مدیریت صنعتی
دانشکدهٔ مدیریت دانشگاه تهران
دورهٔ ۶، شمارهٔ ۱
بهار ۱۳۹۳
ص. ۱۱۰-۹۷

ارائهٔ روش حل دقیق برای بهبود پایایی سیستم‌های k از n در مسئلهٔ تخصیص مازاد با انتخاب راهبرد مازاد

سید محمود قاضی میرسعید[۱]، امیرعباس نجفی[۲]، حمید شهریاری[۳]

چکیده: از مهم‌ترین مسائل در زمینهٔ بهینه‌سازی قابلیت اطمینان سیستم‌ها، مسئلهٔ تخصیص مازاد است که در ساختارهای مختلفی بررسی شده است. ساختار k از n، ساختاری کلی است و از طریق آن می‌توان مجموعهٔ وسیع‌تری از مسائل را تجزیه‌وتحلیل کرد. بنابراین، در این مقاله، سیستم‌های k از n بررسی شده‌اند. در اغلب مسائل تخصیص مازاد، فرض می‌شود که راهبرد مازاد برای هر زیرسیستم از قبل مشخص و ثابت است، اما در سیستم‌های واقعی، انتخاب راهبرد مازاد برای هر زیرسیستم، قابلیت اطمینان سیستم را افزایش می‌دهد. در این مقاله، انتخاب راهبرد مازاد برای هر زیرسیستم، متغیر تصمیم در نظرگرفته شده است. با توسعهٔ مدل ریاضی و تبدیل آن به مدل خطی و با استفاده از برنامه‌ریزی عدد صحیح، جواب بهینهٔ مسئله به دست آمده است. کارایی روش پیشنهادی با حل یک مثال معتبر در ادبیات موضوعی و مقایسهٔ نتایج آن بررسی شده است.

***واژه‌های کلیدی:* انتخاب راهبرد مازاد، برنامه‌ریزی عدد صحیح، سیستم‌های k از n، مسئلهٔ تخصیص مازاد.**

۱. دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکدهٔ مهندسی صنایع، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران
۲. استادیار دانشکدهٔ مهندسی صنایع، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران
۳. دانشیار دانشکدهٔ مهندسی صنایع، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۱/۱۱/۲۴
تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۲/۰۴/۱۵
نویسندهٔ مسئول مقاله: امیرعباس نجفی
E-mail: aanajafi@kntu.ac.ir

مقدمه

یکی از روش‌ها به‌منظور افزایش قابلیت اطمینان کل سیستم، استفاده از اجزای مازاد در کنار اجزای اصلی سیستم است. استفاده از اجزای مازاد به بالا رفتن حجم، وزن و هزینهٔ سیستم منجر خواهد شد. بنابراین، مسئلهٔ تخصیص مازاد شامل تعیین همزمان نوع اجزای به کار رفته در سیستم و سطح مازادسازی به‌منظور برآورده کردن محدودیت‌های در نظر گرفته شده و با هدف بهینه‌سازی شاخص‌های عملکردی سیستم، مانند حداقل کردن هزینه یا حداکثر کردن قابلیت اطمینان سیستم است.

پیشینهٔ پژوهش

مسئلهٔ تخصیص مازاد، یکی از مهم‌ترین مسائل در زمینهٔ بهینه‌سازی قابلیت اطمینان سیستم‌ها است و تاکنون در ساختارهای مختلف و با توابع هدف و فرضیات مختلف مطالعه شده است. همچنین، روش‌های متنوعی برای حل مسئلهٔ تخصیص مازاد ارائه شده است، ازجمله برنامه‌ریزی عدد صحیح (بلوفین و لیو، ۱۹۸۵ و جن، آیدا و لی، ۱۹۹۰)، برنامه‌ریزی پویا (فیف، هینز و لی، ۱۹۶۸ و ناکاگاوا و میازاکی، ۱۹۸۱)، روش‌های ابتکاری (فام، ۱۹۹۲)، الگوریتم ژنتیک (کویت و اسمیت، ۱۹۹۵) و غیره.

از میان ساختارهای مورد مطالعه، به ساختار سری ـ موازی توجه بیشتری شده و تحقیقات بسیاری دربارهٔ آن انجام شده است. کویت و اسمیت (۱۹۹۶) مدلی ارائه کردند که در آن قابلیت اطمینان اجزای سیستم متغیری تصادفی در نظر گرفته شده است. کویت (۲۰۰۱) در تحقیقی مسئلهٔ بهینه‌سازی مازادسازی آمادهٔ کار سرد برای سیستم‌های غیرقابل تعمیر را بررسی کرده است. رامیرز ـ مارکوئز، کویت و کوناک (۲۰۰۴) رویکرد جدید ماکزیمم ـ مینیمم را به جای رویکرد قدیمی حداکثرسازی قابلیت اطمینان معرفی کردند.

رامیرزـ مارکوئز و کویت (۲۰۰۴) روشی ابتکاری برای حل مسئلهٔ تخصیص مازاد سیستم سری ـ موازی چند حالته ارائه کردند. یو و چن (۲۰۰۵) روشی ابتکاری برای مسئلهٔ مازادسازی ارائه کردند. در تحقیقی دیگر، لیانگ، لو و چن (۲۰۰۷) الگوریتم جست‌وجوی همسایگی را برای هر دو تابع هدف، یعنی حداکثرسازی قابلیت اطمینان و حداقل‌سازی هزینه‌های سیستم، به کار بردند. از دیگر تحقیقات در این زمینه، می توان به بیلیونت (۲۰۰۸) و بجی و همکاران (۲۰۱۰) اشاره کرد.

ساختار k از n ساختار کلی‌تری نسبت به ساختار سری ـ موازی است و قابلیت‌ها برای تجزیه‌وتحلیل مجموعهٔ وسیع‌تری از مسائل را افزایش و بنابراین، ابزار بهتری را در اختیار

طراحان و مهندسان تجزیه‌وتحلیل‌کنندهٔ مسائل بهینه‌سازی قابلیت اطمینان قرار می‌دهد. ازاینرو، ساختار مورد بررسی در این تحقیق ساختار k از n است. دربارهٔ سیستم‌های با ساختار k از n نیز تحقیقات بسیاری انجام شده است، فام (۱۹۹۲) مدلی را برای بهینه‌سازی قابلیت اطمینان ساختار k از n ارائه کرد. سویچ و پاترسن (۱۹۹۱) مدلی را برای حداقل کردن هزینهٔ سیستم؛ بای، یان و چانگ (۱۹۹۱) مدلی را برای مشخص کردن تعداد اجزای مازاد با در نظر گرفتن خرابی با علت مشترک (CCF)[1] ارائه کردند.

چیانگ و چیانگ (۱۹۸۶) و هوانگ و شای (۱۹۸۹) ایستگاه‌های تقویت‌کنندهٔ ارتباطات موبایل را به‌عنوان سیستم k از n بررسی کردند. ناکاگاوا و میازاکی (۱۹۸۱) از رویکرد جانشینی برای ترکیب دو محدودیت وزن و هزینه به یک محدودیت استفاده کردند. انیشی، کیمورا، جیمز و ناکاگاوا (۲۰۰۷) نیز روش جانشینی محدودیت[2] (ISC) را به کار برده‌اند. سوکتیپ و همکاران (۲۰۱۱) مسئلهٔ بهینه‌سازی قابلیت اطمینان سیستم k از n را، در حالتی که k متغیر تصمیم باشد، ارائه کردند.

برای زیرسیستم‌ها، ممکن است دو نوع راهبرد مازاد به کار رود: فعال و آمادهٔ کار. در هر زیرسیستم، اجزای مازاد می‌توانند یا در حالت فعال یا در حالت آمادهٔ کار قرار داشته باشند. برای زیرسیستم با ساختار k از n و راهبرد آمادهٔ کار سرد، k تا از n جزء زیرسیستم در حالت تمام‌فعال و در معرض وقوع خرابی قرار دارند، در صورت وقوع خرابی در یک جزء، یکی از اجزای مازاد که در حالت آمادهٔ کار سرد قرار دارد، فعال می‌شود. در اکثر تحقیقات انجام گرفته، فرض بر آن است که فقط از یک نوع راهبرد مازاد برای کل سیستم می‌توان استفاده کرد، بدین معنی که راهبرد مازاد برای کل سیستم، برای مثال، فقط می‌تواند فعال یا آمادهٔ کار سرد باشد. در عمل ممکن است در سیستم، یک زیرسیستم از راهبرد مازاد فعال و زیرسیستم دیگری از مازادسازی آمادهٔ کار سرد استفاده کند. بنابراین، فرض انتخاب راهبرد مازاد به واقعیت بسیار نزدیک‌تر است و ابزار بهتری را در اختیار طراحان قرار می‌دهد. لذا در مسئلهٔ مورد بررسی در این تحقیق، راهبرد مازاد خود متغیر تصمیم در نظر گرفته شده است.

اولین بار، کویت در سال ۲۰۰۳ راهبرد مازاد را به‌عنوان متغیر تصمیم در مورد سیستم‌های سری ـ موازی در نظر گرفت و با استفاده از رویکرد برنامه‌ریزی عدد صحیح بررسی کرد. پس از آن در تحقیقات دیگر، توکلی‌مقدم، صفری و ساسانی (۲۰۰۸)، الگوریتم ژنتیک را برای حل مسئلهٔ تخصیص مازاد سیستم سری ـ موازی با انتخاب راهبرد مازاد، توسعه دادند. مجذوبی و

1. Common Cause Failure
2. Improved Surrogate Constraint

جهرمی (۱۳۸۷) نیز الگوریتم نزول همسایگی متغیر را برای حل مسئلهٔ تخصیص مازاد سیستم سری ـ موازی با انتخاب راهبرد مازاد، ارائه کردند. چمبری، رحمتی، نجفی و کریمی (۲۰۱۲) مدلی دو هدفی را برای حل مسئلهٔ تخصیص مازاد سیستم سری ـ موازی با انتخاب راهبرد مازاد، ارائه کردند که در این تحقیق حداکثرسازی قابلیت اطمینان کل سیستم و حداقل‌سازی هزینه‌ها به طور توأم تابع هدف در نظر گرفته شده است و برای حل مدل از الگوریتم ژنتیک چندهدفی با مرتب‌سازی نامغلوب (NSGA-II)[1] و همچنین الگوریتم چندهدفی بهینه‌سازی پرندگان (MOPSO)[2] استفاده شده است. همچنین در تحقیقی دیگر، صفری (۲۰۱۲) نیز مدل چندهدفی برای سیستم‌های سری ـ موازی ارائه کرد.

کویت و لیو (۲۰۰۰) مدلی را برای حل مسئلهٔ تخصیص مازاد سیستم k از n ارائه کردند که در آن برای هر زیرسیستم از راهبرد مازاد فعال یا آمادهٔ کار سرد استفاده می‌شد اما نوع راهبرد مازاد از قبل مشخص شده بود و انتخاب راهبرد مازاد به‌عنوان متغیر تصمیم لحاظ نشده بود. تحقیقات انجام گرفته در زمینهٔ انتخاب راهبرد مازاد به سیستم‌های سری ـ موازی معطوف است و در مورد سیستم‌های k از n در ادبیات موضوع، تحقیقی یافت نشد که در آن انتخاب راهبرد مازاد مدنظر قرار گرفته باشد و به همین دلیل در این مقاله این مسئله بررسی شده است.

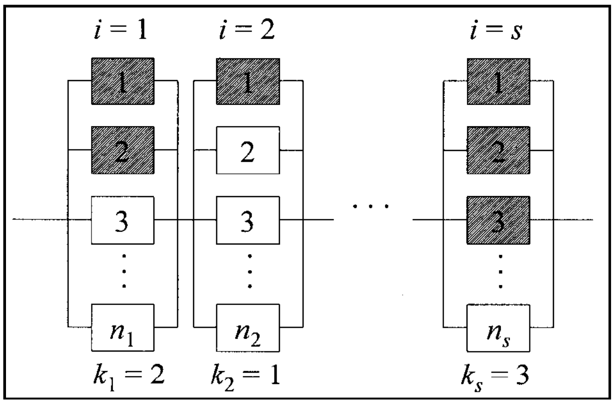
تعریف مسئله و ارائهٔ مدل ریاضی

تعریف مسئله

مسئلهٔ تخصیص مازادی که در این تحقیق بررسی شده است مربوط به سیستمی با s زیرسیستم مستقل k از n است که به صورت سری قرار گرفته‌اند. هر زیرسیستم ممکن است فقط یک عضو داشته یا به صورت k از n باشد. شکل ۱ ساختار مورد بررسی را نشان می‌دهد.

در هر زیرسیستم، اجزای مازاد می‌توانند یا در حالت فعال یا در حالت آمادهٔ کار قرار داشته باشند. برای زیرسیستم با راهبرد آمادهٔ کار سرد، در صورت وقوع خرابی در یک جزء از k جزء، این خرابی تشخیص داده می‌شود و یکی از اجزای مازاد که در حالت آمادهٔ کار سرد قرار دارد، از طریق یک سوئیچ فعال می‌شود که با احتمال ρ_i به صورت صحیح عمل سوئیچ کردن را برای زیرسیستم i انجام می‌دهد. بنابراین، مسئلهٔ مورد بررسی به صورت انتخاب سطح مازادسازی، تعداد اجزای هر زیرسیستم و نوع راهبرد مازاد برای هر زیرسیستم، به‌منظور حداکثرسازی قابلیت اطمینان کل سیستم با در نظر گرفتن محدودیت‌های وزن و هزینه، تعریف می‌شود.

1. Non-dominated Sorting Genetic Algorithms
2. Multi-Objective Particle Swarm Optimization



شکل ۱. سیستم با ساختار k از n

فرضیات مسئلهٔ پژوهش به شرح زیر تدوین شده‌اند:

۱. سیستم و اجزای آن ۲ حالت دارند: درحال کار و ازکارافتاده.
۲. قابلیت اطمینان هر یک از اجزا مشخص است.
۳. وزن و هزینهٔ هر یک از اجزا مشخص و قطعی است.
۴. اجزای مختلفی برای هر زیرسیستم قابل انتخاب هستند، اما برای مازادسازی فقط از نوع انتخاب‌شده برای آن زیرسیستم می‌توان استفاده کرد (در زیرسیستم فقط از یک نوع از اجزا می‌توان استفاده کرد).
۵. ازکارافتادگی اجزا مستقل از یکدیگر است و از توزیع نمایی پیروی می‌کند.
۶. عمل سوئیچ کردن به صورت ناقص اجرا می‌شود.
۷. اجزای ازکارافتاده به سیستم آسیبی وارد نمی‌کنند و همچنین تعمیر نمی‌شوند.

نشانه‌گذاری

تابع قابلیت اطمینان سیستم	$R(t)$
تابع قابلیت اطمینان زیرسیستم iام	$R_i(t)$
تعداد زیرسیستم‌ها	s
اندیس زیرسیستم‌ها $i = ۱, ۲, \dots, s$	i
تعداد اجزای در دسترس به‌منظور انتخاب برای زیرسیستم i	m_i
نوع اجزای به کار رفته در زیرسیستم iام ($z_i \in \{۱, ۲, \dots, m_i\}$)	z_i
اندیس نوع اجزا $j = ۱, ۲, \dots, m_i$	j

هزینهٔ jامین جزء در دسترس برای زیرسیستم i — c_{ij}

وزن jامین جزء در دسترس برای زیرسیستم i — w_{ij}

تعداد اجزای به کار رفته در زیرسیستم iام — n_i

حداکثر تعداد اجزای مجاز به صورت موازی برای زیرسیستم iام — $n_{i\,max}$

کمترین تعداد اجزای موازی مورد نیاز برای عملکرد صحیح زیرسیستم iام — k_i

نرخ خرابی اجزای نوع jام در زیرسیستم iام — λ_{ij}

احتمال سوئیچ کردن موفق در زیرسیستم iام — ρ_i

مدلسازی ریاضی

پایهٔ اصلی مدل پیشنهادی، مدلی است که کویت و لیو (۲۰۰۰) ارائه کرده‌اند که به آن فرض سوئیچ با احتمال وقوع نقص اضافه شده و راهبرد مازاد نیز در آن متغیر تصمیم در نظر گرفته شده است.

مدل ریاضی عمومی مسئلهٔ تخصیص مازاد یک سیستم k از n، به‌منظور حداکثرسازی قابلیت اطمینان سیستم به صورت مسئلهٔ P۱ است که در ذیل آمده است:

Problem P1:

$$\max R(t) = \prod_{i=1}^{s} R_i\left(t, z_i, k_i, n_i\right) \qquad \text{(۱ رابطهٔ)}$$

Subject to:

$$\sum_{i}^{s} c_{iz_i} n_i \le C \qquad \text{(۲ رابطهٔ)}$$

$$\sum_{i}^{s} w_{iz_i} n_i \le W \qquad \text{(۳ رابطهٔ)}$$

$$n_i \in \left\{k_i, k_i+1, k_i+2, \ldots, n_{max,i}\right\}$$

$$z_i \in \left\{1, 2, \ldots, m_i\right\}$$

در رابطهٔ ۱، R_i قابلیت اطمینان زیرسیستم iام را نشان می‌دهد. در زیرسیستم با راهبرد مازاد آمادهٔ کار سرد، برای آنکه زیرسیستم کار کند، باید k_i جزء در حال کار باشند؛ بنابراین، $n_i - k_i$ جزء مازاد در حالت آمادهٔ کار سرد هستند و در صورت خرابی یکی از اجزای در حال کار، از طریق سوئیچ و با احتمال عملکرد صحیح برابر با ρ_i یکی از اجزای آمادهٔ کار جایگزین جزء از کارافتاده می‌شود. بنابراین، قابلیت اطمینان این زیرسیستم برابر است با احتمال آنکه تا زمان t، تعداد

کوچک‌تر یا برابر با $n_i - k_i$ خرابی مشاهده شود که این احتمال را می‌توان از توزیع پواسون به دست آورد. برای زیرسیستم‌های با راهبرد مازاد فعال نیز با استفاده از روش‌های استاندارد می‌توان قابلیت اطمینان زیرسیستم را محاسبه کرد، بنابراین، قابلیت اطمینان کـل سیسـتم از رابطـهٔ زیـر محاسبه می‌شود:

رابطهٔ ۴)

$$R(t) = \prod_{i \in A} \sum_{l=k_i}^{n_i} \binom{n_i}{l} \left(\exp\left(-\lambda_{i,z_i} t\right)\right)^l \left(1-\exp\left(-\lambda_{i,z_i} t\right)\right)^{n_i - l} \times$$

$$\prod_{i \in S} \exp\left(-\lambda_{i,z_i} k_i t\right) \sum_{l=0}^{n_i - k_i} \frac{\rho_i^l \left(\lambda_{i,z_i} k_i t\right)^l}{l\,!}$$

که در آن A و S به صورت زیر تعریف می‌شوند:

A: مجموعهٔ زیرسیستم‌هایی که از راهبرد مازاد فعال استفاده می‌کنند.

S: مجموعهٔ زیرسیستم‌هایی که از راهبرد مازاد آمادهٔ کار سرد استفاده می‌کنند.

روابط ۲ و ۳ نیز به‌ترتیب، بیانگر محدودیت‌های هزینه و وزن سیستم هستند.

روش حل

روش به کارگرفته‌شده برای حل این مسئله، استفاده از متغیرهای تصمیم جدید و تبدیل مسئله به مسئلهٔ معادل خطی صفر و یک است. این عمل ابتدا از طریق لگاریتم گرفتن از رابطهٔ ۱ و تعریف متغیرهای تصمیم جدید صفر و یک x_i، y_{jip} انجام می‌گیرد. با این عمل، همهٔ متغیرهای مسـئله به متغیرهای صفر و یک تبدیل می‌شوند. متغیرهای x_i، y_{jip} به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$y_{ijp} = \begin{cases} 1 & \text{اگر تعداد } p \text{ تا از } j\text{امین جزء در زیرسیستم } i \text{ به‌کار رفته باشد.} \\ 0 & \text{در غیر این‌صورت} \end{cases}$$

$$x_i = \begin{cases} 1 & \text{اگر راهبرد مازاد برای زیرسیستم } i \text{ فعال باشد} \\ 0 & \text{اگر راهبرد مازاد برای زیرسیستم، آمادهٔ کار سرد باشد} \end{cases}$$

و ضرایب جدیدِ در محدودیت‌ها به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\alpha_{ijp} = c_{ij} \times p$$
$$for \quad 1 \le i \le s, \quad 1 \le j \le m_i, \quad k_i \le p \le n_{\max,i}$$
$$\beta_{ijp} = w_{ij} \times p$$
$$for \quad 1 \le i \le s, \quad 1 \le j \le m_i, \quad k_i \le p \le n_{\max,i}$$

همچنین، ضرایب جدید تابع هدف به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$for\ i \in A$$

$$\gamma_{ijp} = \ln\left(\sum_{l=k_i}^{p} \binom{p}{l} \left(\exp\left(-\lambda_{ij} t\right)\right)^{l} \left(1 - \exp\left(-\lambda_{ij} t\right)\right)^{p-l}\right)$$

$$for\ i \in S$$

$$\psi_{ijp} = -\lambda_{ij} k_i t + \ln\left(\sum_{l=0}^{l=p_i-k_i} \frac{\rho_i^l \left(\lambda_{ij} k_i t\right)^l}{l\,!}\right)$$

و مسئله به مسئلهٔ P۲ تبدیل می‌شود که در آن تمامی متغیرها به صورت صفر و یک هستند و در ذیل آمده است:

Problem P2:

$$\max \sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{m_i} \sum_{p=k_i}^{n_{\max,i}} \gamma_{ijp} . y_{ijp} . x_i + \psi_{ijp} . y_{ijp} . (1 - x_i)$$ رابطهٔ ۵)

s.t:

$$\sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{m_i} \sum_{p=k_i}^{n_{\max,i}} \alpha_{ijp} . y_{ijp} \leq C$$ رابطهٔ ۶)

$$\sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{m_i} \sum_{p=k_i}^{n_{\max,i}} \beta_{ijp} . y_{ijp} \leq W$$ رابطهٔ ۷)

$$\sum_{j=1}^{m_i} \sum_{p=k_i}^{n_{\max,i}} y_{ijp} = 1 , \forall i$$ رابطهٔ ۸)

$$y_{ijp} , x_i \in \{0,1\}$$

در مسئلهٔ P۲، رابطهٔ ۵ قابلیت اطمینان کل سیستم است، روابط ۶ و ۷ محدودیت‌های هزینه و وزن سیستم هستند. رابطهٔ ۸ تضمین می‌کند که از بین تمامی ترکیب‌های ممکن شامل تعداد و نوع اجزای انتخاب شده برای زیرسیستم i فقط یک ترکیب اتفاق افتد.

ازآنجایی‌که مسئلهٔ P۲ غیرخطی است به‌منظور خطی‌سازی آن متغیر جدید u_{ijp} به صورت $u_{ijp} = x_i \times y_{ijp}$ تعریف می‌شود و همچنین محدودیت‌های جدید به مسئله اضافه می‌شوند. مسئلهٔ P۳ مسئلهٔ خطی است و در آن همهٔ متغیرها به صورت صفر و یک هستند.

در مسئلهٔ P۳، روابط ۱۳، ۱۴ و ۱۵ به صورت همزمان تضمین می‌کند که $u_{ijp} = x_i \times y_{ijp}$ باشد.

Problem P3:

$$\max \sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{m_i} \sum_{p=k_i}^{n_{\max,i}} \gamma_{ijp}.u_{ijp_i} + \psi_{ijp}.y_{ijp} - \psi_{ijp}.u_{ijp}$$ رابطهٔ ۹)

s.t:

$$\sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{m_i} \sum_{p=k_i}^{n_{\max,i}} \alpha_{ijp}.y_{ijp} \le C$$ رابطهٔ ۱۰)

$$\sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{m_i} \sum_{p=k_i}^{n_{\max,i}} \beta_{ijp}.y_{ijp} \le W$$ رابطهٔ ۱۱)

$$\sum_{j=1}^{m_i} \sum_{p=k_i}^{n_{\max,i}} y_{ijp} = 1, \forall i$$ رابطهٔ ۱۲)

$$u_{ijp} \le y_{ijp}, \quad \forall i, j, p$$ رابطهٔ ۱۳)

$$u_{ijp} \le x_i, \quad \forall i, j, p$$ رابطهٔ ۱۴)

$$1 + u_{ijp} \ge y_{ijp} + x_i, \quad \forall i, j, p$$ رابطهٔ ۱۵)

$$y_{ijp}, u_{ijp}, x_i \in \{0,1\}$$

برای حل مسئلهٔ فوق ابتدا باید مقادیر α_{ijp}، β_{ijp}، γ_{ijp} و ψ_{ijp} را به‌ازای ترکیب‌های مختلف i، j و p محاسبه کرد. برای پیدا کردن جواب بهینهٔ مسئله می‌توان از الگوریتم‌های حل مسائل برنامه‌ریزی صفر و یک استفاده کرد. همچنین، نرم‌افزارهای بسیاری نیز برای حل این گونه مسائل توسعه یافته‌اند مانند: Lingo، Gams و غیره که می‌توان آن‌ها را برای حل این مسئله به‌کار گرفت.

مثال عددی و نتایج محاسبات

در این بخش، مثالی برای بررسی کارایی روش ارائه شده که از تحقیق کویت و لیو (۲۰۰۰) گرفته شده است. در این مثال، سیستم ۱۴ زیرسیستم دارد که برای هر یک از زیرسیستم‌ها ۳ یا ۴ جزء مختلف برای انتخاب وجود دارد. هزینه، وزن و پارامتر تابع توزیع هر یک از اجزا در جدول۱ آمده است.

جدول۱. داده‌های مربوط به انواع اجزای موجود برای هر زیرسیستم

نوع اجزا		۱			۲			۳			٤		
i	k_i	λ_{ij}	c_{ij}	w_{ij}	λ_{ij}	c_{ij}	w_{ij}	λ_{ij}	c_{ij}	w_{ij}	λ_{ij}	c_{ij}	w_{ij}
۱	۱	۰/۰۰۱۰۵۴	۱	۳	۰/۰۰۰۷۲۶	۱	۴	۰/۰۰۰۹۴۳	۲	۲	۰/۰۰۰۵۱۳	۲	۵
۲	۲	۰/۰۰۰۵۱۳	۲	۸	۰/۰۰۰۶۱۹	۱	۱۰	۰/۰۰۰۷۲۶	۱	۹	-	-	-
۳	۱	۰/۰۰۱۶۲۵	۲	۷	۰/۰۰۱۰۵۴	۳	۵	۰/۰۰۱۳۹۳	۱	۶	۰/۰۰۰۸۳۴	۴	۴
۴	۲	۰/۰۰۱۸۶۳	۳	۵	۰/۰۰۱۳۹۳	۴	۶	۰/۰۰۱۶۲۵	۵	۴	-	-	-
۵	۱	۰/۰۰۰۶۱۹	۲	۴	۰/۰۰۰۷۲۶	۲	۳	۰/۰۰۰۵۱۳	۳	۵	-	-	-
۶	۲	۰/۰۰۰۱۰۱	۳	۵	۰/۰۰۰۲۰۲	۳	۴	۰/۰۰۰۳۰۵	۲	۵	۰/۰۰۰۴۰۸	۲	۴
۷	۱	۰/۰۰۰۹۴۳	۴	۷	۰/۰۰۰۸۳۴	۴	۸	۰/۰۰۰۶۱۹	۵	۹	-	-	-
۸	۲	۰/۰۰۲۱۰۷	۳	۴	۰/۰۰۱۰۵۴	۵	۷	۰/۰۰۰۹۴۳	۶	۶	-	-	-
۹	۳	۰/۰۰۰۳۰۵	۲	۸	۰/۰۰۰۱۰۱	۳	۹	۰/۰۰۰۴۰۸	۴	۷	۰/۰۰۰۹۴۳	۳	۸
۱۰	۳	۰/۰۰۱۸۶۳	۴	۶	۰/۰۰۱۶۲۵	۴	۵	۰/۰۰۱۰۵۴	۵	۶	-	-	-
۱۱	۳	۰/۰۰۰۶۱۹	۳	۵	۰/۰۰۰۵۱۳	۴	۶	۰/۰۰۰۴۰۸	۵	۶	-	-	-
۱۲	۱	۰/۰۰۲۳۵۷	۲	۴	۰/۰۰۱۹۸۵	۳	۵	۰/۰۰۱۶۲۵	۴	۶	۰/۰۰۱۰۵۴	۵	۷
۱۳	۲	۰/۰۰۰۲۰۲	۲	۵	۰/۰۰۰۱۰۱	۳	۵	۰/۰۰۰۳۰۵	۲	۶	-	-	-
۱۴	۳	۰/۰۰۱۰۵۴	۴	۶	۰/۰۰۰۸۳۴	۴	۷	۰/۰۰۰۵۱۳	۵	۶	۰/۰۰۰۱۰۱	۶	۹

منبع: کویت و لیو، ۲۰۰۰

در این مثال، هدف حداکثر کردن قابلیت اطمینان سیستم در زمان t = ۱۰۰ ساعت، با محدودیت‌های وزن (W =۱۷۰) و هزینه (C =۱۳۰) است.

مقادیر k_i برای هر یک از زیرسیستم‌ها در جدول ۱ آمده است. همچنین، مقدار $n_{i,\max}$ برای همهٔ زیرسیستم‌ها به صورت مساوی و برابر با ۶ ($n_{i,max}$ = ۶) در نظر گرفته شده است. احتمال سوئیچ کردن موفق برای همهٔ زیرسیستم‌ها به صورت مساوی و برابر با ۰/۸ (ρ_i =۰/۸) در نظر گرفته شده است.

در این مثال، مسئله با نرم‌افزار Lingo در کامپیوتری شخصی حل شده و نتایج آن در جدول ۲ ارائه شده است. همچنین، این مثال برای مدل ارائه‌شده توسط کویت و لیو (۲۰۰۰) و با اضافه کردن فرض سوئیچ با احتمال وقوع نقص به آن مدل نیز حل شده و نتایج به‌دست‌آمده به‌منظور مقایسه در جدول ۲ آورده شده است. در مقاله‌ای که کویت و لیو ارائه کردند، راهبرد مازاد برای هر زیرسیستم از قبل مشخص شده است.

جدول ۲. نتایج حاصل از حل مثال عددی

زیرسیستم	جواب بهینهٔ مدل ارائه شده			جواب بهینهٔ حاصل از حل مدل کویت و لیو		
	راهبرد مازاد	z_i	n_i	راهبرد مازاد	z_i	n_i
۱	فعال	۳	۲	فعال	۳	۲
۲	فعال	۱	۲	فعال	۱	۲
۳	آمادهٔ کار سرد	۴	۱	فعال	۴	۱
۴	فعال	۳	۳	فعال	۳	۳
۵	آمادهٔ کار سرد	۱	۱	فعال	۲	۲
۶	آمادهٔ کار سرد	۲	۲	فعال	۲	۲
۷	آمادهٔ کار سرد	۱	۱	فعال	۳	۱
۸	فعال	۱	۳	آمادهٔ کار سرد	۱	۳
۹	فعال	۳	۳	آمادهٔ کار سرد	۳	۳
۱۰	فعال	۲	۴	آمادهٔ کار سرد	۲	۴
۱۱	فعال	۱	۴	آمادهٔ کار سرد	۱	۴
۱۲	فعال	۱	۲	آمادهٔ کار سرد	۱	۱
۱۳	آمادهٔ کار سرد	۲	۲	آمادهٔ کار سرد	۲	۲
۱۴	فعال	۳	۴	آمادهٔ کار سرد	۳	۴

برای مثال حل شده، قابلیت اطمینان کل سیستم برابر با ۰/۴۵۰۸ و هزینهٔ کل سیستم ۱۲۰ و وزن کل سیستم ۱۷۰ به دست آمده است. در نتایج به دست آمده از حل مدل کویت و لیو، قابلیت اطمینان کل سیستم برابر با ۰/۳۸۹۶ و هزینهٔ کل سیستم ۱۱۹ و وزن کل سیستم ۱۷۰ به دست آمده است.

با مقایسهٔ این نتایج به‌خوبی مشخص است که قابلیت اطمینان کل سیستم افزایش یافته است که علت آن نیز در نظر گرفتن راهبرد مازاد به‌عنوان متغیر تصمیم است. با مقایسهٔ نوع اجزای انتخاب شده برای هر یک از زیرسیستم‌ها مشاهده می‌شود که فقط در یک زیرسیستم اختلاف وجود دارد؛ همچنین، برای تعداد اجزای مازاد نیز فقط در دو زیرسیستم تفاوت مشاهده می‌شود.

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این مقاله، مسئلهٔ تخصیص مازاد سیستم با ساختار k از n بررسی شد که در آن هر دو راهبرد مازاد فعال و آمادهٔ کار سرد برای سیستم استفاده شده است. تحقیقات انجام‌گرفته تاکنون راهبرد مازاد را به صورت ازپیش‌تعیین‌شده در نظر گرفته‌اند. اما در این تحقیق راهبرد مازاد متغیر تصمیم لحاظ شده است. مدل ریاضی مسئله به مدل خطی صفر و یک تبدیل شد. نتایج حاصل از حل یک مثال با روش ارائه شده، بیانگر آن است که در نظر گرفتن انتخاب راهبرد مازاد افزایش بهبود در قابلیت اطمینان سیستم می‌شود.

برای تحقیقات آتی می‌توان روش‌های حل دیگری مانند روش‌های فراابتکاری را بررسی کرد. همچنین، با تغییر فرضیات مسئله، مانند امکان ترکیب اجزای مختلف در زیرسیستم یا توزیع خرابی اجزا و غیره، مسائل جدیدی ایجاد می‌شود که می‌تواند در تحقیقات آتی بررسی شود.

منابع

مجذوبی، ف.؛ اشراق نیای جهرمی، ع. (۱۳۸۷). *یک روش ابتکاری برای بهبود قابلیت اطمینان در مسائل تخصیص مازاد با انتخاب استراتژی مازاد*، ششمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف، تهران.

Bai, D. S., Yun, W. Y. & Chung, S. W. (1991). Redundancy optimization of k-out-of-n systems with common-cause failures, *IEEE Transactions on Reliability*, 40 (1): 56-59.

Beji, N., Jarboui, B., Eddaly, M. & Chabchoub, H. (2010). A Hybrid Particle Swarm Optimization Algorithm for the Redundancy Allocation Problem, *Journal of Computational Science*, 1 (3): 159-167.

Billionnet, A. (2008). Redundancy Allocation for Series-Parallel Systems Using Integer Linear Programming, *IEEE Transactions on Reliability*, 3(57): 507-516.

Bulfin, R.L. & Liu, C.Y. (1985). Optimal allocation of redundant components for large systems, *IEEE Transactions on Reliability,* 34 (3): 241-247.

Chambari, A.H., Rahmati, S. H. A., Najafi, A. A. & Karimi, A. A. (2012). Bi-objective model to optimize reliability and cost of system with a choice of redundancy strategies, *Computers & Industrial Engineering*, 63 (1): 109-119.

Chiang, D.T. & Chiang, R. F. (1986). Relayed communication via consecutive k-out-of-n, *Reliability IEEE Transactions,* 30: 65-67.

Coit, D.W. & Smith, A. (1995). *Optimization approaches to the redundancy allocation problem for series-parallel systems*, Proceedings of the fourth industrial engineering research conference, Nashville, TN, PP. 342–349.

Coit, D.W. & Smith, A. (1996). *Stochastic Formulations of the Redundancy Allocation Problem*, Proceedings of the Fifth Industrial Engineering Research Conference (IERC), Minneapolis, MN, PP. 459-463.

Coit, D.W. & Liu, J. (2000). System Reliability Optimization with k-out-of-n Subsystems, *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering,* 7(2): 129-142.

Coit, D.W. (2001). Cold-standby redundancy optimization for non-repairable systems, *IIE Transactions*, 33 (6): 471-478.

Coit, D.W. (2003). Maximization of System Reliability with a Choice of Redundancy Strategies, *IIE Transactions*, 35(6): 535-543.

Fyffe, D.E, Hines, W.W & Lee, N.K. (1968). System reliability allocation and a computational algorithm, *IEEE Transactions on Reliability*, 17 (2): 64-69.

Gen, M., Ida, K. & Lee, J.U. (1990). A computational algorithm for solving 0-1 goal programming with GUB structures and its application for optimization problems in system reliability, *Electronics and Communications in Japan*, 73(12): 88-96.

Hwang, F.K. & Shi, D. (1989). Optimal relayed mobile communication systems, *Reliability IEEE Transactions,* 38(4): 457-459.

Liang, Y.C., LO, M.H. & Chen, Y.C., (2007). Variable neighborhood search for redundancy allocation problems, *IMA Journal Management Mathematics*, 18: 135−55.

Nakagawa, Y. & Miyazaki, S. (1981). Surrogate constraints algorithm for reliability optimization problems with two constraints, *IEEE Transactions on Reliability*, 30 (2): 175-180.

Onishi, J., Kimura, S., James, R.J.W. & Nakagawa, Y. (2007). Solving the Redundancy Allocation Problem with a Mix of Components Using the Improved Surrogate Constraint Method, *IEEE Transactions on Reliability*, 56(1): 94-101.

Pham, H. (1992). Optimal Design of k-out-of-n Redundant Systems, *Microelectronics and Reliability*; 32 (1-2): 119-126.

Ramirez-Marquez, J.E. & Coit, D.W. (2004). A heuristic for solving the redundancy allocation problem for multi-state series-parallel systems, *Reliability Engineering & System Safety,* 83 (3): 341–349.

Ramirez-Marquez, J.E., Coit, D.W. & Konak, A. (2004). Redundancy allocation for series-parallel systems using a max-min approach, *IIE Transactions*, 36 (9): 891–98.

Safari, J. (2012). Multi-objective reliability optimization of series-parallel systems with a choice of redundancy strategies, *Reliability Engineering & System Safety*, 108: 10–20.

Sooktip, T, Wattanapongsakorn, N. & Coit, D.W. (2011). *System reliability optimization with k-out-of-n subsystems and Changing K, Reliability, Maintainability and Safety (ICRMS), 9th International Conference*, 12-15 June 2011, PP.1382-1387. DOI: 10.1109/ICRMS.2011.5979487.

Suich, R.C. & Patterson, R.L. (1991). K-out-of-n: G systems; Some Cost Considerations, *IEEE Transactions on Reliability*, 40 (3): 259-264.

Tavakkoli-Moghaddam, R., Safari, J. & Sassani, F. (2008). Reliability optimization of series-parallel systems with a choice of redundancy strategies using a genetic algorithm, *Reliability Engineering & System Safety,* 93(4): 550–556.

You, P.S. & Chen, T.C. (2005). An efficient heuristic for series parallel redundant reliability problems, *Computers and Operations Research*, 32 (8): 2117-2127.