲۵)

$$\begin{cases} \widehat{Val}_0^{-}(S_0) = \max\limits_{(a_0,b_0)\in\mathcal{A}_0} \sum\limits_{i=0}^{N} u_{i0} S_{i0}^{af} \\ \widehat{Val}_{t-1}\left(S_{t-1}^{af}\right) = \max\limits_{(a_t,b_t)\in\mathcal{A}_t} \sum\limits_{i=0}^{N} u_{it} S_{it}^{af} \quad t = 1,2,\cdots,T-1 \end{cases}$$

اگر هر S_{it}^{af} در رابطه بالا را با معادله های گذار قبل جایگزین کنیم، معادله های بهینه‌سازی رابطه ۲۴ به شکل زیـر درخواهد آمد:

رابطه ۲۶)

$$\widehat{Val}_0^{-}(S_0) = \max_{(a_0,b_0)\in\mathcal{A}_0} \sum_{i=1}^{N} [u_{i0} - (1+\alpha)] a_{i0} + \sum_{i=1}^{N} [-u_{i0} + (1-\alpha)] b_{i0} + \sum_{i=0}^{N} S_{i0}$$

$$\widehat{Val}_{t-1}\left(S_{t-1}^{af}\right) = \max_{(a_t,b_t)\in\mathcal{A}_t} \sum_{i=1}^{N} [u_{it} - (1+\alpha)] a_{it} + \sum_{i=1}^{N} [-u_{it} + (1-\alpha)] b_{it} + \sum_{i=0}^{N} R_{it} S_{i(t-1)}^{af}$$

$$t = 1,2,\cdots,T-1$$

برای مقایسه الگوریتم بالا، از دو الگوریتم استفاده می‌شود که عبارت‌اند از الگوریتم انتخاب سبد سهام با وزن‌های برابر و استفاده از الگوریتم ژنتیک برای انتخاب سبد بهینه سهام. علت استفاده از روش سبد سهام با وزن‌های برابر این است که در پژوهش‌های گذشته کارآمد بودن این مدل بررسی شده است. همچنین علت استفاده از الگوریتم ژنتیک برای مدلی برای مقایسه، این بوده است که کارایی ترکیب الگوریتم ژنتیک با برنامه‌ریزی پویای تصادفی با زمانی که این الگوریتم به‌تنهایی استفاده می‌شود، بررسی می‌شود.

در این مدل تصمیم‌های خرید و فروش به‌گونه‌ای اتخاذ می‌شوند که بعد از اعمال تصمیم، ثروت نهایی به‌صورت مساوی بین دارایی‌ها تقسیم شده باشد. علت انتخاب نوع خاص از سبد سهام عملکرد شایان توجه آن در پژوهش‌های گذشته است.

مدل کلی اجرای پژوهش در قالب شکل ۲ نشان داده شده است.

شکل ۲. مراحل پژوهش

مرحله پنجم: بهینه‌سازی سبد سهام بر اساس الگوریتم ترکیبی: به کمک نرم‌افزار متلب، انتخاب سبد سهام بهینه توسط برنامه‌ریزی پویای تصادفی تقریبی انجام شده است و از آنجا که ابعاد مسئله پیچیده بوده، برای تعیین جواب مسئله در

مدت زمان معقول از تقریب استفاده شده که ریسک از دست دادن پاسخ واقعی مسئله را به‌همراه داشته است. بنابراین برای پوشش این ریسک، اطراف پاسخ بهینه مسئله با استفاده از الگوریتم فراابتکاری ژنتیک جست‌وجو شد. در الگوریتم ژنتیک در ترکیب با برنامه‌ریزی پویای تصادفی و نیز در حالتی که برای مقایسه استفاده شده، جمعیت اولیه ۱۰۰۰ کروموزوم در نظر گرفته شده است که تا حداکثر ۱۰۰۰ نسل الگوریتم روی آنها اجرا می‌شود. در هر نسل ۸۰ درصد کروموزوم‌ها برای تقاطع انتخاب می‌شوند که در آن از عملگر تقاطع تک‌نقطه‌ای استفاده شد و روی بقیه عملگرها جهش انجام می‌شود. در مرحله انتخاب، تعدادی از کروموزوم‌های فعلی که به جواب اصلی مسئله نزدیک‌تر باشند با احتمال بیشتری انتخاب شده و برای تولید کروموزوم‌های جدید استفاده می‌شوند. در این پژوهش از روش چرخ رولت استفاده شده است.

جدول ۱. پارامترهای الگوریتم ژنتیک

جمعیت اولیه	۱۰۰۰ کروموزوم
شرط توقف اولیه	بهترین کروموزوم‌ها پس از ۳۰ بار اجرای الگوریتم تغییر نکنند.
شرط توقف نهایی	الگوریتم به تعداد ۱۰۰۰ بار تکرار شود.
تعداد جمعیت اصلی	۱۰۰
درصد تقاطع	۰/۸
درصد جهش	۰.۲
روش انتخاب	چرخ رولت[1]

یافته‌های پژوهش

همان‌طور که پیش‌تر توضیح داده شد، در این پژوهش از سه روش استفاده شده است. روش نخست، یک روش ترکیبی از روش‌های قطعی و فراابتکاری بوده و دو روش دیگر برای مقایسه انتخاب شده‌اند که یکی از روش‌ها، روش قطعی بوده که به‌عنوان روشی توانمند معرفی شده و روش دیگر روش فراابتکاری الگوریتم ژنتیک است. نتایج حاصل از روش‌های نام‌برده به شرح زیر است. گفتنی است که در هر سه روش سبدهای سهام با ۱۰۰۰ میلیون ریال اولیه تشکیل شده است.

نتایج حاصل از روش ترکیبی برنامه‌ریزی پویای تصادفی و الگوریتم ژنتیک

در این بخش با استفاده از داده‌های پالایش‌شده ۶۸ شرکت بورسی توسط برنامه‌ریزی پویای تصادفی تقریبی، سبدی تشکیل شده است. از آنجا که از سناریوسازی به روش مونت کارلو برای متغیر تصادفی نرخ بازده استفاده شده و با توجه به اینکه از برنامه‌ریزی پویا در دوره‌های متوالی استفاده شده تا به آخرین دوره برسد، تعداد سناریوها بسیار زیاد شد که مسئله را به یک مسئله‌ای پیچیده تبدیل کرد. برای حل این مسئله با استفاده از روش‌های قطعی باید از تقریب استفاده می‌شد که تعداد سناریوها به حد قابل قبولی کاسته شود و در نتیجه امکان حل مسئله با استفاده از روش برنامه‌ریزی پویا فراهم شود. اما این تقریب موجب می‌شود تا برخی از اطلاعات مسئله که می‌تواند اطلاعات بااهمیتی باشد، از بین برود.

1. Roullette Wheel

بنابراین، با استفاده از الگوریتم ژنتیک، پیرامون جواب حاصل از برنامه‌ریزی پویای تصادفی جست‌وجو شد تا جواب بهینه به دست آید. از آنجا که حل مسئله با استفاده از برنامه‌ریزی پویا و با بهره‌گیری از روش‌های بهینه‌سازی ریاضی زمان‌بر است، تلاش شده است تقریب‌ها تا جایی انجام شوند که زمان معقولی برای حل مسئله صرف شود. بنابراین روش‌های مورد استفاده از لحاظ زمان‌بر بودن نیز با یکدیگر مقایسه شده‌اند. در برنامه‌ریزی پویای تصادفی که پیش‌تر ارائه شد، چند پارامتر دیگر نیز تأثیرگذار هستند که عبارت‌اند از پارامتر ریسک‌گریزی γ و پارامترهای α و β برای تخمین GlueVaR. برای جلوگیری از پیچیدگی فقط پارامتر ریسک‌گریزی تغییر داده شده، اما پارامترهای محاسبه معیار ریسک GlueVaR ثابت فرض شده است. مسئله برای دو ماه حل شده که سبد سهام هر هفته به‌روز شده است. مفروض‌های استفاده از الگوریتم ژنتیک پیش از این ارائه شده است.

جدول۲. نتایج حاصل از روش ترکیبی

$\gamma = ۰/۲$	**بازده**	۰/۱۵۵۶۲۳۹	$\gamma = ۰/۵$	**بازده**	۰/۱۶۳۹۸۵۴	$\gamma = ۰/۸$	**بازده**	۰/۱۶۹۵۶۵۳
	GlueVaR	۱۶/۵۳۸۷		**GlueVaR**	۱۸/۲۹۸۵۴		**GlueVaR**	۹۵۶۸۳
	β	۰/۹۵		**β**	۰/۹۵		**β**	۰/۹۵
	α	۰/۹		**α**	۰/۹		**α**	۰/۹
	θ	٪۰/۵		**θ**	٪۰/۵		**θ**	٪۰/۵
	ارزش نهایی سبد	۱۱۵۵/۴۳		**ارزش نهایی سبد**	۱۱۶۳/۶۵		**ارزش نهایی سبد**	۱۱۶۹/۲۵
	هزینه معامله‌ها	۷۳/۵۶		**هزینه معامله‌ها**	۸۵/۲۳		**هزینه معامله‌ها**	۸۹/۶۵
	زمان ـ ثانیه	۱۷۱۰		**زمان ـ ثانیه**	۱۶۷۸		**زمان ـ ثانیه**	۱۷۴۵

مشاهده می‌شود در این روش، در حالتی که سرمایه‌گذار ریسک‌پذیرتر است، بازده بیشتری کسب کرده است. گفتنی است، در هر روش پس از یافتن وزن‌های اولیه برای استفاده از الگوریتم ژنتیک، این الگوریتم پنج بار تکرار شده است تا از ثبات نتیجه حاصل از آن اطمینان به دست آید و به‌عنوان جواب مسئله، بهترین سبد یافت‌شده پیشنهاد شده است.

روش سبد سهام با وزن‌های برابر

در این روش مبلغ اولیه به‌صورت مساوی بین سهام‌های منتخب تقسیم شده است. همچنین فرض شده که نرخ بازده‌ها طی زمان مطابق با روش قبل تغییر کند. بنابراین طی هشت دوره‌ای که نرخ‌های متفاوت وجود دارد، بازده سبد سرمایه‌گذاری محاسبه می‌شود. ریسک سرمایه‌گذاری با توجه به مفروض‌های قبل محاسبه می‌شود. نتایج این روش به شرح زیر است.

جدول۳. نتایج حاصل از روش سبد سرمایه‌گذاری با وزن‌های برابر

$\gamma = ۰/۲$	**بازده**	۰/۱۵۱۸۴۳۲	$\gamma = ۰/۵$	**بازده**	۰/۱۵۸۳۹۰۱	$\gamma = ۰/۸$	**بازده**	۰/۱۶۴۸۶۷۳
	GlueVaR	۱۵/۳۲۶۲		**GlueVaR**	۱۷/۷۰۶۵		**GlueVaR**	۱۸/۲۳۰۵
	ارزش نهایی سبد	۱۱۵۱/۶۴		**ارزش نهایی سبد**	۱۱۵۸/۴۶		**ارزش نهایی سبد**	۱۱۶۴/۷۳
	هزینه معامله‌ها	۲۳/۳۷		**هزینه معامله‌ها**	۲۷/۸۵		**هزینه معامله‌ها**	۳۱/۲۲
	زمان	۶۷۶		**زمان**	۵۶۵		**زمان**	۶۸۳

مشاهده می‌شود که در هر روش و در هر سطح ریسک‌پذیری، بازده به‌دست‌آمده در مقایسه با ریسک سبد، از روش قبل کمتر است. این بدان مفهوم است که در روش ترکیبی با توجه به اینکه برنامه‌ریزی پویا و الگوریتم ژنتیک به انتخاب سهام‌های مناسب اقدام می‌کنند، سهم‌هایی که طی دوره‌ها در مقایسه با ریسک بازدهی کمتری کسب کرده را در نظر نگرفته یا وزن بسیار کمی به آن تخصیص می‌دهد. این در حالی است که در روش سبد سرمایه‌گذاری با وزن‌های برابر، همه سهام‌ها در سرمایه‌گذاری وزن‌های برابر دارند. اما زمان محاسبه این روش و سادگی آن در مقایسه با روش قبل شایان توجه است.

روش الگوریتم ژنتیک

در این روش اطلاعات سهام منتخب در اختیار الگوریتم ژنتیک قرار می‌گیرد. این الگوریتم در دوره نخست به انتخاب سبد سهام بهینه اقدام کرده و در این دوره پنج بار تکرار می‌شود تا از ثبات پاسخ اطمینان حاصل شود. پس از آن بازده‌ها با استفاده از نرخ‌های موجود در دوره نخست محاسبه شده و به دوره بعد منتقل می‌شوند. این روند در هشت دوره ادامه یافته و این الگوریتم در مجموع ۴۰ بار تکرار می‌شود. در نهایت پاسخ بهینه ارائه‌شده در این الگوریتم به شرح جدول زیر است.

جدول٤. نتایج حاصل از روش الگوریتم ژنتیک

$\gamma = ۰/۲$	بازده	۰/۱۵۳۸۷۵۴	$\gamma = ۰/۵$	بازده	۰/۱۶۱۸۷۲۳	$\gamma = ۰/۸$	بازده	۰/۱۶۷۴۳۷۸
	GlueVaR	۱۵/۸۳۵۴		GlueVaR	۱۷/۹۲۲۸		GlueVaR	۱۸/۶۲۴۷
	ارزش نهایی سبد	۱۱۵۳/۸۳		ارزش نهایی سبد	۱۱۶۱/۵۲		ارزش نهایی سبد	۱۱۶۶/۹۷
	هزینه معاملات	۶۸/۳۵		هزینه معاملات	۷۱/۲۸		هزینه معاملات	۷۱/۳۹
	زمان	۱۰۱۰		زمان	۹۸۴		زمان	۱۰۰۳

مشاهده می‌شود که در هر روش و در هر سطح ریسک‌پذیری نتایج این روش از روش دوم بهتر بوده، اما از روش نخست ضعیف‌تر است. برای اعلام نتایج نهایی در هر یک از روش‌ها، در ادامه آزمون‌های فرض انجام شد.

جدول ۵ نتایج سبدهای سهام بهینه حاصل از سه الگوریتم مورد بررسی این پژوهش را نشان می‌دهد. از آنجا که متغیر تصادفی بررسی‌شده، نرخ بازده است که طی افق زمانی بر اطلاعات تأثیر می‌گذارد، میانگین نتایج حاصل از روش‌ها را با اطلاعات ورودی مختلف از لحاظ سرعت هم‌گرایی بررسی کرده و ریسک و بازده آنها را نیز ارائه کردیم. توجه به این نکته ضروری است که مطابق با گزارش مرکز پردازش اطلاعات مالی ایران، میانگین بازدهی سالانه صندوق‌های سرمایه‌گذاری در سهام در سال ۱۳۹۶، ۱۵/۸۴ درصد، در دوره شش ماهه ۸/۲۷ درصد و در دوره سه ماهه ۱/۳۳− درصد بوده است. اطلاعات جدول ذیل نشان می‌دهد که الگوریتم ارائه‌شده در مقایسه با صندوق‌های سرمایه‌گذاری در سهام فعال در کشور، بازدهی بهتری کسب کرده است.

جدول ۵. نتایج مقایسه‌ای سبدهای سهام منتخب الگوریتم‌ها

ردیف	نوع الگوریتم	بازده سبد	ریسک سبد	تابع هدف	رتبه الگوریتم
۱	الگوریتم ترکیبی	۰/۱۷۶۴۹۸۳	۱۷/۸۵۱۸	۱۱۷/۵۵	رتبه نخست
۲	الگوریتم ژنتیک	۰/۱۶۲۱۳۴۵	۱۷/۲۳۷۱	۱۱۶/۱۸	رتبه دوم
۳	الگوریتم سبد با وزن‌های برابر	۰/۱۵۷۳۴۸۶	۱۶/۷۵۴۴	۱۱۴/۹۶	رتبه سوم

در خصوص آزمون‌های فرض، ابتدا به هم‌واریانسی هر یک از روش‌ها توجه می‌شود تا بتوان در رابطه با برابر بودن یا نبودن واریانس‌ها تصمیم‌گیری کرد. این موضوع با انجام آزمون هم‌واریانسی T دو نمونه زوج‌شده انجام می‌گیرد که نتایج آن در ادامه ارائه شده است. در واقع در جدول ۶ آزمون آماری زیر انجام می‌شود که در آن هرگاه مقدار حداکثر سطح معناداری در سطر آخر کمتر از ۰/۰۵ باشد فرض عدم تساوی واریانس با اطمینان ۰/۹۵ رد خواهد شد.

H_0: واریانس دو روش برابر نیست

H_1: واریانس دو روش برابر است

جدول ٦. نتایج آزمون T دو نمونه زوج‌شده

الگوریتم‌ها	اختلافات زوج شده				آماره T	درجه آزادی	معیار تصمیم‌گیری
	میانگین زوج‌ها	انحراف معیار زوج	فاصله اطمینان اختلاف دو وزن				
			کران بالا	کران پایین			
۱–۲	۰/۱۷۶۸۵	۱/۲۶۹۱۷	۰/۲۲۲۳۹۶	−۰/۲۶۶۶۸	−۰/۱۷۹۵۳	۱۰۵	۰/۸۵۷۸۷۱
۱–۳	۰/۱۶۸۵۴	۱/۴۸۶۳۲	۰/۲۸۲۹۵۱	−۰/۲۱۱۶۳	۰/۲۸۵۹۲۲	۱۰۵	۰/۷۷۵۵۰۱
۲–۳	۰/۱۶۲۴۳	۱/۸۴۵۶۹	۰/۳۷۹۹	−۰/۲۶۴۳	۰/۳۵۵۸۱۱	۱۰۵	۰/۷۲۲۶۹۶

در صورتی که فرضیه هم‌واریانسی پذیرفته شود، می‌توان برای مقایسه از آزمون ویلکاکسون[1] استفاده کرد. آزمون ویلکاکسون، آزمونی به‌نسبت قوی است که جهت و میزان تغییر را بررسی می‌کند. آزمون T که از مقایسه واریانس سرمایه‌گذاری در سبدهای سهام انتخاب‌شده انجام شد و در تمام حالات فرض برابری واریانس جفت الگوریتم‌ها اثبات شد.

از این رو، برای مقایسه تمام الگوریتم‌ها آزمون ویلکاکسون استفاده شد، در ادامه برای آزمون فرضیه‌ها، با کمک آزمون ویلکاکسون در سطح ۵ درصد الگوریتم‌ها با یکدیگر مقایسه شده است. در ادامه، خلاصه این آزمون ناپارامتریک ارائه شده است.

H_0: بین ریسک سرمایه‌گذاری در سبدهای سهام انتخاب‌شده توسط دو الگوریتم تعیین‌شده تفاوت معناداری وجود ندارد

H_1: بین ریسک سرمایه‌گذاری در سبدهای سهام انتخاب‌شده توسط دو الگوریتم تعیین‌شده تفاوت معناداری وجود دارد

1. Wilcoxon Signed Ranks Test

جدول ۷. خلاصه آزمون ویلکاکسون

شرح		الگوریتم ترکیبی	الگوریتم ژنتیک
الگوریتم ترکیبی	آماره آزمون	۰/۷۴۶-	۰/۷۷۴-
	سطح معناداری	۰/۴۵۶	۰/۴۳۹
الگوریتم ژنتیک	آماره آزمون		۱/۳۴۳-
	سطح معناداری		۰/۱۷۹

نتایج فرضیه‌های اصلی پژوهش به شرح جدول‌های ۸، ۹ و ۱۰ است.

جدول ۸. مقایسه میانگین بازدهی توسط الگوریتم‌های مختلف

	۱-۲	۱-۳	۲-۳
آماره آزمون	۱/۰۱۷-	۰/۵۸۴-	۰/۸۵۳-
سطح معناداری	۰/۳۸۵	۰/۰۴۶	۰/۱۷۹

بر اساس جدول ۸ نتایج آزمون ویلکاکسون نشان می‌دهد که سطح معناداری دو به دوی الگوریتم‌ها به‌ترتیب ۰/۳۸۵، ۰/۰۴۶ و ۰/۱۷۹ بوده که دو مورد از آنها بیشتر از ۰/۰۵ است. بنابراین با احتمال ۹۵ درصد می‌توان گفت که بین دقت دو جفت از الگوریتم‌ها اختلاف معناداری وجود ندارد و برای آنها فرضیه نخست در سطح معناداری ۵ درصد رد می‌شود. به بیان دیگر برتری الگوریتم‌ها از لحاظ میانگین بازدهی‌ها در مقایسه با یکدیگر به‌صورت نسبی است و بیانگر برتری کامل یک الگوریتم در مقایسه با الگوریتم دیگر نیست.

جدول ۹. مقایسه CVaR سرمایه‌گذاری توسط الگوریتم‌های مختلف

	۱-۲	۱-۳	۲-۳
آماره آزمون	۰/۹۶۷-	۰/۵۷۲-	۰/۵۳۸-
سطح معناداری	۰/۲۸۸	۰/۰۳۲	۰/۰۷۵

بر اساس جدول ۹ نتایج آزمون ویلکاکسون برای مقایسه دو به دوی الگوریتم‌ها نشان می‌دهد که سطح معناداری آنها به‌ترتیب ۰/۲۸۸، ۰/۰۳۲ و ۰/۰۷۵ بوده که به‌استثنای روش ترکیبی و وزن ثابت، سایر روش‌ها سطح معناداری بیشتر از ۰/۰۵ دارند. بنابراین با احتمال ۹۵ درصد می‌توان گفت که بین دقت الگوریتم‌های ۱ و ۲ و همچنین الگوریتم‌های ۲ و ۳ اختلاف معناداری وجود ندارد و فرضیه در سطح معناداری ۵ درصد برای آنها رد می‌شود. بنابراین می‌توان نتیجه‌گیری کرد که الگوریتم پیشنهادی از کارایی شایان توجهی برخوردار است و می‌تواند با دقت بیشتری در مقایسه با دو روش دیگر به جواب بهینه در سبد سهام دست یابد.

جدول ۱۰. مقایسه $GlueVaR$ سرمایه‌گذاری توسط الگوریتم‌های مختلف

	۱-۲	۱-۳	۲-۳
آماره آزمون	-۰/۵۳۲	-۰/۳۲۴	-۰/۵۰۲
سطح معناداری	۰/۱۶۷	۰/۰۳۲	۰/۲۳۹

بر اساس جدول ۱۰ نتایج آزمون ویلکاکسون برای مقایسه دو به دوی الگوریتم‌ها نشان می‌دهد که سطح معناداری آنها به‌ترتیب ۰/۱۶۷، ۰/۰۳۲ و ۰/۲۳۹ بوده که به‌استثنای الگوریتم‌های ۱ و ۳، سطح معناداری سایر مقایسه‌ها بیشتر از ۰/۰۵ است. بنابراین با احتمال ۹۵ درصد می‌توان گفت که بین دقت دو زوج الگوریتم مطابق با جدول بالا اختلاف معناداری وجود ندارد و فرضیه در سطح معناداری ۵ درصد رد می‌شود.

یافته‌های مدیریتی

امروزه یکی از دغدغه‌های مهم مدیران سرمایه‌گذاری و مالی، تصمیم‌گیری بهینه در سرعت بالا و در بین انبوهی از حجم اطلاعات و داده‌های مربوط به سهام و بازار سرمایه است. به‌خصوص زمانی که تنوع سرمایه‌گذاری در پرتفوهای سرمایه‌گذاری افزایش می‌یابد، اتخاذ تصمیم‌گیری بهینه با در نظر گرفتن محدودیت‌های بازده مورد انتظار و سطح ریسک پذیرفتنی و نقدشوندگی دارایی‌ها و سایر متغیرهای دیگر بسیار حائز اهمیت می‌شود.

با توجه به روش پیشنهادشده در این پژوهش و همچنین یافته‌های مندرج در بخش قبل، می‌توان نتیجه گرفت که برای تعیین بهینه یک سبد سهام در بازار سرمایه زمانی که تصمیم به استفاده از بیش از ۵ سهم گرفته شده باشد، نمی‌توان از مدل‌های ریاضی استفاده کرد. به‌خصوص زمانی که هدف سرمایه‌گذار، بهینه کردن سبد سهام در بلندمدت باشد، پیچیدگی مدل به‌مراتب افزایش یافته و زمان مورد نیاز برای حل مسئله افزایش می‌یابد. از این رو مدیران نهادهای مالی به‌ویژه مدیران صندوق‌های سرمایه‌گذاری و سبدگردانان می‌توانند با استفاده از مدل پیشنهادی این پژوهش و استفاده هم‌زمان از روش‌های ریاضی و فراابتکاری، در زمان معقول، سبد سهام خود را بهینه کنند.

نتیجه‌گیری و بحث

هدف این پژوهش، یافتن روشی کاراتر برای بهینه‌سازی سبد سهام است. در این پژوهش از عامل ریسک GlueVaR استفاده شد که مزایای هر دو معیار اندازه‌گیری ریسک VaR و CVaR را دارد. در زمینه بهبود مدل‌سازی، پژوهشگران معمولاً به‌سراغ روش‌های قطعی یا فراابتکاری می‌روند و توجه کامل خود را بر بهبود یکی از این دو روش معطوف می‌کنند. اما از آنجا که هر یک از این دو روش مزایای خاص خود را دارند، در این پژوهش به استفاده هم‌زمان آنها پرداخته شد، به‌طوری که با روش برنامه‌ریزی تصادفی و استفاده از آن در چندین دوره متوالی و تقریب آن برای کاهش ابعاد مسئله، پاسخ اولیه‌ای برای سبد سهام حاصل شد. اما ممکن است پاسخ به‌دست‌آمده پاسخی بهینه نباشد، زیرا با تقریب‌های تحمیلی بر مدل حاصل شده است. بنابراین از الگوریتم ژنتیک که کارایی خود را در پژوهش‌های مختلف به اثبات رسانده است، استفاده شد. با استفاده از این الگوریتم و با استفاده از پاسخ برنامه‌ریزی پویای تقریبی به‌عنوان یک پاسخ اولیه به جست‌وجوی پاسخ بهتر پرداختیم و در صورت یافتن پاسخ بهتر، آن را جایگزین پاسخ اولیه کردیم. انتخاب

سبد ذکرشده از بین صد شرکت پذیرفت‌شده در بورس اوراق بهادار تهران انجام شد. برای فرضیه پژوهش ابتدا آزمون هم‌واریانسی انجام شد. آزمون T از مقایسه واریانس سرمایه‌گذاری سبدهای سهام انتخاب‌شده انجام شده و فرض برابری واریانس جفت الگوریتم‌ها اثبات شد. از این رو، برای مقایسه دو به دوی الگوریتم‌ها از آزمون ویلکاکسون استفاده شد و در ادامه برای آزمون فرضیه، الگوریتم‌ها با کمک آزمون ویلکاکسون در سطح ۵ درصد با یکدیگر مقایسه شدند. بین میانگین بازده سرمایه‌گذاری در سبدهای شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران بررسی‌ها تفاوت معناداری را نشان نداد اما ریسک‌ها در دو روش با وزن‌های برابر و روش ترکیبی تفاوت معنادار را نشان دادند. آزمون‌های آماری مربوطه نشان‌دهنده عملکرد مناسب الگوریتم پیشنهادی این پژوهش است. همچنین به‌منظور مقایسه الگوریتم‌ها و بررسی برتری آنها، مقایسه‌ها از دو بعد تابع هدف و نسبت بازده به ریسک نیز بررسی شدند. نتایج به‌دست‌آمده، نشان‌دهنده برتری نسبی الگوریتم پیشنهادی در انتخاب سبد سهام بهینه است. در مقایسه نسبت بازده و ریسک، الگوریتمی دارای برتری است که دارای نسبت بزرگ‌تری باشد و از آنجا که نسبت بازده و ریسک الگوریتم ترکیبی، بزرگ‌ترین نسبت را دارد، برتری نسبی این الگوریتم در انتخاب سبد سهام بهینه، دوباره اثبات شد.

منابع

ابریشمی، آذین؛ یوسفی زنوز، رضا (۱۳۹۴). انتخاب سبد سهام با استفاده از بهینه‌سازی استوار. *تحقیقات مالی*، ۱۶ (۲)، ۲۰۱– ۲۱۸.

پاکمرام، عسگر؛ بحری ثالث، جمال؛ ولی‌زاده، مصطفی (۱۳۹۶). انتخاب و بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم ژنتیک، با بهره‌گیری از مدل میانگین ـ نیمه واریانس مارکوویتز. *فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*، ۸ (۳۱)، ۱۹– ۴۲.

خالوزاده، حمید؛ امیری، نسیبه (۱۳۸۵). تعیین سبد سهام بهینه در بازار بورس ایران بر اساس نظریه ارزش در معرض ریسک. *مجله تحقیقات اقتصادی*، (۷۳)، ۲۱۱– ۲۳۱.

رجبی، مهسا؛ خالوزاده، حمید (۱۳۹۵). بهینه‌سازی و مقایسه سبد سهام در بورس اوراق بهادار تهران با بهره‌مندی از الگوریتم‌های بهینه‌سازی تکاملی چندهدفه. *تحقیقات مالی*، ۱۶ (۲)، ۲۵۳–۲۷۰.

شریفی سلیم، علیرضا؛ مؤمنی، منصور؛ مدرس یزدی، محمد؛ راعی، رضا (۱۳۹۴). برنامه‌ریزی تصادفی چندهدفه برای انتخاب سبد سهام، *مدیریت صنعتی*، ۷ (۳)، ۴۸۹–۵۱۰.

عبدالعلی‌زاده شهیر، سیمین؛ عشقی، کوروش (۱۳۸۲). کاربرد الگوریتم ژنتیک در انتخاب یک مجموعه دارایی از سهام بورس اوراق بهادار. *فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران*، ۱۷ (۵)، ۱۷۵– ۱۹۲.

علی‌پور جورشری، ارمغان؛ یاکیده، کیخسرو؛ محفوظی، غلامرضا (۱۳۹۶). بهینه‌سازی سبد سهام با حداقل میانگین انحرافات مطلق کارایی‌های متقاطع، *مدیریت صنعتی*، ۹ (۳)، ۴۷۵–۴۹۶.

قدوسی، سعید؛ تهرانی، رضا؛ بشیری، مهدی (۱۳۹۱). بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از روش تبرید شبیه‌سازی شده. *تحقیقات مالی*، ۱۷ (۱)، ۱۴۱– ۱۵۸.

گودرزی، مهشید؛ یاکیده، کیخسرو؛ محفوظی، غلامرضا (۱۳۹۵). بهینه‌سازی سبد سهام با تلفیق کارایی متقاطع و نظریه بازی‌ها. *مدیریت صنعتی*، ۸ (۴)، ۶۸۵–۷۰۶.

محبی، نگین؛ نجفی، امیرعباس (۱۳۹۷). بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری چنددوره‌ای با رویکرد برنامه‌ریزی پویا. *مطالعات مدیریت صنعتی*، ۱۶(۵۰)، ۱-۲۶.

References

Abdolalizade Shahir, S., & Eshghi, K. (2004). Using Genetic Algorithm in Selecting a Portfolio in Stock Exchange. *Journal of Iran Economic Researches*, 17 (5), 175-192. (*in Persian*)

Abrishami, A., & Yousefi Zenouz, R. (2015) Portfolio Selection by Robust Optimization. *Journal of Financial Researches*, 16 (2), 201-218. (*in Persian*)

Azar, A., & Ramouz, N., & Atefatdoust, A. (2012). The Application of Non-inferior Set Estimation (NISE) Method in Optimum Portfolio Selection (Case Study: Tehran Security Exchange). *Journal of Financial Researches*, 14 (2), 1-14. (*in Persian*)

Belles-Sampera, J., Guillen, M., Santolino, M. (2014). Beyond Value-at-Risk: GlueVaR distortion risk measure. *Risk Analysis,* 34(1), 121-134.

Birge, J. R. & Louveaux, F. V. (2000). A multicut algorithm for two-stage stochastic linear programs. *European Journal of Operational Research*, 34, 384–392.

Chang, T. J., Meade, N., Beasley, J. E. & Sharaiha, Y. M. (2000). Heuristics for cardinality constrained portfolio optimization. *Computers & Operations Research*, 27 (13), 1271-1302.

DeMiguel, V., Garlappi, L. & Uppal, R. (2009). Optimal versus Naive Diversification: How Inefficient is the 1/N Portfolio Strategy? *Review of Financial Studies*, 22(5), 1915–1953.

Erica, E., Handari, B. & Hertono, C. (2018). AIP Conference Proceedings Agglomerative clustering and genetic algorithm in portfolio optimization. *AIP Conference Proceedings 2023*, 02017, https://doi.org/10.1063/1.506421.

Goodarzi, M., Yakideh.K., Mahfoozi.GH. (2017). Portfolio optimization by synthesis of cross efficiency and Game theory. *Journal of Industrial Management*, 8(4), (2017), 685-706. (*in Persian*)

Jia, Jianmin & Dyer, James S. (1996). A Standard Measure of Risk and Risk-Value Models. *Management Science*, 42(12), 1691-1705.

Karamanis, D. (2013). *Stochastic Dynamic Programming Methods for the Portfolio Selection Problem*. Thesis. London School of Business.

Khalouzadeh, H., Amiri, N. (2006). Optimal Portfolio Selection in Iran Stock Eechange Via Value at Risk Theory. *Journal of Economic Researches,* (73), 211-231. (*in Persian*)

Kumar, C., Najmud Doja, M. (2018). A novel framework for portfolio selection model using modified ANFIS and fuzzy sets. *Journal of Computers*.185(3), 453-485.

Li, P., Han, Y., Xia, Y. (2016). Portfolio Optimization Using Asymmetry Robust Mean Absolute Deviation Model. *Finance Research Letters*, 21(44), 1-10.

Lin, C.C., Liu, Y.T. (2008). Genetic algorithms for portfolio selection problems with minimum transaction lots. *European Journal of Operational Research*, 185(1), 393-404.

Pakmaram, A., & Bahri Sales, J., & Valizadeh, M. (2017). Selection and Portfolio Optimization by Genetic Algorithms using the Mean Semi-Variance Markowitz Model. *Journal of Financial Engineering and Securities Management*, 8 (31), 19-42. (*in Persian*)

Qodsi, S., Tehrani, R., & Bashiri, M. (2014) Portfolio optimization with simulated annealing algorithm. *Journal of Financial Researches*, 17 (1), 141-158. (*in Persian*)

Rajabi, M., & Khaloozadeh, H. (2016). Optimal Portfolio Prediction in Tehran Stock Market using Multi-Objective Evolutionary Algorithms, NSGA-II and MOPSO. *Journal of Financial Researches*, 16 (2), 253-270. (*in Persian*)

Rockafellar, R. T. & Uryasev, S. (2000). Optimization of conditional value-at-risk. *Journal of Risk*, 2(3), 21–41.

Roudier, F. (2007). *Portfolio optimization and Genetic Algorithms*. Thesis. Zurich.

Sampera, J., Guillen, M., Santolino, M. (2014). Beyond Value-at-Risk: GlueVaR distortion risk measure. *Risk Anal*, 34(1), 121-134.

Sharma, A., Mehra, A. (2016). Financial analysis based sectoral portfolio optimization under second order stochastic dominance. *Journal of Management*, 2(3), 55–82.