مدیریت صنعتی

دانشکدهٔ مدیریت دانشگاه تهران

دورهٔ ۶، شمارهٔ ۴
زمستان ۱۳۹۳
ص. ۷۲۴ - ۷۰۹

مدلی برای حل مسائل برنامه‌ریزی چندهدفه، مبتنی بر تئوری امکان با متغیرهای تصمیم فازی

مهناز حسین‌زاده[۱]، محمدباقر منهاج[۲]، عالیه کاظمی[۳]

چکیده: در این پژوهش، مدلی برای حل مسائل برنامه‌ریزی چندهدفهٔ فازی مبتنی بر تئوری امکان با منابع غیر دقیق و متغیرهای تصمیم فازی ارائه شده است. با توجه به ماهیت غیر دقیق میزان منابع در دسترس، تعیین یک جواب قطعی برای مدل، غیر منطقی به‌نظر می‌رسد. بدین‌منظور، مدل پیشنهادی به‌گونه‌ای طراحی شده که تصمیم‌ها را به‌صورت فازی تعیین می‌کند. این روش، نقایص روش‌های پیشین ارائه‌شده در این زمینه را برطرف کرده است و مهم‌ترین مزیت آن، سهولت در به‌کارگیری است. مدل پیشنهادی در مسئله‌ای برای تخصیص سفارش به تأمین‌کنندگان، به‌کار گرفته شده و کارایی آن در عمل، آزمایش شده است. با توجه به ماهیت فازی جواب‌های به‌دست‌آمده از حل مدل، تصمیم‌گیرنده با انعطاف بیشتری در تصمیم‌گیری مواجه خواهد بود.

واژه‌های کلیدی: ***برنامه‌ریزی چندهدفه، برنامه‌ریزی فازی مبتنی بر تئوری امکان، تخصیص، رتبه‌بندی فازی، عدد فازی مثلثی، متغیر تصمیم فازی.***

۱. دکتری مدیریت تحقیق در عملیات، دانشکدهٔ مدیریت دانشگاه تهران، تهران، ایران
۲. استاد دانشکدهٔ مهندسی برق و الکترونیک، دانشگاه امیرکبیر، تهران، ایران
۳. استادیار دانشکدهٔ مدیریت دانشگاه تهران، تهران، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۰۸/۰۸
تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۳/۰۲/۲۰
نویسندهٔ مسئول مقاله: عالیه کاظمی
Email: aliyehkazemi@ut.ac.ir

مقدمه

تصمیم‌گیری دربارهٔ مسائل پیچیده، در شرایط پیچیده و با چندین هدف و معیار متفاوت، یکی از مهم‌ترین فعالیت‌های روزمرهٔ انسان‌هاست. تاکنون روش‌های بسیاری برای حل این‌گونه مسائل پیشنهاد شده‌اند که از جملهٔ آنها تئوری مطلوبیت چندشاخصه (کینی و رایفا، ۱۹۷۶؛ فرکوهر، ۱۹۸۴)، روش‌های تئوری بایسین (شفر، ۱۹۷۶)، روش‌های تحلیل سلسله‌مراتبی (ساعتی، ۱۹۸۶؛ هرکر و ورگز، ۱۹۸۷) و روش‌های برنامه‌ریزی آرمانی (استیور، ۱۹۸۶) است. بیشتر مسائل نیازمند تصمیم‌گیری در شرایط واقعی، در محیطی نامطمئن اتفاق می‌افتند و بنابراین، بسیاری از ضرایب، اهداف و محدودیت‌ها را نمی‌توان به‌صورت دقیق، قطعی و بدون ابهام برآورد کرد. در عمل، نبود دسترسی به نمونه‌های کافی یا دردست‌نداشتن یک مدل آماری زیربنایی، موجب برآوردهای آماری ناکارآمد خواهد شد. درنتیجه، استفاده از یک مدل تصمیم قطعی در این شرایط، به دستیابی به جواب‌هایی غیر واقعی منجر خواهد شد (مهدوی امیری و ناصری، ۲۰۰۷). در این شرایط، تئوری فازی، چارچوبی تئوریک و مفهومی را برای اداره و مدیریت چنین نبود اطمینانی فراهم می‌آورد.

تئوری مجموعه‌های فازی را نخستین‌بار بلمن و زاده (۱۹۶۵)، در فرایند تصمیم‌گیری به‌کار گرفتند. مفهوم برنامه‌ریزی ریاضی فازی، به‌صورت کلی، نخستین‌بار از سوی تاناکا و همکاران (۱۹۷۳) مطرح شد و برای بار اول، زیمرمن (۱۹۷۸)، مسئلهٔ برنامه‌ریزی خطی فازی را فرموله کرد. از آن پس، تکنیک‌های بسیاری برای حل مسائل برنامه‌ریزی خطی فازی، توسعه یافتند که در قالب دو دستهٔ کلی برنامه‌ریزی خطی فازی و برنامه‌ریزی خطی مبتنی بر تئوری امکان قرار گرفته‌اند. دیسون معتقد است هنگامی‌که توابع عضویت مسائل برنامه‌ریزی خطی فازی، مانند تئوری مطلوبیت، براساس مفهوم ترجیحات تعیین می‌شود، این تابع عضویت با تابع مطلوبیت تفاوتی ندارد؛ اما این گفته، دربارهٔ توزیع‌های احتمال در برنامه‌ریزی خطی احتمالی درست نیست. در هر دسته از این مدل‌ها، بعضی از قسمت‌های مسئله به‌صورت فازی یا غیر دقیق در نظر گرفته شده‌اند و راهکارهایی برای حل آنها ارائه شده است (لای و هوانگ، ۱۹۹۲). بسیاری از مدل‌های ارائه‌شده، برای سادگی بیشتر، جواب نهایی مسئله را به‌صورت قطعی درنظر می‌گیرند (تاناکا و همکاران، ۲۰۰۰)، بدین‌معنا که در یک محیط فازی، تصمیم‌ها به‌صورت قطعی اتخاذ می‌شوند و بنابراین، در این فرایند تصمیم‌گیری، جنبهٔ فازی مسئله عملاً نادیده گرفته می‌شود. از آن پس، چندین مدل برای حل مسائل برنامه‌ریزی خطی فازی یا مبتنی بر تئوری امکان با متغیرهای تصمیم فازی ارائه شدند که هریک مزایا و معایبی دارند. عده‌ای نیز مدل‌هایی را با عنوان مدل‌های تمام‌فازی ارائه کرده‌اند (هاشمی و همکاران، ۲۰۰۶؛ بوکلی و فیورینگ، ۲۰۰۰؛

الەویرانلو و همکـاران، ۲۰۰۸؛ دهقـان و همکـاران، ۲۰۰۶؛ مـالکی و همکـاران، ۲۰۰۰؛ لطفـی و همکاران، ۲۰۰۹؛ کومار و همکاران، ۲۰۰۱)، که در این دسته از مدل‌ها، تمامی پارامترهای مسئله و متغیرهای تصمیم همزمان فازی فرض می‌شوند. با توجه بـه مـوارد ذکرشـده، در ایـن تحقیـق تلاش شده تا مدلی ارائه شود که با شمول بعضی پارامترهای فازی، جـواب نهـایی را بـه‌صـورت فازی و منطبق با شرایط تعیین کند.

تعاریف مقدماتی

اعداد فازی

اعداد فازی، تعمیم اعداد معمولی (قطعی) هستند و با استفاده از اصل گسترش می‌توان عملگرهای جبری را برای آنها تعریف کرد.

تعریف ۲-۱: طبق تعریف، عدد فازی A از نوع LR است اگر و فقط اگر:

$$A(x)=\begin{cases} L\left(\dfrac{m_A-x}{w_A}\right) & -\infty < x \le m_A \\ R\left(\dfrac{x-m_A}{w'_A}\right) & m_A \le x < +\infty \end{cases} \qquad w_A, w'_A \ge ۰ \tag{۱}$$

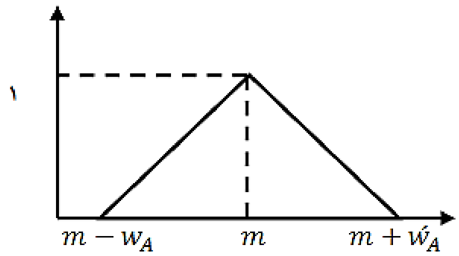
به‌طوری‌که L و R توابع مرجع‌اند که چند خاصیت دارند: ۱. متقارن هستند، ۲. $L(۰)=۱$ و $R(۰)=۱$ و ۳. توابعی هستند که در فاصلهٔ $[۰,+\infty)$ غیر صعودی و در فاصلهٔ $(-\infty,۰]$ غیر نزولی‌اند. m_A مقدار میانگین عدد فازی A است و دو عدد w_A, w'_A میزان عرض باندهای چپ و راست A را اندازه می‌گیرند. این یک فرم پارامتریک از عدد فازی A است و به‌همین سبب می‌توان A را با یک سه‌تایی به شکل زیر نمایش داد:

$$\tilde{A} \equiv (m, w_A, w'_A)_{LR}$$

و می‌گوییم یک عدد فازی از نوع LR یک عدد فازی مثلثـی اسـت، اگـر تـابع عضـویت آن به‌صورت تابع ۲ باشد:

$$A(x)=\begin{cases} ۱-\dfrac{m_A-x}{w_A} & m_A-w_A < x \le m_A \\ ۱-\dfrac{x-m_A}{w'_A} & m_A \le x < m_A+w'_A \\ ۰ & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \tag{۲}$$

که نمایش آن به‌صورت شکل ۱ است:



شکل ۱. نمایش عدد فازی مثلثی

تعریف ۲-۲: عملگرهای ریاضی

برای دو عدد فازی A و B که در فاصلهٔ $[0,\infty)$، توابع L و R آنها کاهشی است، عملگرهای اصلی به‌صورت روابط ۳، ۴، ۵، ۶ و ۷ تعریف می‌شوند:

$$A = (a, w_A, w'_A)_{LR} \quad , \quad B = (b, w_B, w'_B)_{LR}$$

$$A + B = (a + b, w_A + w'_B, w'_A + w'_B)_{LR} \qquad (۳$$

$$A - B = (a - b, w_A + w'_B, w'_A + w_B)_{LR} \qquad (۴$$

برای $A > ۰$، $B > ۰$ داریم:

$$(a, w_A, w'_A)_{LR} . (b, w_B, w'_B)_{LR} \approx (a.b, aw_B + bw_A, aw'_B + bw'_A)_{LR} \qquad (۵$$

و برای $A < ۰$، $B > ۰$ داریم:

$$(a, w_A, w'_A)_{LR} . (b, w_B, w'_B)_{LR} \approx (a.b, -aw'_B + bw_A, -aw_B + bw'_A)_{LR} \qquad (۶$$

و برای هر $c \in \mathbb{R}^+$ داریم:

$$c.(a, w_A, w'_A)_{LR} = (ca, cw_A, cw'_A)_{LR} \qquad (۷$$

تعریف ۲-۳: رتبه‌بندی فازی

عدد فازی B از عدد فازی A کوچک‌تر است، اگر و فقط اگر:

$$B < A \longleftrightarrow ۱)\ b < a \quad , \quad ۲)\ w_B + w'_B \geq w_A + w'_A \qquad (۸$$

(منهاج، ۲۰۰۷)

مدل برنامه‌ریزی چندهدفهٔ مبتنی بر تئوری امکان با متغیرهای تصمیم فازی و منابع فازی

فرم عمومی مسئلهٔ برنامه‌ریزی چندهدفه، با اعداد سمت راست و متغیرهای تصمیم فازی به‌صورت مسئلهٔ ۹ قابل تعریف است:

$$\begin{aligned}
&\mathrm{Max}(\mathrm{Min})\,Z=\left[Z_1, Z_2,\ldots,Z_p\right] \\
&\tilde{Z}_1 = Z_1(x_j) \\
&\tilde{Z}_2 = Z_2(x_j) \\
&\quad\vdots \\
&\tilde{Z}_p = Z_{p1}(x_j) \\
&\mathrm{St}: \\
&A_i\left(\tilde{x}_j\right) \le \tilde{b}_j \qquad i=1,2,\ldots,m \\
&\tilde{x}_j \ge 0 \qquad j=1,2,\ldots,n
\end{aligned} \tag{9}$$

در این مدل، $A=(a_{ij})$ نشان‌دهندهٔ ماتریس ضرایب، $C=(c_j)$ بردار ضرایب متغیرها در تابع هدف و $\tilde{b}=(b_i)$ نشان‌دهندهٔ بردار اعداد سمت راست است که $\tilde{b}_i=\left(b_i, w_{bi}, w'_{bi}\right)$ و $\tilde{x}=(x_{mj}, w_j, w'_j)$ متغیرهای تصمیم فازی مسئله‌اند که در آن، اعداد فازی از نوع LR هستند و لزوماً متقارن یا مثبت نیستند.

با جایگذاری موارد ذکرشده می‌توان مدل ۹ را به‌صورت مدل ۱۰ نوشت:

$$\begin{aligned}
&\max \tilde{Z}_1 = c_{11}(x_{1m}, w_1, w'_1) + c_{12}(x_{2m}, w_2, w'_2) + \ldots + c_{1n}(x_{nm}, w_n, w'_n) \\
&\max \tilde{Z}_2 = c_{21}(x_{1m}, w_1, w'_1) + c_{22}(x_{2m}, w_2, w'_2) + \ldots + c_{2n}(x_{nm}, w_n, w'_n) \\
&\qquad\vdots \\
&\max \tilde{Z}_p = c_{p1}(x_{1m}, w_1, w'_1) + c_{p2}(x_{2m}, w_2, w'_2) + \ldots + c_{pn}(x_{nm}, w_n, w'_n) \\
&\mathrm{s.t.} \\
&a_{11}(x_{1m}, w_1, w'_1) + a_{12}(x_{2m}, w_2, w'_2) + \ldots + a_{1n}(x_{nm}, w_n, w'_n) \le [b_1, b_{1w}, b_{1w'}] \\
&\qquad\vdots \\
&a_{M1}(x_{Mm}, w_1, w'_1) + a_{M2}(x_{mm}, w_2, w'_2) + \ldots + a_{1n}(x_{nm}, w_n, w'_n) \le [b_M, b_{Mw}, b_{Mw'}] \\
&(x_{jm}, w_j, w'_j) \ge 0 \quad j=1,\ldots,n
\end{aligned} \tag{10}$$

تاناکا و همکاران (۲۰۰۰)، برای حل مسئلهٔ فوق با متغیرهای تصمیم فازی، مدلی را پیشنهاد کردند. آنها در این مدل، متغیرهای تصمیم را اعداد فازی مثلثی و تابع عضویت بردار فازی X را به‌صورت رابطهٔ ۱۱ تعریف کردند.

$$\Pi_X(x) = \Pi_{X_1}(x_1)\Lambda\Pi_{X_2}(x_2)\Lambda\ldots\Pi_{X_n}(x_n) \qquad (11)$$

به‌طوری‌که $X=(a,w)_T$ و $a=[a_1,\ldots,a_n]_T$ و $w=[w_1,\ldots,w_n]_T$ و عدد سمت راست را که با C_i نمایش دادند یک عدد فازی مثلثی مثبت با تابع عضویت رابطهٔ ۱۲ تعریف کردند.

$$\Pi_{C_i} = 1-|x-C_i| \,/\, r_i \qquad (12)$$

به‌طوری‌که $C_i=(c_i,r_i)^T$ و $c_i \geq 0$ و $r_i \geq 0$. تاناکا و همکاران (۲۰۰۰)، تابع خطی ۱۳ را به‌صورت رابطهٔ ۱۴ نشان دادند.

$$Y = a_1X_1+\ldots+a_nX_n = a^tX \qquad (13)$$

$$Y = (a^tX, |a|^t X)_T \qquad (14)$$

آنها با تعریف رتبه‌بندی دو عدد فازی $Y_i \geq Y_j$ به‌صورت رابطهٔ ۱۵ و با توجه به رابطهٔ ۱۴، مدل برنامه‌ریزی فازی زیر را به‌صورت مدل قطعی ۱۶ تعریف کردند.

$$\begin{aligned} & y_i-(1-h)w_i \geq y_j-(1-h)w_j \\ & y_i+(1-h)w_i \geq y_j+(1-h)w_j \end{aligned} \qquad (15)$$

به‌طوری‌که $h\in[0,1]$ سطح امکان ازپیش تعیین‌شده است.

$$\begin{aligned} & \max k_1\sum_{j=1}^{n}p_jx_j + k_2\sum_{j=1}^{n}q_jw_j \\ & s.t. \quad b_i^ta-(1-h)|b_i^t|w \leq c_i-(1-h)r_i \\ & \qquad b_i^ta+(1-h)|b_i^t|w \leq c_i+(1-h)r_i \\ & \qquad (i=1,\ldots,m+1) \end{aligned} \qquad (16)$$

همان‌طور که گفته شد، این مدل تنها برای زمانی قابل استفاده است که اعداد سمت راست، اعداد فازی مثبت باشند و در صورت وجود اعداد منفی، سمت راست قابل استفاده نیست. به‌علاوه، برای دستیابی به نتیجهٔ مدل باید برای مقادیر مختلف p و q، جواب‌های مختلف را محاسبه کرد که زمان زیادی را به‌خود اختصاص می‌دهد.

مالکی و همکاران (۲۰۰۰)، برای حل مدل برنامه‌ریزی مبتنی بر تئوری امکان با متغیرها و منابع فازی تک‌هدفه پیشنهاد کردند که با حل ثانویهٔ مدل که شامل مدل با تنها ضرایب تابع هدف فازی خواهد شد، جواب مدل اولیه را مشخص کنند. بدین‌منظور، آنها مسئلهٔ برنامه‌ریزی خطی با متغیرهای تصمیم فازی را به‌صورت مدل ۱۷ تعریف کردند.

$$\min \tilde{Z} = b'\tilde{Y} \quad (۱۷$$
$$s.t.\ \tilde{Y}A \ge \tilde{C}'$$
$$\tilde{Y} \ge 0$$

به‌طوری‌که $0 \le b \in R^m$، $A \in R^{m\times n}$، $\tilde{C}' \in (F(R))^n$ و $\tilde{Y} \in (F(R))^m$.

این محققان، مسئلهٔ ثانویهٔ مدل فوق را به‌صورت مدل ۱۸ تعریف کردند.

$$\max \tilde{Z} = \tilde{C}X \quad (۱۸$$
$$s.t.\ AX \le b$$
$$X \ge 0$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، به‌طور مستقیم با فرض مثبت‌بودن اعداد سمت راست و درنتیجه، مثبت‌شدن متغیرهای تصمیم فازی، قابل استفاده است. در غیر این‌صورت، مدل، نشدنی می‌شود. از طرفی این مدل با توجه به ساختار خود، قابلیت تعمیم برای مسائل چندهدفه را ندارد.

لطفی و همکاران (۲۰۰۹) نیز مدلی را برای حل مسائل با متغیرهای تصمیم فازی پیشنهاد کردند که این مدل، تنها برای مواردی قابل استفاده است که اعداد سمت راست و متغیرهای تصمیم، اعداد فازی مثلثی متقارن باشند. در غیر این‌صورت، باید مقدار این پارامترها را با نزدیک‌ترین عدد فازی مثلثی متقارن تخمین زد و بنابراین، جواب مسئله تقریبی است. آنها برای تقریب‌زدن هر عدد فازی مثلثی با نزدیک‌ترین عدد فازی متقارن، به‌صورت زیر عمل می‌کنند:

اگر $\tilde{u}$ یک عدد فازی و $(\overline{u}(r), \underline{u}(r))$ فرم پارامتریک آن باشد، برای تقریب‌زدن هریک از اعداد فازی مثلثی با نزدیک‌ترین عدد فازی متقارن به $\tilde{u}$، باید رابطهٔ ۱۹ را حداقل کرد:

(۱۹

$$D^2(\tilde{u}, S[x_0,\sigma]) = \int_0^1 \left(\underline{u}(r) - \underline{S[x_0,\sigma]}(r)\right)^2 dr + \int_0^1 \left(\overline{u}(r) - \overline{S[x_0,\sigma]}(r)\right)^2 dr$$

که با حداقل‌کردن رابطهٔ فوق برحسب (x_0, σ) به رابطهٔ ۲۰ می‌رسیم:

$$\sigma = \frac{3}{2}\int_0^1 \left(\overline{u}(r) - \underline{u}(r)\right)(1-r)dr \quad (۲۰$$
$$x_0 = 1\int_0^1 \left(\overline{u}(r) + \underline{u}(r)\right)dr$$

بنابراین، نزدیک‌ترین عدد فازی مثلثی متقارن به $\tilde{u}$، x_0 با فازیت σ است که به‌نوعی دیفازی‌کننده‌های $\tilde{u}$ به‌حساب می‌آیند.

سپس آنها مسئله را به شکل مدل ۲۱ تعریف کردند:

$$
\begin{aligned}
&MaxC\left(C_{\tilde{x}}, w_{\tilde{x}}^{L}, w_{\tilde{x}}^{R}\right) \\
&s.t.\ \mathrm{A}\ \left(C_{\tilde{x}}, w_{\tilde{x}}^{L}, w_{\tilde{x}}^{R}\right)=\left(C_{\tilde{b}}, w_{\tilde{b}}^{L}, w_{\tilde{b}}^{R}\right) \\
&\qquad C_{\tilde{x}}-w_{\tilde{x}}^{L} \geq ۰
\end{aligned} \tag{۲۱}
$$

به‌طوری‌که:

$$\tilde{X}=(C_{\tilde{x}}, w_{\tilde{x}}^{L}, w_{\tilde{x}}^{R}), \tilde{b}=(C_{\tilde{b}}, w_{\tilde{b}}^{L}, w_{\tilde{x}}^{R})$$

که متغیرهای تصمیم و اعداد سمت راست با استفاده از تقریب گفته‌شدهٔ فوق برای اعداد مثلثی نامتقارن، به نزدیک‌ترین اعداد فازی مثلثی نزدیک به آنها تقریب زده می‌شوند و سپس مدل را دیفازی و حل می‌کنند. از مهم‌ترین محدودیت‌های این مدل، قابلیت کاربرد آن تنها برای اعداد فازی مثلثی متقارن است. همچنین این مدل، تنها برای اعداد فازی غیر منفی قابل استفاده است. به‌علاوه، حل مدل با استفاده از این روش، به زمان و محاسبه‌های بسیاری نیاز دارد.

مدل پیشنهادی

در این قسمت، تلاش شده تا برای حل مدل برنامه‌ریزی چندهدفه با متغیرهای تصمیم و منابع فازی، روشی ارائه شود که ضمن برطرف‌کردن نقایص مدل‌های پیشین، از سادگی در محاسبه‌ها نیز برخوردار باشد. این مدل برای تمامی انواع حالت‌ها برای اعداد سمت راست و متغیرها، از اعداد قطعی گرفته تا اعداد فازی مثلثی متقارن، نامتقارن و مثبت و منفی، قابلیت استفاده دارد.

در این بخش، برای حل مسئلهٔ ۱۰، گام‌های زیر را دنبال می‌کنیم:

گام ۱: هر تابع، هدف را به‌تنهایی و همراه با محدودیت‌های کارکردی مسئلهٔ اصلی در نظر می‌گیرد و بدین‌ترتیب، P مسئلهٔ برنامه‌ریزی خطی مبتنی بر تئوری امکان را با یک تابع هدف تعریف می‌کنیم.

گام ۲: با توجه به تعریف عملگرهای فازی، هر مسئلهٔ برنامه‌ریزی فازی گام ۱ به مسئلهٔ ۲۲ قابل تبدیل است:

$$
\begin{aligned}
&\max(\min)\left(Z_{Pm}, Z_{Pw}, Z_{Pw'}\right)=\left(\sum_{j=۱}^{n} c_j x_{jm}, \sum_{j=۱}^{n} c_j w_j, \sum_{j=۱}^{n} c_j w'_j\right) \\
&\forall P=۱,\ldots,p \\
&\left(\sum_{j=۱}^{n} a_{ij} x_{jm}, \sum_{j=۱}^{n} a_{ij} w_j, \sum_{j=۱}^{n} a_{ij} w_j\right)\begin{pmatrix}\leq \\ = \\ \geq\end{pmatrix}\left(b_{im}, b_{iw}, b_{iw'}\right) \\
&\forall i=۱,\ldots,M \\
&\tilde{x}=(x_{jm}, w_j, w'_j) \text{ is non-negative} \quad j=۱,\ldots,n
\end{aligned} \tag{۲۲}
$$

گام ۳: با توجه به تعریف مربوط به رتبه‌بندی اعداد فازی، مسئله به مدل قطعی ۲۳ تبدیل می‌شود. درواقع، با توجه به این پیش‌فرض که B<A، اگر mean B< mean A و WB> WA، برای تابع هدف حداکثرکردن، از آنجا که حاصل عبارت Z، یک عدد فازی از نوع LR است، برای اینکه تا آنجا که ممکن است، این عدد فازی را بزرگ‌تر سازیم، مقدار mean Z را حداکثر و مقدار WZ را حداقل می‌کنیم. در مورد توابع حداقل‌سازی، برعکس عمل می‌کنیم؛ یعنی برای اینکه تا آنجا که ممکن است عدد فازی Z را حداقل کنیم، مقدار mean Z را حداقل و مقدار WZ را حداکثر می‌کنیم. در مورد محدودیت‌ها نیز به‌همین صورت عمل می‌کنیم؛ بنابراین، خواهیم داشت:

(۲۳

$$\max(\min)(Z_{Pm}) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_{jm}$$

$$\min(\max)(Z_{pw} + Z_{pw'}) = \sum_{j=1}^{n} c_j w_j + c_j w'_j \qquad \forall P = 1,\dots,p$$

$$\text{s.t.} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_{jm} \begin{pmatrix} \le \\ = \\ \ge \end{pmatrix} b_{im} \qquad \forall i = 1,\dots,M$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}(w_j + w'_j) \begin{pmatrix} \ge \\ = \\ \le \end{pmatrix} b_{iw} + b_{iw'} \qquad \forall i = 1,\dots,M$$

$$x_{jm} - w_j \ge 0 \quad j = 1,\dots,n$$

گام ۴: جواب بهینهٔ P تابع هدف تک‌هدفه را با استفاده از مسئله، محاسبه $(\tilde{x}_p^*)$ و سپس مقدار $Z_P^* = (Z_{Pm}^*, Z_{Pw}^*, Z_{Pw'}^*)$ را برای $P = 1,\dots,p$ محاسبه می‌کنیم.

گام ۵: یک مسئلهٔ تک‌هدفهٔ جدید همراه با محدودیت‌های قطعی تعریف‌شده در گام ۳ را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

(۲۴

$$\min \sum_{p=1}^{P} w_P \left[(Z_{Pm}, Z_{Pw}, Z_{Pw'}) - (Z_{Pm}^*, Z_{Pw}^*, Z_{Pw'}^*) \right]$$

$$\text{s.t.} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_{jm} \begin{pmatrix} \le \\ = \\ \ge \end{pmatrix} b_{im}$$

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} a_{ij}(w_j + w'_j) \begin{pmatrix} \ge \\ = \\ \le \end{pmatrix} b_{iw} + b_{iw'}$$

$$x_{jm} - w_j \ge 0$$

به‌طوری‌که w_p که $P = 1, \dots, p$ نشان‌دهندهٔ وزن تابع هدف Pام است که از سوی تصمیم‌گیرنده تعیین می‌شود.

گام ۶: جواب بهینهٔ مدل گام ۶ را می‌یابیم که جوابی کارا برای مسئلهٔ چندهدفهٔ فازی اولیه است.

مثال کاربردی

شرکت مورد بررسی که یکی از گروه‌های صنعتی فعال در زمینهٔ لوازم جانبی، قطعه‌ها و اتصالات خودرو در سطح کشور است، در زمینهٔ تولید قطعه‌های پلیمری و پلاستیکی خودرو، فعال است و محصول‌های خود را به سفارش شرکت‌های تأمین‌کننده در صنعت خودرو (ساپکو، ایران لوازم قطعه، مهرکام پارس و سازه‌گستر و مگاموتور) برای استفاده در مونتاژ خودرو تولید می‌کند. این شرکت، برای تأمین یکی از قطعه‌های خود، ۱۰ گزینه (تأمین‌کننده) دارد و هدف آن، انتخاب ۴ تأمین‌کنندهٔ اصلی از این ۱۰ شرکت، به‌گونه‌ای است که زمان تولید و ضایعات آن، حداقل و قابلیت اطمینان در زمان تحویل، حداکثر شود. نکته‌ای که وجود دارد این است که میزان نیاز شرکت به این قطعه، به‌صورت دقیق مشخص نیست؛ یعنی حدوداً ۲۴۰،۰۰۰ قطعه در ماه است که بسته به میزان تولید محصول نهایی در هر ماه ممکن است کمتر یا بیشتر از این مقدار باشد. البته تجربه‌های گذشته نشان داده است که این تولرانس ممکن است به میزان حداکثر ۲۰،۰۰۰ کمتر یا بیشتر از میزان ذکرشده باشد که می‌توان این میزان تقاضا را با یک تابع توزیع مثلثی به‌صورت [۲،۴۰۰،۰۰۰، ۲۰۰،۰۰۰، ۲۰۰،۰۰۰] نشان داد. همچنین شرکت مایل است که هزینهٔ متغیر تولید هر قطعه، به‌طور متوسط حدود ۵/۵ تومان باشد که با توجه به مقدار متغیر تقاضا در هر ماه، میزان کل هزینهٔ متغیر قطعه‌های دریافت‌شده نیز دقیق نیست. شرکت مایل است که این هزینهٔ کل، از عدد فازی به‌صورت [۱۳،۰۰۰، ۱۰۰۰، ۱۰۰۰]– که برحسب ۱۰۰۰ ریال نشان داده شده است– بیشتر نشود. با توجه به غیر دقیق‌بودن، میزان تقاضا و سقف هزینهٔ متغیر مورد نظر شرکت، اتخاذ یک تصمیم قطعی در مورد میزان قطعهٔ سفارش‌داده‌شده به هر تأمین‌کننده، منطقی به‌نظر نمی‌رسد و عملاً غیر ممکن است. از این‌رو، مدل پیشنهادی در این مسئله، به‌کار گرفته شده است. داده‌های مربوط به ۴ عامل زمان تولید، هزینهٔ متغیر، ضایعات به ازای هر یک قطعه و درصد قابلیت اطمینان در زمان تحویل قطعه‌ها در جدول ۱ داده شده است:

جدول ۱. داده‌های شرکت مورد نظر در شاخص‌های مختلف

شرکت	زمان تولید	هزینهٔ متغیر	ضایعات	قابلیت اطمینان در زمان تحویل
۱	۲۳۹/۱۶	۶/۰۰۹	۰/۳۳۳	۰/۹
۲	۲۸۲/۱۴	۵/۵۷	۰/۱۶۶	۰/۶
۳	۲۲۴	۵/۸۵۳	۰/۱۶۶	۰/۵
۴	۲۲۱/۲۵	۵/۱۵۲	۰/۴۱۶	۰/۹
۵	۲۳۱/۲۵	۵/۹۸۵	۰/۵	۱/۳
۶	۳۳۹/۸	۶/۴۴۴	۰/۷۵	/۱
۷	۲۱۷/۵	۵/۰۵	۰/۸۳	۰/۴
۸	۲۱۱/۶۶	۴/۸۹۸	۰/۹۵	۰/۶
۹	۳۳۶/۲۵	۷/۲۸	۰/۵	۰/۹
۱۰	۳۴۸	۷/۳۷	۰/۳۳۳	۰/۶

در این مسئله، تابع هدف اول برای حداقل‌کردن زمان تولید، تابع هدف دوم برای حداقل‌کردن ضایعات و تابع هدف سوم برای حداکثرکردن قابلیت اطمینان در زمان تحویل، نوشته شده است. محدودیت اول برای بیشترنشدن کل هزینهٔ متغیر از سقف هزینهٔ مورد نظر شرکت و محدودیت دوم برای برآورده‌شدن تقاضای شرکت، آورده شده است. محدودیت‌های بعدی برای انتخاب حداقل ۴ شرکت از کل ۱۰ شرکت نوشته شده‌اند. همچنین این محدودیت‌ها تضمین می‌کنند که میزان سفارش‌های هر تأمین‌کننده غیر منفی خواهند بود.

متغیرهای تصمیم در این مسئله عبارتند از:

$y_j =$ انتخاب‌کردن یا نکردن شرکت iام به‌عنوان تأمین‌کنندهٔ شرکت

$(x_{im}, w_i, w_i) =$ میزان سفارش اختصاص‌داده‌شده به شرکت iام در صورت انتخاب‌شدن به‌عنوان تأمین‌کنندهٔ شرکت.

مدل برنامه‌ریزی فازی چندهدفه برای مسئلهٔ ذکرشده به‌صورت مدل ۲۵ قابل تعریف است:

(۲۵)

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{Min} Z_{۱} = ۲۳۹/۱۶(x_{۱m}, w_{۱}, w_{۱}) + ۲۸۲/۱۴(x_{۲m}, w_{۲}, w_{۲}) + \\
&۲۲۴(x_{۳m}, w_{۳}, w_{۳}) + ۲۲۱/۲۵(x_{۴m}, w_{۴}, w_{۴}) + ۲۳۱/۲۵(x_{۵m}, w_{۵}, w_{۵}) + \\
&۳۳۹/۸(x_{۶m}, w_{۶}, w_{۶}) + ۲۱۷/۵(x_{۷m}, w_{۷}, w_{۷}) + ۲۱۱/۶۶(x_{۸m}, w_{۸}, w_{۸}) + \\
&۳۳۶/۲۵(x_{۹m}, w_{۹}, w_{۹}) + ۳۴۸(x_{۱۰m}, w_{۱۰}, w_{۱۰}) \\
&\mathrm{Min} Z_{۲} = ۰/۳۳۳(x_{۱m}, w_{۱}, w_{۱}) + ۰/۱۶۶(x_{۲m}, w_{۲}, w_{۲}) + ۰/۱۶۶(x_{۳m}, w_{۳}, w_{۳}) + \\
&۰/۴۱۶(x_{۴m}, w_{۴}, w_{۴}) + ۰/۵(x_{۵m}, w_{۵}, w_{۵}) + ۰/۷۵(x_{۶m}, w_{۶}, w_{۶}) + \\
&۰/۸۳(x_{۷m}, w_{۷}, w_{۷}) + ۰/۹۵(x_{۸m}, w_{۸}, w_{۸}) + ۰/۵(x_{۹m}, w_{۹}, w_{۹}) + ۰/۳۳۳(x_{۱۰m}, w_{۱۰}, w_{۱۰}) \\
&\mathrm{Max} Z_{۳} = ۰/۹(x_{۱m}, w_{۱}, w_{۱}) + ۰/۶(x_{۲m}, w_{۲}, w_{۲}) + ۰/۵(x_{۳m}, w_{۳}, w_{۳}) + \\
&۰/۹(x_{۴m}, w_{۴}, w_{۴}) + ۱/۳(x_{۵m}, w_{۵}, w_{۵}) + ۱/۱(x_{۶m}, w_{۶}, w_{۶}) + \\
&۰/۴(x_{۷m}, w_{۷}, w_{۷}) + ۰/۶(x_{۸m}, w_{۸}, w_{۸}) + ۰/۹(x_{۹m}, w_{۹}, w_{۹}) + ۰/۶(x_{۱۰m}, w_{۱۰}, w_{۱۰}) \\
&\text{Subject to:} \\
&۶/۰۰۹(x_{۱m}, w_{۱}, w_{۱}) + ۵/۵۷(x_{۲m}, w_{۲}, w_{۲}) + ۴/۸۹۸(x_{۳m}, w_{۳}, w_{۳}) + \\
&۵/۱۵۲(x_{۴m}, w_{۴}, w_{۴}) + ۵/۹۸۵(x_{۵m}, w_{۵}, w_{۵}) + ۶/۴۴۴(x_{۶m}, w_{۶}, w_{۶}) + \\
&۵/۰۵(x_{۷m}, w_{۷}, w_{۷}) + ۵/۸۵۳(x_{۸m}, w_{۸}, w_{۸}) + ۷/۲۸(x_{۹m}, w_{۹}, w_{۹}) + \\
&۷/۳۷(x_{۱۰m}, w_{۱۰}, w_{۱۰}) \le [۱۳۰۰۰ \;\; ۱۰۰۰ \;\; ۱۰۰۰] \\
&(x_{۱m}, w_{۱}, w_{۱}) + (x_{۲m}, w_{۲}, w_{۲}) + (x_{۳m}, w_{۳}, w_{۳}) + (x_{۴m}, w_{۴}, w_{۴}) + (x_{۵m}, w_{۵}, w_{۵}) + \\
&(x_{۶m}, w_{۶}, w_{۶}) + (x_{۷m}, w_{۷}, w_{۷}) + (x_{۸m}, w_{۸}, w_{۸}) + (x_{۹m}, w_{۹}, w_{۹}) + \\
&(x_{۱۰m}, w_{۱۰}, w_{۱۰}) \le [۲۴۰۰ \;\; ۲۰۰ \;\; ۲۰۰] \\
&x_{jm} - w_{j} \ge ۱۰۰ y_{j} \qquad j = ۱,۲,\ldots,۱۰ \\
&x_{jm} - w_{j} \le ۲۶۰۰ y_{j} \qquad j = ۱,۲,\ldots,۱۰ \\
&y_{۱} + y_{۲} + y_{۳} + y_{۴} + y_{۵} + y_{۶} + y_{۷} + y_{۸} + y_{۹} + y_{۱۰} \ge ۵ \\
&x_{jm} \ge ۰ \text{ and integer} \quad w_{j} \ge ۰ \quad \text{and integer} \quad j = ۱,\ldots,۱۰ \\
&y_{۱}, y_{۲}, y_{۳}, y_{۴}, y_{۵}, y_{۶}, y_{۷}, y_{۸}, y_{۹}, y_{۱۰} = ۰ \text{ or } ۱
\end{aligned}
$$

جواب بهینهٔ مدل با تابع هدف اول بدون درنظرگرفتن سایر توابع هدف عبارت است از:

$$
\tilde{x}_{۳} = (۱۱۱,۱۱,۱۱) \quad \tilde{x}_{۴} = (۱۰۰,۰,۰) \quad \tilde{x}_{۷} = (۱۰۰,۰,۰)
$$
$$
\tilde{x}_{۸} = (۲۰۸۹,۱۸۹,۱۸۹) \;\; Z_{۱}^{*} = (۵۱۰۸۹۶/۷۴, ۴۲۴۶۷, ۷۴, ۴۲۴۶۷, ۷۴)
$$

جواب بهینهٔ مدل با تابع هدف دوم، بدون درنظرگرفتن سایر توابع هدف عبارت است از:

$$
\tilde{x}_{۲} = (۱۶۰۷,۵,۵) \quad \tilde{x}_{۴} = (۵۹۳,۱۹۵,۱۹۵) \quad \tilde{x}_{۷} = (۱۰۰,۰,۰) \quad \tilde{x}_{۸} = (۱۰۰,۰,۰)
$$
$$
Z_{۲}^{*} = (۶۹۱/۴۵ \;,\; ۸۱/۹۵ \;,\; ۸۱/۹۵)
$$

جواب بهینهٔ مدل با تابع هدف سوم، بدون درنظرگرفتن سایر توابع هدف عبارت است از:

$$\tilde{x}_{۱}=(۱۰۰,۰,۰)\quad \tilde{x}_{۴}=(۱۵۰۵,۲۱,۲۱)\quad \tilde{x}_{۵}=(۶۴۹,۱۴۹,۱۴۹)\quad \tilde{x}_{۸}=(۱۰۱,۰,۰)$$
$$Z_{۳}^{*}=(۲۳۴۸/۸,۴۲۵/۲,۴۲۵/۲)$$

تابع تک‌هدفه براساس گام ۵، به‌صورت مدل ۲۶ تعریف می‌شود:

۲۶)

$$\begin{aligned}
&\mathrm{Min}Z=\{۲۳۹/۱۶(x_{۱m},w_{۱},w_{۱})+۲۸۲/۱۴(x_{۲m},w_{۲},w_{۲})+\\
&۲۲۴(x_{۳m},w_{۳},w_{۳})+۲۲۱/۲۵(x_{۴m},w_{۴},w_{۴})+۲۳۱/۲۵(x_{۵m},w_{۵},w_{۵})+\\
&۳۳۹/۸(x_{۶m},w_{۶},w_{۶})+۲۱۷/۵(x_{۷m},w_{۷},w_{۷})+۲۱۱/۶۶(x_{۸m},w_{۸},w_{۸})+\\
&۳۳۶/۲۵(x_{۹m},w_{۹},w_{۹})+۳۴۸(x_{۱۰m},w_{۱۰},w_{۱۰})-(۵۱۰۸۹۶/۷۴,۴۲۴۶۷,۷۴,۴۲۴۶۷,۷۴)\}\\
&+۱۰۰۰\{۰/۳۳۳(x_{۱m},w_{۱},w_{۱})+۰/۱۶۶(x_{۲m},w_{۲},w_{۲})+۰/۱۶۶(x_{۳m},w_{۳},w_{۳})+\\
&۰/۴۱۶(x_{۴m},w_{۴},w_{۴})+۰/۵(x_{۵m},w_{۵},w_{۵})+۰/۷۵(x_{۶m},w_{۶},w_{۶})+\\
&۰/۸۳(x_{۷m},w_{۷},w_{۷})+۰/۹۵(x_{۸m},w_{۸},w_{۸})+۰/۵(x_{۹m},w_{۹},w_{۹})+\\
&۰/۳۳۳(x_{۱۰m},w_{۱۰},w_{۱۰})-(۶۹۱/۴۵,۸۱/۹۵,۸۱/۹۵)\}\\
&+۱۰۰۰\{(۲۳۴۸/۸,۴۲۵/۲,۴۲۵/۲)-۰/۹(x_{۱m},w_{۱},w_{۱})-\\
&۰/۶(x_{۲m},w_{۲},w_{۲})-۰/۵(x_{۳m},w_{۳},w_{۳})-۰/۹(x_{۴m},w_{۴},w_{۴})-\\
&۱/۳(x_{۵m},w_{۵},w_{۵})-۱/۱(x_{۶m},w_{۶},w_{۶})-۰/۴(x_{۷m},w_{۷},w_{۷})-\\
&۰/۶(x_{۸m},w_{۸},w_{۸})-۰/۹(x_{۹m},w_{۹},w_{۹})-۰/۶(x_{۱۰m},w_{۱۰},w_{۱۰})\}
\end{aligned}$$

که این تابع هدف معادل است با مدل ۲۷:

۲۷)

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow \max Z=۱۳۵/۶۶\,x_{۱m}+۱۸۵/۱۴x_{۲m}+۱۵۷x_{۳m}+۱۵۹/۲۵x_{۴m}+۹۱/۲۵x_{۵m}+\\
&۳۸۴/۸x_{۶m}+۵۱۲/۲۵x_{۷m}+۵۰۶/۶۶x_{۸m}+۳۱۶/۲۵x_{۹m}+۳۳۴/۵x_{۱۰m}\\
&\min W=۶۷۵/۶۶w_{۱}+۵۴۵/۱۴w_{۲}+۴۵۷w_{۳}+۶۹۹/۲۵w_{۴}+۸۷۱/۲۵w_{۵}+۳۸۴/۸w_{۶}+\\
&۷۵۲/۵w_{۷}+۸۶۶/۶۶w_{۸}+۸۵۶/۲۵w_{۹}+۶۹۴/۵w_{۱۰}\\
&\text{s.t}:\\
&۶/۰۰۹x_{۱m}+۵/۵۷x_{۲m}+۴/۸۹۸x_{۳m}+۵/۱۵۲x_{۴m}+۵/۹۸۵x_{۵m}+۶/۴۴۴x_{۶m}+\\
&۵/۰۵x_{۷m}+۵/۸۵۳x_{۸m}+۷/۲۸x_{۹m}+۷/۳۷x_{۱۰m}\le ۱۳۰۰۰\\
&۶/۰۰۹w_{۱}+۵/۵۷w_{۲}+۴/۸۹۸w_{۳}+۵/۱۵۲w_{۴}+۵/۹۸۵w_{۵}+۶/۴۴۴w_{۶}+۵/۰۵w_{۷}+\\
&۵/۸۵۳w_{۸}+۷/۲۸w_{۹}+۷/۳۷w_{۱۰}\ge ۱۰۰۰\\
&x_{۱m}+x_{۲m}+x_{۳m}+x_{۴m}+x_{۵m}+x_{۶m}+x_{۷m}+x_{۸m}+x_{۹m}+x_{۱۰m}\le ۲۴۰۰\\
&w_{۱}+w_{۲}+w_{۳}+w_{۴}+w_{۵}+w_{۶}+w_{۷}+w_{۸}+w_{۹}+w_{۱۰}\ge ۲۰۰\\
&x_{jm}-w_{j}\ge ۱۰۰y_{j}\qquad j=۱,۲,\dots,۱۰\\
&x_{jm}-w_{j}\le ۲۶۰۰y_{j}\qquad j=۱,۲,\dots,۱۰\\
&y_{۱}+y_{۲}+y_{۳}+y_{۴}+y_{۵}+y_{۶}+y_{۷}+y_{۸}+y_{۹}+y_{۱۰}\ge ۵\\
&x_{jm}\ge ۰\ \text{and integer}\qquad w_{j}\ge ۰\ \text{and integer}\qquad j=۱,\dots,۱۰
\end{aligned}$$

جواب بهینهٔ مدل عبارت است از:

$$\tilde{x}_{۱} = (۱۰۰,۰,۰) \quad \tilde{x}_{۲} = (۱۰۰,۰,۰) \quad \tilde{x}_{۴} = (۱۵۸۷,۰,۰) \quad \tilde{x}_{۵} = (۶۱۳,۲۰۰,۲۰۰)$$
$$\tilde{Z}_{۱}^{*} = (۵۱۷۰۷۸/۱۴,۴۶۲۵۰,۴۶۲۵۰) \quad \tilde{Z}_{۲}^{*} = (۱۰۱۶/۵۹۲,۱۰۰,۱۰۰)$$
$$\tilde{Z}_{۳}^{*} = (۲۳۷۵/۲,۲۶۰,۲۶۰)$$

جواب بهینهٔ حاصل از حل مدل در حالت قطعی و بدون درنظرگرفتن متغیرهای تصمیم، به‌صورت فازی عبارت است از:

$$x_{۱}^{*} = ۱۰۰ \quad x_{۲}^{*} = ۱۰۰ \quad x_{۴}^{*} = ۱۵۸۷ \quad x_{۵}^{*} = ۶۱۳$$
$$Z_{۱}^{*} = (۵۱۷۰۷۸/۱۴) \quad Z_{۲}^{*} = (۱۰۱۶/۵۹۲) \quad Z_{۳}^{*} = (۲۳۷۵/۲)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، در این مدل، اعداد سمت راست و نتیجهٔ حاصل برای متغیرهای تصمیم، لزوماً اعداد فازی مثلثی متقارن نیستند و مدل با توجه به متغیرها و محدودیت‌های نسبتاً زیاد، همچنان شدنی است و نتایج معقولی را به شکلی ساده و با محاسبه‌های نسبتاً اندک و در زمانی کوتاه ارائه کرده است.

نتیجه‌گیری

در این پژوهش، مدل‌های برنامه‌ریزی خطی فازی و مبتنی بر تئوری امکان، بررسی شده و درنهایت، مدلی برای برای حل مسائل برنامه‌ریزی چندهدفه، مبتنی بر تئوری امکان با منابع غیر دقیق و متغیرهای تصمیم فازی ارائه شده است؛ با این فرض که با وجود منابع فازی، تعیین تصمیم‌ها به‌صورت قطعی، غیر منطقی به‌نظر می‌رسد. از مهم‌ترین مشکل‌های موجود در مدل‌های پیشین این است که بعضی تنها برای اعداد فازی مثبت تعریف شده‌اند، بعضی تنها در صورت متقارن‌بودن اعداد فازی مثلثی برای پارامترها و متغیرها کاربرد دارند و بعضی قابلیت تعمیم به مسائل با چندین هدف را ندارند. مدل ارائه‌شده در پژوهش حاضر، برای تمامی انواع پارامترها و متغیرهای فازی مثلثی مثبت یا منفی، متقارن یا نامتقارن، یک‌هدفه یا چندهدفه، قابل استفاده است. این مدل در یک مسئلهٔ تخصیص خرید به تأمین‌کنندگان به‌کار گرفته شد و نتایج به‌دست‌آمده با نتایج حل مسئله– در حالتی که منابع و متغیرهای تصمیم آن به‌صورت قطعی درنظر گرفته شوند– مقایسه شد. نکتهٔ شایان توجه حاصل از نتایج این مدل این است که مدیران شرکت، با وجود نبود قطعیت منابع می‌دانستند که مقدار سفارش‌های آنها به هر تأمین‌کننده تقریبی است، اما تولرانس قابل قبول تغییرها از جواب بهینهٔ حاصل، از حل مدل قطعی برای آنها مشخص نبود و بنابراین، با حل مدل قطعی، آنها ناگزیر به تحلیل حساسیت مدل بعد از حل مدل بودند، اما مدل پیشنهادی، از همان ابتدا با توجه به فازی درنظرگرفتن متغیرهای تصمیم،

تصمیم‌ها را به‌صورت فازی، معین و تولرانس بهینه (عرض باند) مشخص کرد؛ بنابراین، به تحلیل حساسیت مدل، بعد از حل نیازی نیست. کاربرد مدل در یک مسئلهٔ واقعی نشان داد که محاسبه‌های ریاضی ساده و زمان محاسباتی بسیار اندک، مزیت دیگری است که می‌توان برای آن برشمرد.

تقدیر و تشکر

این پژوهش با استفاده از اعتبارهای شورای پژوهشی دانشگاه تهران به شمارهٔ طرح ۰۳/۰۱/۴۳۰۳۰۳۰ انجام شده است.

References

Allahviranloo, T., Lotfi, F.H., Kiasary, M.K., Kiani, N.A. & Alizadeh, L., (2008). Solving full fuzzy linear programming problem by the ranking function. *Applied Mathematical Science*, 2, 19–32. *(In Persian)*

Buckley, J.J. & Feuring, T. (2000). Evolutionary algorithm solution to fuzzy problems: fuzzy linear programming. *Fuzzy Sets and Systems*, 109, 35–53.

Dehghan, M., Hashemi, B. & Ghatee, M. (2006). Computational methods for solving fully fuzzy linear systems. *Applied Mathematics and Computations*, 179: 328–343. *(In Persian)*

Farquhar, P. (1984). Utility assessment methods. *Management Science*, 30: 1283–1300.

Harker, P. & Vargas, L. (1987). The theory of ratio scale estimations: Saaty's analytic hierarchy process. *Management Science*, 33(11): 1383–1403.

Hashemi, S.M., Modarres, M., Nasrabadi, E. & Nasrabadi, M. M. (2006). Fully fuzzified linear programming, solution and duality. *Journal of Intelligent Fuzzy Systems*, 17, 253–261. *(In Persian)*

Keeney, R. & Raiffa, H. (1976). *Decision with Multiple Objectives: Preference and Value Trade-off*, John Wiley. New York.

Kumar, A., Kaur, J. & Singh, P. (2011). A new method for solving fully fuzzy linear programming problems. *Applied Mathematical Modeling*. 35, 817–823.

Lai, Y. J. & Hwang, C. L. (1992). *Fuzzy Mathematical Programming: methods and applications*, Springer. Berlin.

Lotfi, F. H., Allahviranloo, T., Jondabeha, M. A. & Alizadeh, L. (2009). Solving a fully fuzzy linear programming using lexicography method and fuzzy approximate solution. *Applied Mathematical Modeling*, 33, 3151–3156. *(In Persian)*

Mahdavi Amiri, N. & Nasseri, S. H. (2007). Duality results and a dual simplex method for linear programming problems with trapezoidal fuzzy variables. *Fuzzy Sets and Systems*, 158: 1961 – 1978. *(In Persian)*

Maleki, H. R., Tata, M. & Mashinchi, M. (2000). Linear programming with fuzzy variables. *Fuzzy Sets and Systems*, 109: 21–33. *(In Persian)*

Menhaj, M. B., (2007). Fuzzy Computations. *Daneshnegar Publication*, Tehran, 324–329. *(In Persian)*

Saaty, T. (1986). Axiomatic foundation of the analytic hierarchy process. *Management Science*, 32(7): 841–855.

Shafer, G. A. (1976). *Mathematical Theory of Evidence*, Princeton University Press.

Steuer, R. (1986). *Multiple criteria optimization: Theory, Computation and Applications*, John Wiley. New York.

Tanaka, H., Guo, P. & Zimmermann, H.J. (2000). Possibility distributions of fuzzy decision variables obtained from possibilistic linear programming problems. *Fuzzy Sets and Systems*, 113: 323-332.

Tanaka, H., Okuda, T. & Asai, K. (1973). On fuzzy mathematical programming. *Journal of Cybernetics Systems*, 3: 37–46.

Zadeh, L.A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, 8: 338–353.

Zimmermann, H.J. (1978). Fuzzy programming and linear programming with several objective functions. *Fuzzy Sets and Systems*, 1: 45–55.