



## Inventory Control of Perishables based on Shelf Space and Effects of Face Changes of Products with Total Minimum Commitment

**Hamid Riazi** 

Ph.D. Candidate, Department of Industrial Engineering, Qazvin Branch, Islamic Azad University, Qazvin, Iran. E-mail: h.riazi@qiau.ac.ir

**Mahmood Doroodian\*** 

\*Corresponding Author, Assistant Prof., Department of Industrial Engineering, Qazvin Branch, Islamic Azad University, Qazvin, Iran. E-mail: mhdoroodian@qiau.ac.ir

**Behrouz Afshar-Nadjafi**

Associate Prof., Department of Industrial Engineering, Qazvin Branch, Islamic Azad University, Qazvin, Iran. E-mail: afsharnb@alum.sharif.edu

### Abstract

**Objective:** Increasing sales profits and inventory control leads to productivity in the retailing industry. To minimize inventory costs and reach an optimal order quantity, it is essential to develop a mathematical model for inventory control that is suited to industries. It is a common practice in the retailing industry to consider the shelf space for storing perishable products without taking the warehouse space into account. This study intends to address the issue and touch upon selling high-profit products and signing total minimum commitment contracts with suppliers in order to optimize total costs in the order time.

**Methods:** Reviewing the literature comprehensively, the authors could identify the effective parameters of the model through desk research. On the basis of the defects found, a model was proposed for inventory control considering the new limitations. The particle swarm optimization algorithm was used in MATLAB in order to reach an optimal response in the problem-solving process and a time series analysis was performed by Minitab for demand forecasting.

**Results:** The proposed model can have applied implications for the industry. The results from the numerical analyses of the model revealed that an effective change in product face and a total minimum commitment contract with suppliers reduce the costs during the planning period. However, using both of them doesn't always deliver favorable results. When a total minimum commitment contract is signed

with the supplier and a change is made in the product face, it is necessary to reconsider the extent of commitment.

**Conclusion:** This study addressed the utility obtained from the effects of product face changes on the number of demands and number of orders together with total minimum commitment. The quantity of orders was considered according to the shelf space limitations in order to lower the costs. Results showed that the methods adopted to boost sales and lower costs can be profitable for retailers.

**Keywords:** Retail, Stock control, Product face, Shelf space, Total minimum commitment

**Citation:** Riazi, Hamid; Doroodian, Mahmood & Afshar-Nadjafi, Behrouz (2022). Inventory Control of Perishables based on Shelf Space and Effects of Face Changes of Products with Total Minimum Commitment. *Industrial Management Journal*, 14(1), 168-194. <https://doi.org/10.22059/IMJ.2022.340649.1007933> (in Persian)

---

Industrial Management Journal, 2021, Vol. 14, No 1, pp. 168- 194

Published by University of Tehran, Faculty of Management

<https://doi.org/10.22059/IMJ.2022.340649.1007933>

Article Type: Research Paper

© Authors

Received: January 17, 2022

Received in revised form: February 24, 2022

Accepted: April 17, 2022

Published online: June 21, 2022





## کنترل موجودی کالاهاى فسادپذیر مبتنی بر فضای قفسه و اثر تغییرات نماکالا همراه با تعهد حداقل خرید کالا

حمید ریاضی

دانشجوی دکتری، گروه مهندسی صنایع، واحد قزوین، دانشگاه آزاد اسلامی، قزوین، ایران. رایانامه: h.riazi@qiau.ac.ir

محمود دورودیان\*

\* نویسنده مسئول، استادیار، گروه مهندسی صنایع، واحد قزوین، دانشگاه آزاد اسلامی، قزوین، ایران. رایانامه: mhdoroodian@qiau.ac.ir

بهروز افشار نجفی

دانشیار، گروه مهندسی صنایع، واحد قزوین، دانشگاه آزاد اسلامی، قزوین، ایران. رایانامه: afsharnb@alum.sharif.edu

### چکیده

**هدف:** بهره‌وری در صنعت خرده‌فروشی، به افزایش سود ناشی از خریدوفروش کالا و کنترل موجودی وابسته است. ارائه و حل یک مدل ریاضی به منظور کنترل موجودی متناسب با فضای صنعت، در راستای کمینه‌کردن هزینه‌های موجودی و به‌دست‌آوردن مقدار بهینه سفارش ضروری است. توجه به فضای قفسه برای کنترل موجودی کالاهاى فسادپذیر، بدون در نظر گرفتن فضای انبار، در این صنعت امر مرسوم است که در مطالعات قبلی کمتر به آن پرداخته شده است. اهمیت این موضوع، در کنار توجه به فروش کالای پُرسودتر و عقد قرارداد حداقل تعهد خرید کالا با تأمین‌کنندگان، به‌نجوی که هزینه کل دوره سفارش‌گذاری بهینه شود، هدف این پژوهش است.

**روش:** در این پژوهش با مطالعه جامع ادبیات موضوع، پارامترهای مؤثر مدل از طریق روش کتابخانه‌ای تعیین و با توجه به کمبودهای شناسایی شده، مدلی برای کنترل موجودی با محدودیت‌های جدید ارائه شده است. در فرایند حل مسئله، برای به‌دست‌آوردن جواب بهینه، از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات به کمک نرم‌افزار متلب و برای پیش‌بینی تقاضا، از سری زمانی در نرم‌افزار مینی‌تب استفاده شده است.

**یافته‌ها:** مدل ارائه‌شده به لحاظ نزدیکی به فضای صنعت، اهمیت کاربردی دارد. نتایج عددی حاصل از حل و تحلیل مدل، بیانگر این موضوع است که تغییر مناسب در نمای کالا و عقد قرارداد حداقل تعهد خرید کالا با تأمین‌کنندگان، باعث کاهش هزینه دوره برنامه‌ریزی می‌شود؛ اما استفاده از هر دو با یکدیگر، همواره نتیجه مطلوبی ایجاد نمی‌کند، در صورت داشتن قرارداد حداقل تعهد خرید کالا با تأمین‌کننده و ایجاد تغییرات در تعداد نمای کالا، نیاز است که روی مقدار تعهد بازرگاری شود.

**نتیجه‌گیری:** در این پژوهش به بررسی مطلوبیت حاصل از تأثیر تغییر در نمای کالا بر میزان تقاضا و اثر آن بر میزان سفارش همراه با تعهد حداقل خرید کالا پرداخته شده است. به‌منظور کاهش هزینه، مقدار سفارش متناسب با محدودیت‌های فضای قفسه در نظر گرفته شده است. یافته‌های به‌دست‌آمده نشان می‌دهد که روش‌های به‌کار رفته در جهت بهبود فروش و کاهش هزینه، می‌تواند مطلوبیت لازم را در مقادیر سود و هزینه برای خرده‌فروشان ایجاد کند.

**کلیدواژه‌ها:** حداقل تعهد خرید، خرده‌فروشی، فضای قفسه، کنترل موجودی، نمای کالا

**استناد:** ریاضی، حمید؛ دورودیان، محمود و افشار نجفی، بهروز (۱۴۰۱). کنترل موجودی کالاهاى فسادپذیر مبتنی بر فضای قفسه و اثر تغییرات نماکالا همراه با تعهد حداقل خرید کالا. مدیریت صنعتی، ۱۴(۱)، ۱۶۸-۱۹۴.

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۱۰/۲۷

تاریخ ویرایش: ۱۴۰۰/۱۲/۰۵

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۱/۲۸

تاریخ انتشار: ۱۴۰۱/۰۳/۳۱

doi: <https://doi.org/10.22059/IMJ.2022.340649.1007933>

مدیریت صنعتی، ۱۴۰۱، دوره ۱۴، شماره ۱، صص. ۱۶۸-۱۹۴

ناشر: دانشکده مدیریت دانشگاه تهران

نوع مقاله: علمی پژوهشی

© نویسندگان

## مقدمه

خرده‌فروشی حوزه پیچیده‌ای است که به مدیریت دقیق و کارآمد در زمینه برنامه‌ریزی و کنترل موجودی، روابط میان تولیدکننده و خرده‌فروش، تخصیص فضای قفسه‌ها به کالاها و... نیاز دارد (کوپاله<sup>۱</sup>، ۲۰۱۰). امروزه فروشگاه‌های زنجیره‌ای سهم بزرگی از اقتصاد بازار خرده‌فروشی را تشکیل می‌دهند. فروشگاه‌های زنجیره‌ای به دلیل توانایی در ارائه انواع مختلف کالا و قدرت چانه‌زنی بیشتر در عقد قرارداد با تأمین‌کنندگان می‌توانند در رقابت با خرده‌فروشان کوچک‌تر موفق‌تر عمل نمایند. یکی از مهم‌ترین و ارزان‌ترین منابع در اختیار این فروشگاه‌ها فضای قفسه است. نحوه استفاده از فضای قفسه می‌تواند بر سود کوتاه‌مدت و درازمدت فروشگاه تأثیر بگذارد. چیدمان کالا یکی از مسائل مهمی است که مدیران فروشگاه‌های زنجیره‌ای به‌طور دائم با آن سروکار دارند. در مدیریت فضای قفسه‌ها تصمیم‌گیری می‌شود که چه مقدار از فضای قفسه‌ها به هر کالا تخصیص داده شود؛ به‌گونه‌ای که بیشترین سود برای خرده‌فروش حاصل شود (قضاوی، ۱۳۹۲).

کنترل موجودی و برنامه‌ریزی سفارش‌ها، یکی از مباحث مهم در تدوین سیاست‌های اقتصادی واحدهای صنعتی و خدماتی است که نیازمند توجه به شرایط حاکم بر سازمان و بازار است. در این زمینه، تعیین تعادل بهینه بین مقدار موجودی، هزینه‌های سفارش‌دهی و هزینه‌های نگهداری، نقش بارزی در جلوگیری از اتلاف سرمایه و مواجه‌شدن با کمبود موجودی دارد (ملک محمدی، نصراللهی و الوند، ۱۳۹۷). از سوی دیگر، توجه به این نکته ضروری است که سامانه‌های مختلف سفارش‌گذاری و کنترل موجودی، باید ساختاری متناسب با شرایط هر واحد صنعتی و خدماتی داشته باشد. به همین منظور بهتر است پارامترهای مهمی مثل میزان سفارش و زمان صدور هر بار سفارش متناسب به نوع سازمان طراحی شود. بر این اساس، وجود یک سیستم منظم و مطمئن کنترل موجودی، جهت تعیین پارامترهای فوق برای هر یک از اقلام موجودی ضروری خواهد بود. اداره یک سیستم کنترل موجودی همواره هزینه‌هایی دربرخواهد داشت و سازمان‌ها همواره در جهت کاهش هزینه و افزایش سود فعالیت می‌کنند (محمدی و بیدهدی، ۱۳۸۷).

در این پژوهش در نظر داریم روشی را برای سفارش‌گذاری در صنعت خرده‌فروشی طراحی کنیم، شامل سفارش‌گذاری از دو برند مختلف برای یک نوع محصول که هر یک از محصولات با هزینه تأمین و حاشیه سود متفاوت تأمین می‌گردد، به انضمام داشتن قرارداد با حداقل تعهد<sup>۳</sup> خرید کالا و در نظر گرفتن تأثیر تغییرات در فضای کالا در قفسه بر روی میزان تقاضا در جهت بهینه‌سازی فرایند؛ به‌نحوی که هزینه کل دوره کاهش پیدا کند. با توجه به این موضوع که کالاهای فسادپذیر، به علت شرایط خاص محصول، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. این اقلام علاوه بر هزینه از دست رفتن فروش به علت عدم تأمین به‌موقع تقاضا، هزینه‌های ناشی از نگهداری محصول، افت کیفیت و فساد شدن محصول را نیز متحمل خواهد شد (حاجیان و همکاران، ۱۳۹۸). مطالعه انجام‌شده برای کالاهای فسادپذیر با تاریخ انقضای کوتاه با هزینه نگهداری قابل توجه مانند، انواع لبنیات مناسب می‌باشد. در اغلب پژوهش‌های قبلی که به بررسی کالاهای فسادپذیر پرداخته‌شده، این اقلام را کالاهایی تک دوره با عمر مصرف کوتاه مانند انواع فراورده‌های تازه گوشتی

1. Kopalpe

2. Space allocation

3. Total Minimum Commitment (TMC)

و... در نظر گرفته‌اند که بعد از پایان دوره قابل استفاده نیست و به دوره بعد انتقال پیدا نمی‌کند. ولی در بسیاری از محصولات فسادپذیر مانند محصولات لبنی روند به این صورت نیست، تاریخ انقضای این محصولات معمولاً بالای یک هفته و حتی تا چندین هفته می‌باشد. سفارش گذاری به صورت روزانه انجام می‌شود، در پایان هرروز ممکن است تعدادی محصول که زمان زیادی تا اتمام تاریخ انقضای آنها مانده است، در فروشگاه موجود باشد. موجودی فوق در قفسه فروشگاه باقی می‌ماند تا به فروش برسد. در راستای کاهش هزینه‌های نگهداری و بازسازی، می‌توان فضا را به نحوی به محصولات تخصیص داد که اقلام مذکور از زمان ورود به فروشگاه مستقیماً به قفسه‌ها رفته و انباری برای نگهداری آنها در نظر گرفته نشود و مقدار سفارش متناسب با فضای قفسه فروشگاه تنظیم گردد. گفتنی است که محدودیت فضای قفسه فروشگاه با محدودیت‌های دیگر فضاهای موجود در فروشگاه متفاوت است. موجودی کالا در قفسه، نباید از حد مشخصی کمتر باشد تا قفسه خالی دیده نشود و همواره موجودی کالا باید بیشتر یا حداقل برابر از تعداد نمای<sup>۱</sup> کالا (کالاهای مشابه با برند مشابه که در ردیف اول قفسه نمایش داده می‌شوند) در قفسه باشد.

با توجه به این موضوع که کالاهای یک گروه کالایی با هزینه و بهای تمام شده متفاوت به دست خرده‌فروش می‌رسند، خرده‌فروش تلاش می‌کند تا در کنار حفظ تنوع که در جهت بالا بردن سطح خدمات است، به حاشیه سود هر کالا نیز توجه کند و به کمک انواع روش‌های مدیریتی، بازاریابی و... به افزایش فروش، به‌ویژه افزایش فروش کالاهای پرسود توجه بیشتری داشته باشد. یکی از روش‌های مورد استفاده برای خرده‌فروش‌ها که در افزایش یا کاهش فروش محصولات مؤثر است، تغییرات در فضای چیدمان است. در این مطالعه از این استراتژی استفاده شده است تا در کنار بهینه‌کردن هزینه‌های سفارش گذاری و تأمین کالا، در بحث فروش نیز بتوان سود بیشتری به دست آورد. در همین راستا نخست برای شناخت بهتر شکاف پژوهشی به مرور و بررسی پژوهش‌های انجام شده پرداخته‌ایم، در بخش روش‌شناسی پژوهش، ابتدا مسئله را مشخص کردیم. در ادامه به دلایل انتخاب نوع روش حل مسئله پرداختیم که به فرضیه اصلی ما وابسته است. در ادامه با حل یک مثال عددی به بررسی نتایج به دست آمده خواهیم پرداخت و در انتها با جمع‌بندی و تحلیل نتایج پژوهش، نتیجه‌گیری کلی صورت می‌گیرد.

### پیشینه پژوهش

قرارداد حداقل تعهد خرید یک قرارداد تأمین است که بر اساس آن یک شرکت متعهد می‌شود که در طول مدت قرارداد حداقل مقدار محصول را از تأمین‌کننده خود خریداری کند (گونگ، چن و یوان<sup>۲</sup>، ۲۰۲۲). چنین طبقه‌ای از قراردادهای خرید به‌طور گسترده‌ای در عمل استفاده می‌شود. بستن قرارداد خرید با مقدار تعهد، در واقع خریداران را در موقعیت بهتری برای مذاکره در خصوص قیمت قرار می‌دهد و امکان خرید با قیمت پایین‌تر را برای خریدار فراهم می‌کند. درحالی‌که تأمین‌کنندگان از قفل کردن خریداران و اطمینان از فروش سود می‌برند، از سوی دیگر انگیزه برای تأمین‌کنندگان به وجود می‌آورد تا ظرفیت کافی ایجاد کنند و خود خطر عرضه را برای خریداران کاهش دهند (ونگ، گونگ و ژو<sup>۳</sup>، ۲۰۱۷).

1. Face

2. Gong, Chen & Yuan

3. Wang, Gong & Zhou

در صنعت خرده‌فروشی هم مطابق تمام صنایع مزایا برای خرده‌فروش و عمده‌فروش در حالت عقد قرارداد خرید با حداقل تعهد خرید وجود دارد. برای مثال، برای خرده‌فروش تحویل محصول با قیمت ثابت از قبل توافق شده، حتی در زمان کمبود محصول تضمین می‌شود و برای تأمین‌کننده، می‌توان به کاهش پراش<sup>۱</sup> سفارش‌ها به میزان قابل‌توجه را به‌عنوان مزیت اصلی برشمرد (هان، یو و ها<sup>۲</sup>، ۲۰۱۹). باید توجه کرد که اگر مقدار حداقل تعهد بیش‌ازحد زیاد باشد، خرده‌فروش متحمل ضرر می‌شود، زیرا محصولات فاسدشدنی فروخته نشده در پایان هر دوره و بدون استفاده باقی می‌ماند (فاضل، فیسچر و گیلبرت<sup>۳</sup>، ۱۹۹۸). مطالعاتی که بر روی سیاست‌های تعهد سفارش انجام شده بیان می‌کند که این تعهد زمانی مؤثر است که تأمین‌کننده ملزم به ارائه ۹۹ درصد سطح خدمات باشد (گاویرنی و رابینسون<sup>۴</sup>، ۲۰۱۹). تعهدات سفارش خرده‌فروشان می‌تواند اشکال مختلفی داشته باشد، از جمله حداقل تعهد (واحد پولی) یا تعهد مقدار سفارش (باسوک و آنوپیندی<sup>۵</sup>، ۲۰۰۸).

مشکل تخصیص فضای قفسه<sup>۶</sup> یک مشکل مدیریت فضای فروشگاه‌ها است که ترکیب و مقدار مطلوب نمایش محصولات در قفسه‌ها را تعیین می‌کند. تخصیص فضای قفسه همیشه یک مسئله مهم برای هر فروشگاه باقی‌مانده است؛ زیرا فضا، منبع محدودی است (بید و همکاران<sup>۷</sup>، ۲۰۲۰). با توجه به این موضوع که بیشتر تصمیمات مشتری در هنگام خرید اتخاذ می‌شود، نحوه نمایش محصول هنگام حضور مشتری در فروشگاه بسیار مهم است، از آنجاکه نحوه تخصیص مناسب فضا به کالا همراه با نمایش بهتر آن در قفسه محصولات منجر به فروش متفاوتی می‌شود، اهمیت نیاز یک خرده‌فروش برای مدیریت فضای در سطح فروش فروشگاه آشکار می‌شود (وینسنت، مگلاسانگ و تساو<sup>۸</sup>، ۲۰۱۸). بهینه‌سازی فضای قفسه‌ها از مشکلات مدیریت فضای فروشگاه‌ها است که به دنبال تعیین ترکیب بهینه نمایش محصولات در قفسه‌ها هستند. ادبیات مشکل تخصیص فضای قفسه دو کلاس از روش‌های تخمین تقاضا را ارائه می‌دهد: مدل‌های مبتنی بر سود<sup>۹</sup> و مدل بیرونی<sup>۱۰</sup> (کوسکان<sup>۱۱</sup>، ۲۰۱۲). مدل‌های مبتنی بر سودمندی فرض می‌کنند که هر مشتری کالایی را بر اساس سودمندی خریداری می‌کند. مدل‌های بیرونی فرض می‌کنند که مشتری وفادار قبل از رفتن به فروشگاه برای خرید خود اولویت دارد. مدل‌های وابسته به فضا مدل‌های بیرونی هستند (وینسنت، مگلاسانگ و تساو، ۲۰۱۸).

خرده‌فروشان به‌طور مداوم با مشکل فضای کم قفسه، بهبود پاخور مشتری (تعداد مشتریانی که از فروشگاه بازدید می‌کنند)، تبدیل بازدید به خرید و درنهایت به حداکثر رساندن سود مواجه هستند (فلامند و همکاران<sup>۱۲</sup>، ۲۰۱۸). در هر

1. Variance
2. Han, Yu & Ha
3. Fazel, Fischer & Gilbert
4. Gavirneni & Robinson
5. Bassok & Anupindi
6. Shelf space allocation problem (SSAP)
7. Beed, Sarkar, Sinha & Dasgupta
8. Vincent, Maglasang & Tsao
9. Utility-based models
10. Exogenous models
11. Coskun
12. Flamand, Ghoniem, Haouari & Maddah

فروشگاه نه تنها محل قفسه مهم است، بلکه فضای قفسه (تعداد نمای کالا) نیز با فروش مرتبط است. یک قاعده کلی این است که به محصولات پر فروش فضای بیشتری (نما) داده شود (آدام و همکاران<sup>۱</sup>، ۲۰۱۷). در واقع هدف از تخصیص فضای قفسه افزایش فروش گروه خاصی از کالا یا سود حاصل از فروش بدون در نظر گرفتن برند کالا (برای خرده فروش) و یا افزایش فروش یک برند با افزایش فضای اختصاص داده شده به برند (برای تولیدکننده) می باشد (بید و همکاران، ۲۰۲۰). کشش فضای هر کالا با افزایش یا کاهش تخصیص فضای آن تعریف شده است که تأثیر عملکرد فروش محصول را با تغییر فضای چیدمان اندازه گیری می کند؛ بنابراین تقاضای محصولات نمایش داده شده می تواند از نظر فضا قابل ارتقا یا کاهش باشد (درزه، هوچ و پارک<sup>۲</sup>، ۱۹۹۴). از آنجا که فضا یک منبع محدود است، افزایش فضای نمایش یک محصول نیاز به کاهش فضای نمایش در سایر محصولات دارد. این ملاحظه منجر به کشش فضایی متقابل می شود (کورستینس و دوایل<sup>۳</sup>، ۱۹۸۱). اکثر خرده فروشان پدیده کشش فضا را در سطح کلی تصدیق می کنند، با این حال، مشکل این است که پیش بینی تأثیر فضای قفسه بر تقاضای محصول دشوار است. این رابطه برای هر دسته از محصولات مشابه نیست (واینیو<sup>۴</sup>، ۲۰۱۸).

پژوهش های انجام شده در رابطه با تخصیص فضای قفسه به دو دسته کلی تقسیم می شود:

۱. آزمایش های میدانی جهت نشان دادن تأثیر فضای قفسه بر عملکرد فروشگاه.

۲. مدل های ریاضی جهت رسیدن به جواب بهینه در تخصیص فضای قفسه.

### آزمایش های میدانی جهت نشان دادن تأثیر تخصیص فضای قفسه بر عملکرد فروشگاه

کورهان<sup>۵</sup> در سال ۱۹۷۲ با انجام آزمایش بر روی نمونه بزرگی از کالاهای موجود در یک فروشگاه نشان داد که رابطه مستقیم میان فضای قفسه تخصیص داده شده به یک کالا و میزان فروش آن وجود دارد. دوایل و گیدنگیل<sup>۶</sup> (۱۹۷۷) آزمایش های درون فروشگاه را در خصوص کشش فضا کالا در قفسه انجام دادند و در پژوهش خود مشکلات به کارگیری این گونه آزمایش ها را بیان کردند. درزه، هوچ و پارک (۱۹۹۴) با انجام یک سری آزمایش ها نشان دادند که محل قرار گرفتن کالا در صورتی که فضای اختصاص داده شده به میزان مناسبی پر باشد تأثیر به مراتب بزرگ تری از تأثیر میزان فضای تخصیص داده شده به آن دارد. ایسند<sup>۷</sup> در سال ۲۰۱۴ با انجام آزمایش های نشان داد که با بزرگ شدن اندازه فروشگاه اثر کشش تقاضای حاصل از افزایش فضای تعدیل پیدا می کند و افزایش فضا کالا در قفسه تأثیر بیشتری بر کشش تقاضا دارد تا کاهش فضای. آدام و همکاران (۲۰۱۷) در آزمایشی که در ۱۰ فروشگاه در کشور دانمارک انجام دادند به طور خاص به تأثیر مثبت مداخله در فضای قفسه کالا و تأثیر آن در فروش غذاهای سالم (کم کالری) با هدف کمک به سلامت جامعه و کاهش فروش مواد غذایی مضر پرداختند.

1. Adam, Jensen, Sommer, Iben & Hansen  
 2. Dreze, Hoch & Purk  
 3. Corstjens & Doyle  
 4. Vainio  
 5. Curhan  
 6. Doyle & Gidengil  
 7. Eisend

### مدل‌های ریاضی جهت رسیدن به جواب بهینه در تخصیص فضای قفسه

اندرسون و آمات<sup>۱</sup> (۱۹۷۴) در پژوهش خود یک مسئله کوله‌پشتی را با توجه به اثر کشش فضا کالای بر میزان تقاضا در جهت بهینه‌سازی هم‌زمان تخصیص فضای قفسه و انتخاب مجموعه کالا بدون در نظر گرفتن هزینه در یک مدل ریاضی شبیه‌سازی کرده‌اند. هانسن و هینسبروک<sup>۲</sup> در سال ۱۹۷۹ مدلی با توجه به اثر تقاضا و هزینه بدون در نظر گرفتن اثر کشش متقابل کالای مجاور ارائه نمودند. کورستینس و دوپل در سال ۱۹۸۱ با در نظر گرفتن کشش فضا و اثر کشش متقابل مدلی غیرخطی برای تخصیص فضای قفسه ارائه نمودند. آنها در مطالعه دیگری که در سال ۱۹۸۳ انجام دادند یک مدل پویا برای مسئله تخصیص فضای قفسه طی دوره‌های متوالی را بررسی کردند، مدل ارائه‌شده با حذف تابع هزینه و محدودیت فضا نسبت به مدل اول جامعیت کمتری دارد. زافریدن<sup>۳</sup> در سال ۱۹۸۶ با پیشنهاد روش برنامه‌ریزی پویا جهت حل مسئله تخصیص فضای قفسه تابع هدفی عمومی برای تقاضا، هزینه و کشش فضای کالا به‌دست‌آمده، در این مطالعه کشش متقابل فضای کالاها نادیده گرفته شده است. بولتز و نارت<sup>۴</sup> در سال ۱۹۸۸ با توسعه مدل کورستینس و دوپل مدل بهینه‌ی جدیدی ارائه کرده‌اند و نیز به بررسی وابستگی درون گروهی و میان گروهی کالاها پرداخته‌اند، در این مطالعه برای به دست آوردن داده‌های مدل از اطلاعات یک سوپرمارکت در هلند استفاده شده است. او ریان<sup>۵</sup> در سال ۱۹۹۸ در مدلی پیشنهادی مسئله تخصیص فضای قفسه را با توجه به محدودیت‌های انبار و تأثیر هزینه موجودی بر سود بررسی نمود و برای دست یافتن به جواب بهینه از الگوریتم حریصانه و ژنتیک کمک گرفته است. یانگ و چن مدلی جامع را در سال ۱۹۹۹ توسعه دادند، این مدل اجازه می‌دهد پارامترهای تأثیرگذار بر میزان تقاضا علاوه بر فضای تخصیص داده‌شده به هر کالا متأثر از استراتژی‌های خرده‌فروش نیز باشد. در این مقاله برای شناسایی استراتژی‌های مؤثر در تخصیص فضا از پرسش‌نامه کمک گرفته شده است. یانگ در سال ۲۰۰۱ یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح برای حل مسئله تخصیص فضای قفسه به‌عنوان یک مسئله کوله‌پشتی ارائه نمود. هوانگ، چوی و لی<sup>۶</sup> (۲۰۰۵) مسئله تخصیص فضای قفسه و کنترل موجودی انبار را با در نظر گرفتن طبقات قفسه‌ها بررسی کردند. حریقه، الاحماری و محمد<sup>۷</sup> (۲۰۰۷) یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی مرکب عدد صحیح برای انتخاب مجموعه کالا، سفارش‌دهی و تخصیص فضای قفسه ارائه نمودند. مورای، تاروکدار و گوساوی<sup>۸</sup> در سال ۲۰۱۰ مدلی برای تخصیص فضای قفسه با توجه به حالات مختلف قرارگیری کالا روی قفسه ارائه دادند. لطفی و ترابی در سال ۲۰۱۱ مدلی چندهدفه جهت انتخاب کالا برای تصمیم‌گیری میان‌مدت در فروشگاه ارائه کرده‌اند که کشش فضا و کشش متقابل فضای کالا در آن نادیده گرفته شده است. ایریون<sup>۹</sup> و همکاران در سال ۲۰۱۲ مدلی خطی برای تخصیص فضای قفسه به کالا جهت به‌کارگیری تعداد

1. Anderson & Amato
2. Hansen & Heinsbroek
3. Zufryden
4. Bultez & Naert
5. Urban
6. Hwang, Choi & Lee
7. Hariga, Al-Ahmari & Mohamed
8. Murray, Talukdar & Gosavi
9. Irion



بیشتری کالا نسبت به مدل‌های قبلی ارائه نمودند. تاسی و هانگ<sup>۱</sup> در مطالعه خود در سال ۲۰۱۵ مدل ساده خطی برای تخصیص فضای قفسه به کالا در نظر گرفتند و برای شبیه‌سازی از ابزار داده‌کاوی به کمک اطلاعات قبلی خرید مشتری و برای بررسی رفتار مشتری در هنگام خرید از سامانه بازشناسی با امواج رادیویی<sup>۲</sup> استفاده کردند. بیانچی – آگویار و همکاران<sup>۳</sup> در سال ۲۰۱۶ یک رویکرد تحقیقاتی مدولار را توسعه داده‌اند که به‌طور سیستماتیک از مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی و الگوریتم ابتکاری برای تعیین بهترین طرح چیدمان محصولات در قفسه‌ها استفاده می‌کند. ژائو، ژئو و وهاب<sup>۴</sup> در سال ۲۰۱۶ مدل بهینه‌سازی برای جانمایی و تخصیص فضای قفسه توأمان با نحوه نمایش کالا در قفسه به‌صورت چند کالایی در نظر گرفتند و در مطالعه خود به بررسی شرایط بازپرسازی قفسه نیز پرداختند. در این مطالعه دو مدل بهینه‌سازی با دو سناریو مختلف توسعه داده شده است: ۱. بازپرسازی به‌صورت تک کالایی<sup>۲</sup>. بازپرسازی به‌صورت چند کالایی. فرونتینی<sup>۵</sup> و همکاران در سال ۲۰۱۷ از یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح استفاده کردند تا راه‌حلی برای اختصاص بهینه فضای قفسه به کالا به‌منظور به حداقل رساندن مقدار موجودی داخل انبار ایجاد کنند. شایو و یانگ<sup>۶</sup> در پژوهشی که در سال ۲۰۱۷ انجام دادند، یک مدل ریاضی را به کمک استراتژی‌های قیمت‌گذاری، تخصیص فضای قفسه، مقدار سفارش و با بهره‌گیری از فناوری ردیابی محصول در راستای به حداکثر رساندن سود برای یک زنجیره خرده‌فروشی تک‌محصول شبیه‌سازی کرده‌اند. هبner و شال<sup>۷</sup> در سال ۲۰۱۷ اولین مدل تصمیم‌گیری این حوزه را ارائه دادند؛ که در این مدل با در نظر گرفتن تقاضای تصادفی و کشش فضا کالا در قفسه، اثر دو عامل جایگزینی داخل و خارج گروه کالایی، برنامه‌ریزی تغییرات فضا قفسه را ادغام می‌کرد. در این مطالعه برای کاهش زمان حل از روش ابتکاری استفاده شده است، مدل مذکور برای مسائل در مقیاس بزرگ، نتایج تقریباً بهینه را ارائه می‌دهد. شال و هبner در سال ۲۰۱۸ برای نخستین بار به کمک یک مدل بهینه غیرخطی، اثر تقاضای تصادفی با تأثیر از فضای کالا و کشش متقابل فضا را برای گروه‌های بزرگی از محصولات مدل کرده‌اند. وینسنت، مگلاسانگ و تساو، در سال ۲۰۱۸ یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی ترکیبی عدد – صحیح<sup>۸</sup> را برای مسئله تخصیص فضای قفسه تحت سیاست زیست‌محیطی مالیات بر تولید و انتشار کربن فرموله کرده‌اند. ربانی و همکاران<sup>۹</sup> در سال ۲۰۱۸ مدل تصمیم‌گیری ارائه کرده که تأثیر عوامل مختلفی مانند موقعیت عمودی و افقی، کشش متقابل کالا، تعداد اقلام در سطح دید مشتری و ... را بررسی می‌کند. در این مطالعه قفسه‌ها به‌صورت سه‌بعدی در نظر گرفته شده و علاوه بر طول و عرض قفسه، عمق و ارتفاع قفسه دیده شده است. در روش حل پیشنهادی در این پژوهش از الگوریتم ژنتیک و برای تنظیم پارامتر الگوریتم از روش تاگوچی استفاده شده است. بید و همکاران (۲۰۲۰) قفسه را به‌صورت سه‌بعدی مدل کردند. در این پژوهش علاوه بر پارامترهای موجود در مطالعات قبلی به طول هر طبقه و نیز چیدمان کالاهای بر روی یکدیگر در خارج از قفسه توجه شده و برای

1. Talukdar & Huang

2. Radio Frequency Identification (RFID)

3. Bianchi-Aguiar, Silva, Guimarães, Carravilla, Oliveira, Jmaral, Liz & Lapela

4. Zhao, Zhou & Wahab

5. Frontoni

6. Xiao & Yang

7. Hübner & Schaal

8. Mixed integer nonlinear programming (MINLP)

9. Rabbani, Salmanzadeh-Meydani, Farshbaf-Geranmayeh & Fadakar-Gabalou

کوتاهی زمان حل از الگوریتم تبرید استفاده شده است. در پژوهشی که توسط چرنیاچوفسکا و لوتوسلووسکی<sup>۱</sup> در سال ۲۰۲۱ منتشر شده است. مشکل فضای قفسه در راستای بهبود سود کلی به کمک مسئله کوله‌پشتی حل شده، در این پژوهش برای نخستین بار به اقلامی که به دلیل شکل بسته‌بندی یا مقدار خرید مشتری باید در فضای مشخصی در قفسه قرار گیرند و امکان تغییر فضای آن وجود ندارد توجه شده است. جنکازمن و بگن<sup>۲</sup> در پژوهش خود در سال ۲۰۲۲ به بررسی جانمای قفسه در فروشگاه و تخصیص گروه‌های کالای مختلف به هر قسمت از فضای قفسه پرداخته‌اند؛ که به دلیل ابعاد مسئله در اندازه واقعی و پاسخ‌گو نبودن مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط<sup>۳</sup> از الگوریتم تجزیه بندرز<sup>۴</sup> و بهینه‌سازی با الگوریتم ازدحام ذرات استفاده کرده‌اند. در این مطالعه برای مقایسه عملکرد روش پیشنهادی از صد نمونه آزمایشی با معیارهای نزدیک به فضای واقعی استفاده شده است و همچنین در ادامه برای ارزیابی روش مذکور از اطلاعات یک کتاب فروش محلی استفاده شده، نتایج به دست آمده از این پژوهش بیانگر این موضوع است که استفاده از این روش می‌تواند بین ۴/۵ تا ۱۶/۵ درصد سود را افزایش دهد. گسلی و پریخ<sup>۵</sup> (۲۰۲۲) در مطالعات خود به بررسی عدم تطابق بین شکل محصولات و ابعاد قفسه پرداخته‌اند (این عدم تطابق بر روی بهینه‌سازی اثر منفی دارد)، در این پژوهش مدل بهینه‌سازی با متغیر قرار دادن ارتفاع قفسه به عنوان عامل مؤثر و الگوریتم ازدحام ذرات توسعه پیدا کرده است. نتایج به دست آمده از این پژوهش بیانگر این موضوع است که روش پیشنهادی می‌تواند تا ۳۷ درصد منجر به افزایش درآمد شود. ادیریسینگه و مونسون<sup>۶</sup> در سال ۲۰۲۲ در پژوهش که در راستای بهبود عملیات بازاریابی فروشگاه‌های فیزیکی برای رقابت با خرده‌فروشان آنلاین انجام داده‌اند، با کمک داده‌های خرید در محل مشتری و ایجاد انگیزه در مشتری به استفاده از قوانین انجمنی و اکتشافی در راستای بهینه‌سازی فرایند در جهت افزایش فروش پرداخته‌اند. در مدل پیشنهادی در این مطالعه برعکس مدل‌های پیشین که فقط یک‌بار بهینه‌سازی در فرایند حل صورت می‌گرفته است، با توجه به اطلاعات فروش به دست از رفتار مشتری، تغییرات در فضای قفسه به صورت پویا در حال انجام است.

مرور ادبیات نشان می‌دهد (جدول ۱) که تحقیقات در حوزه جانمای قفسه و قرارداد حداقل تعهد خرید کالا در گروه‌های مجزا از یکدیگر قرار می‌گیرند. مطالعاتی که به بررسی فضا و جانمای کالا در قفسه پرداخته‌اند، همواره به دنبال روش‌های برای افزایش میزان فروش یا سود هستند. در گروه دیگر پژوهش‌هایی که به بررسی قرارداد حداقل تعهد خرید کالا پرداخته‌اند. همواره به دنبال کاهش هزینه در طول مدت قرارداد هستند. در بررسی ادبیات موضوع پژوهشی که به بررسی تأثیر استفاده از هر دو روش در بهبود فرایند تأمین تا فروش کالا در صنعت خرده‌فروشی پرداخته باشد مشاهده نشده است. با توجه به این موضوع که ایجاد تغییر به وسیله هر دو روش بر روی موجودی اثرگذار است و عدم کنترل موجودی همواره باعث افزایش هزینه می‌گردد. با در نظر گرفتن اهمیت زیاد کنترل موجودی کالاهای فسادپذیر در

1. Czerniachowska & Lutosławski
2. Gencosman & Begen
3. mixed integer programming (mip)
4. Logic-based Benders decomposition (LBBD)
5. Gecili & Parikh
6. Edirisinghe & Munson

صنعت خرده‌فروشی و به‌منظور کاربردی شدن پژوهش حاضر در این مطالعه به بررسی تأثیر تغییر فضای کالا در قفسه در کنار قرارداد حداقل تعهد خرید کالا و اثرشان بر هزینه موجودی اقلام فسادپذیر پرداخته‌ایم.

جدول ۱. بررسی و مقایسه پژوهش‌های انجام شده

موجودی	چیدمان بر روی یکدیگر در قفسه	حداقل تعهد خرید کالا	شکل قرار گرفتن کالا	تفاوت طبقه‌ها	دوباره پر نمودن	هزینه	کشش متقابل فضا	کشش فضا	پژوهشگر و سال چاپ مقاله
-	-	-	-	-	-	✓	✓	✓	زافریدن، ۱۹۸۶
-	-	-	-	-	-	✓	✓	✓	بولتز و نارت، ۱۹۸۸
-	-	-	-	-	-	✓	✓	✓	او ریان، ۱۹۹۸
-	-	-	-	-	-	✓	✓	✓	یانگ و چن، ۱۹۹۹
-	-	-	-	-	-	✓	✓	✓	یانگ، ۲۰۰۱
-	-	-	-	✓	-	✓	✓	✓	هوانگ، چوی و لی، ۲۰۰۵
-	-	-	-	-	-	✓	✓	✓	حریق، الاحماری و محمد، ۲۰۰۷
-	-	-	✓	✓	-	✓	✓	✓	مورای، تارو کدار و گوساوی، ۲۰۱۰
-	-	-	-	✓	-	✓	-	✓	لطفی و ترابی، ۲۰۱۲
-	-	-	-	-	✓	✓	✓	✓	ایریون و همکاران، ۲۰۱۲
-	-	-	-	-	✓	-	-	✓	تاسی و هانگ، ۲۰۱۵
-	-	-	✓	✓	-	-	-	✓	بیانچی - اگویار و همکاران، ۲۰۱۶
-	-	-	-	-	✓	-	✓	✓	ژائو، ژئو و وهاب، ۲۰۱۶
-	-	-	✓	-	✓	✓	-	✓	فرونتینی و همکاران، ۲۰۱۷
-	-	-	-	-	✓	-	-	✓	شایو و یانگ، ۲۰۱۷
-	-	-	-	✓	-	-	-	✓	هینر و شال، ۲۰۱۷
-	-	-	✓	-	-	✓	-	✓	شال و هینر، ۲۰۱۸
-	-	-	-	-	✓	✓	✓	✓	وینسنت، مگلاسانگ و تساو، ۲۰۱۸
-	-	-	✓	✓	-	-	✓	✓	ریانی و همکاران، ۲۰۱۸
-	-	-	-	✓	-	✓	✓	✓	بید و همکاران، ۲۰۲۰
-	-	-	-	✓	-	✓	-	✓	چرنیاچوفسکا و لوتوسلووسکی، ۲۰۲۱
-	-	-	✓	✓	-	✓	-	✓	جنکازمن و بگن، ۲۰۲۲
-	-	-	✓	✓	-	✓	-	✓	گسلی و پریخ، ۲۰۲۲
-	-	-	-	✓	-	✓	-	✓	ادیریسینگه و مونسون، ۲۰۲۲
✓	✓	✓	-	-	-	✓	✓	✓	این مطالعه

## روش‌شناسی پژوهش

در این پژوهش تأثیری که مکان نمایش کالاها می‌تواند روی تهییج مشتریان و در نتیجه افزایش احتمال خرید ناخواسته آنها داشته باشد، در تقاضا لحاظ می‌شود و برای دستیابی به جواب بهینه در حل مسئله از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات<sup>۱</sup> که جزء الگوریتم‌های فراابتکاری<sup>۲</sup> است، استفاده می‌شود. این الگوریتم در شاخه هوش ازدحامی یا هوش جمعی جای می‌گیرد، به تعداد پارامترهای کمی برای تنظیم نیاز دارد و به راحتی قابل پیاده‌سازی است. از دیگر مزایای الگوریتم ازدحام ذرات نسبت به سایر روش‌های بهینه‌سازی فراابتکاری می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱. الگوریتم ازدحام ذرات یک الگوریتم مبتنی بر جمعیت است. این خاصیت باعث می‌شود که کمتر در مینیمم محلی گرفتار شود.

۲. این الگوریتم بر اساس قوانین احتمالی عمل می‌کند نه قوانین قطعی؛ بنابراین یک الگوریتم بهینه‌سازی تصادفی است که می‌تواند نواحی نامشخص و پیچیده را جست‌وجو کند. این خاصیت الگوریتم ازدحام ذرات را نسبت به روش‌های معمولی انعطاف‌پذیرتر و مقاوم‌تر می‌کند.

۳. کیفیت جواب مسیر پیشنهادی به جمعیت اولیه وابسته نیست. با شروع از هر نقطه در فضای جست‌وجو، الگوریتم جواب مسئله را در انتها به جواب بهینه همگرا می‌کند.

۴. الگوریتم ازدحام ذرات انعطاف‌پذیری زیادی دارد تا تعادل بین جست‌وجوی محلی و کلی فضای جست‌وجو را کنترل کند. این خاصیت منحصربه‌فرد این الگوریتم به مشکل همگرایی بد موقع غلبه می‌کند و ظرفیت جست‌وجو را افزایش می‌دهد.

در ادامه حل مسئله برای پیش‌بینی تقاضا از سری‌های زمانی استفاده‌شده، در سال‌های اخیر با ثبت منظم داده‌ها و به وجود آمدن بانک‌های مختلف اطلاعاتی در سراسر دنیا تمایل به استفاده از سری‌های زمانی افزایش یافته است. تفاوتی که بین سری‌های زمانی با سایر روش‌های مدل‌سازی از جمله رگرسیون وجود دارد، این است که در سری‌های زمانی با استفاده از داده‌های قبلی مقادیر آینده را پیش‌بینی می‌کنند، درحالی‌که در روش‌های مدل‌سازی اغلب با استفاده از متغیرهای دیگر سعی می‌شود متغیر موردنظر پیش‌بینی شود. به همین دلیل معمولاً قدرت سری‌های زمانی در پیش‌بینی کمتر است، اما به دلیل اینکه به اطلاعات جانبی کمتری نیاز دارد، تمایل به استفاده از آن زیاد است.

خرده‌فروشی را در نظر بگیرید که برای کنترل موجودی نوعی کالا، یک سیستم موجودی مرور دوره‌ای را با دو تأمین‌کننده مدیریت می‌کند. افق برنامه‌ریزی شامل T دوره است، در هر دوره خرده‌فروش کالایی را از دو برند مختلف با هزینه تأمین متفاوت تهیه می‌کند و با قیمت یکسان می‌فروشد، کالا از یکی از تأمین‌کنندگان با هزینه تأمین کمتر و قیمت تمام‌شده پایین‌تر که پارامترهای مربوط به این تأمین‌کننده را در ادامه با اندیس c نمایش می‌دهیم و از دیگری با هزینه سفارش‌دهی بیشتر و بهای تمام‌شده بالاتر از تأمین‌کننده اول که با اندیس e نشان می‌دهیم. خرده‌فروش می‌تواند در ابتدای دوره با تأمین‌کننده خود قرارداد تأمین با حداقل تعهد خرید در هر بار سفارش برای طول مدت افق برنامه‌ریزی ببندد.

1. Particle Swarm Optimization (PSO)  
2. Meta Heuristic

تقاضای بازار در دوره  $T$  به صورت تصادفی است و به کمک سری زمانی و با استفاده از داده فروش سال‌های گذشته پیش‌بینی می‌شود و مقدار به‌دست‌آمده با  $\alpha_t$  نمایش داده می‌شود. خرده‌فروش برای به دست آوردن سود بیشتر فضای چیدمان کالا را تغییر می‌دهد و همواره سعی دارد با افزایش فضای کالا خریداری‌شده با هزینه تأمین کمتر یا به تبع آن کاهش فضای کالا خریداری‌شده با هزینه بیشتر، بهره بیشتری از فروش کالا ببرد. با توجه به این موضوع که تغییر فضای کالا باعث تغییر تقاضا می‌شود، مقدار تقاضای جدید را با  $D_t$  نمایش می‌دهیم. پس از تأمین تقاضا در پایان هرروز، موجودی مانده به روز بعدی منتقل می‌شود، یکی از متغیرهای کلیدی مدل ریاضی این پژوهش حجم کالا در هر بار سفارش است. در واقع، به فرایند بهینه‌سازی این اجازه داده‌شده تا مقادیر بهینه‌ای در هر دوره را با توجه به موجودی فعلی، پیش‌بینی تقاضا، سود ناشی از فروش هر کالا و هزینه نگهداری، سفارش‌گذاری کند.

در ابتدای افق برنامه‌ریزی، خرده‌فروش می‌تواند با عرضه‌کننده قرارداد تعهد حداقل خرید کالا ببندد و سپس، رویدادها در روزهای بعدی به شرح زیر پیش می‌روند. اول، خرده‌فروش سطح موجودی خود را بررسی می‌کند و سفارش‌گذاری اولیه از تأمین‌کنندگان با توجه به موجودی یک دوره قبل (در صورت وجود) انجام می‌دهد. دوم، شرکت در خصوص مقدار سفارش از هر تأمین‌کننده با توجه به فضای قفسه، موجودی باقی‌مانده و پیش‌بینی تقاضا تأمین کند. سوم، تقاضای بازار برای این دوره تحقق یافته و تا حد ممکن برآورده می‌شود.

هدف خرده‌فروش به حداقل رساندن کل هزینه مورد انتظار در افق برنامه‌ریزی است. برای سادگی، فرض می‌کنیم زمان تحویل سفارش صفر است، یعنی خرده‌فروش بلافاصله پس از ثبت سفارش در هرروز محصولات را دریافت می‌کند و می‌تواند برای تأمین تقاضای آن روز استفاده کند. در ادامه قرارداد تعهد مشترک بررسی می‌شود که در پژوهش‌ها کمتر به آن پرداخته شده است. در این نوع قرارداد یک شرکت پخش دو محصول از دو برند مختلف را برای خرده‌فروش تأمین می‌کند. تأمین‌کننده تعهد می‌دهد که در ازای خرید حجم مشخصی کالا، از هر دو برند مقدار مشخصی تخفیف از قیمت خریداری‌شده برای خرده‌فروش لحاظ کند. فرض می‌کنیم:

۱. تأمین‌کننده باید تعهد خود را تا پایان افق برنامه‌ریزی انجام دهد (ونگ، گونگ و ژوآ، ۲۰۱۷).
۲. تأثیر عوامل دیگر بر روی میزان فروش (برای مثال، استفاده ابزار بازاریابی و ترفیع فروش مانند تخفیف، تبلیغات و ...) در نظر گرفته نشده است.
۳. تمام محصولات بعد از ورود به فروشگاه تحت مالکیت خرده‌فروش است (ونگ، گونگ و ژوآ، ۲۰۱۷).
۴. به جز فضای قفسه، فضای دیگری برای ذخیره موجودی اضافی وجود ندارد.
۵. در کل سطح عرضه فروشگاه هر کالا فقط در یک مکان قرار دارد (قضاوی، ۱۳۹۲).
۶. سفارش کالا برای فروشگاه فقط یک بار در هرروز امکان‌پذیر است (قضاوی، ۱۳۹۲).
۷. اولین کالایی که خریداری می‌شود، اولین کالایی است که به فروش می‌رسد.
۸. همواره بین فضای بالای قفسه و بلندترین نقطه کالا در قفسه مقداری فضا وجود دارد تا مشتری کالا را راحت‌تر از قفسه خارج کند (بید و همکاران، ۲۰۲۰).

$i = (e, c)$	شاخص تأمین کننده (e بیان کننده کالا تأمین شده از تأمین کننده با قیمت خرید بالاتر و c بیانگر کالای تأمین شده با قیمت خرید پایین تر است)
$f^i$	طول کالای i (سمت نمای کالا در قفسه)
$c^i$	عرض کالای i
$j^i$	ارتفاع کالای i
$L$	طول قفسه
$V$	ارتفاع طبقه قفسه‌ای که کالا در آن قرار دارد
$h(1,2, \dots, j)$	تعداد کالاهای که در یک طبقه قفسه روی یکدیگر می‌توانند قرار گیرند
$\left. \begin{matrix} \frac{1}{v} \\ \frac{1}{j} \end{matrix} \right\} h$	کالا شرایط چیده شدن بر روی هم را نداشته باشد کالا شرایط چیده شدن بر روی هم را داشته باشد
$S^i$	سطح اختصاص داده شده به کالای i در قفسه
$W$	عمق قفسه
$F_{max}^i$	بیشترین تعداد کالای i که می‌تواند در ردیف اول قفسه قرار گیرد (این مقدار توسط خرده‌فروش تعیین می‌شود)
$F_{min}^i$	کمترین تعداد کالای i که می‌تواند در ردیف اول قفسه قرار گیرد (این مقدار توسط خرده‌فروش تعیین می‌شود)
$\alpha^i$	تقاضای محصول بدون پشتیبانی (قبل از تغییر در تعداد نمای کالا)
$T = (1,2, \dots, t)$	افق برنامه‌ریزی
$\beta^i$	کشش فضای کالای i $(0 \leq \beta \leq 1)$
$\delta^{ij}$	کشش فضای متقابل کالای j بر روی کالای i $(-1 \leq \delta \leq 0)$
$n_t^i$	تعداد کالاهای i در نمای قفسه در دوره t قرار دارند
$A_t^i$	هزینه خرید کالا از تأمین کننده i در دوره t
$a_t^i$	هزینه خرید یک واحد کالا از تأمین کننده i در دوره t
$B_t^i$	هزینه نگهداری کالا در دوره t
$b_t^i$	هزینه نگهداری یک واحد کالای تأمین کننده i در دوره t
$K_t^i$	مقدار تعهد خرید کالا در هر بار سفارش در دوره t
$X_t^i$	مقدار سفارش از تأمین کننده i در دوره t
$X_{max}^i$	بیشترین مقدار کالا که تأمین کننده i در هر بار سفارش می‌تواند ارسال کند
$X_{Min}^i$	کمترین مقدار کالا که تأمین کننده i در هر بار سفارش می‌پذیرد ارسال کند
$I_t^i$	موجودی کالای تأمین کننده i در دوره t
$D_t^i$	تابع تقاضا جدید بعد از تغییر نمای کالای i که در مجاور کالای j می‌باشد در دوره t

$$\min \sum_t \sum_i a_t^i x_t^i + b_t^i I_t^i \quad \text{رابطه (۱)}$$

St:

$$\sum_i n^i f^i \leq L \quad \text{رابطه (۲)}$$

$$\left[ \frac{h^i S^i}{f^i c^i} \right] \geq I_t^i \quad \forall i \quad \text{رابطه (۳)}$$

$$X_{min}^i \leq X_t^i \leq X_{max}^i \quad \text{رابطه (۴)}$$

$$X_t^i \geq K_t^i \geq 0 \quad \text{رابطه (۵)}$$

$$\sum_i K_t^i \leq \sum_i h^i S^i \quad \forall i, t \quad \text{رابطه (۶)}$$

$$F_{min}^i \leq n^i \leq F_{max}^i \quad \text{رابطه (۷)}$$

$$n^i \leq I_t^i \quad \forall i \quad \text{رابطه (۸)}$$

تابع هدف (رابطه ۱) به دنبال کاهش هزینه‌های تأمین و نگهداری در افق برنامه‌ریزی است. محدودیت (رابطه ۲) اجازه نمی‌دهد نمای کالاهای چیده شده در قفسه از طول قفسه بیشتر باشد. محدودیت (رابطه ۳) اجازه نمی‌دهد موجودی از فضای اختصاص داده‌شده به کالا بیشتر شود. محدودیت (رابطه ۴) اجازه نمی‌دهد مقدار سفارش از مقدار توافق شده با تأمین‌کننده کالا کمتر یا بیشتر باشد. محدودیت (رابطه ۵) بیان می‌کند همیشه مقدار سفارش مثبت است و در صورت داشتن تعهد خرید کالا، اجازه نمی‌دهد مقدار سفارش از مقدار تعهد خرید کالا کمتر باشد. محدودیت (رابطه ۶) بیان می‌کند که مجموع مقدار تعهد خرید کالا از مقدار فضای کل اختصاص داده‌شده به کالاها نباید بیشتر باشد. محدودیت (رابطه ۷) بیان می‌کند تعداد نمای هر کالا در قفسه نباید از استاندارد مشخص شده از طرف خرده‌فروش برای تعداد نمای کالا تجاوز کند. محدودیت (رابطه ۸) بیان می‌کند که همواره حداقل به تعداد نمای کالای مشخص شده از طرف خرده‌فروش، کالا در قفسه موجود باشد. شایان ذکر است که رابطه‌های ۳، ۴، ۶ و ۸، محدودیت‌هایی است که در مطالعات قبلی نبوده و با توجه به فضای مسئله اضافه شده است.

در حالت کلی مقدار موجودی کالا در لحظه  $t$  برابر است با:

$$I_t^i = I_{t-1}^i + X_t^i - D_t^i \quad \text{رابطه (۹)}$$

در راستای کاهش هزینه، مقدار سفارش باید بهینه باشد که این مقدار برابر است با:

$$X_t^i = \min([X_{min}^i + (X_{max}^i - X_{min}^i + 1)\widehat{X}_t], X_{max}^i) \quad \text{رابطه (۱۰)}$$

$$\widehat{X}_t = rand(0.1) \quad \text{رابطه (۱۱)}$$

مقادیر به‌دست‌آمده برای مقدار سفارش به‌صورت تصادفی است و بهینه‌سازی صورت نگرفته است، برای دستیابی به جواب بهینه با توجه به دلایلی که به آن اشاره شده است، از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات استفاده می‌شود.

در ادامه با تغییر در نمای کالا در قفسه، به دنبال تغییر در تقاضا و پشتیبانی از کالای ارزان تر هستیم. کشش فضای قفسه برای نخستین بار توسط کورهان به عنوان «نسبت تغییر نسبی در فروش واحد به تغییر نسبی در فضای قفسه» تعریف شده است. این پژوهش به این نکته اشاره دارد که هرچه دید یک محصول بیشتر باشد، تقاضای آن نیز بیشتر است (کروهان، ۱۹۷۲).

تقاضای کالای  $i$  بعد از تغییر در نمای کالا را با  $D_i$  نشان می‌دهیم که می‌توان مقدار آن را برابر با تقاضای پایه کالای  $i$  ( $\alpha_i$ ) که با تأثیر اثر فضای قفسه که شامل  $\lambda_i$  (اثر اصلی) و  $\lambda_{ij}$  (اثر متقابل) می‌باشد بیان کرد:

$$D_i \quad \text{رابطه ۱۲}$$

کریستن و دوئل (۱۹۸۱) فرمولی برای تخصیص فضای قفسه‌ها به هر کالا پیشنهاد کردند که علاوه بر تقاضای مجزای هر کالا، تقاضای متقابل را با عنوان الاستیسیته متقابل شامل می‌شد، در طی تحقیقات بعدی این مدل بهبود پیدا کرد، وینسنت و همکاران (۲۰۱۸) با توجه به توسعه ایجادشده در مدل اولیه رابطه ۱۴ را برای پیش‌بینی تقاضا جدید پیشنهاد دادند:

$$D_i^i = \alpha_i^i \left( (n_i f_i)^{\beta_i} \prod_{j=1, j \neq i}^N (n_j f_j)^{\delta_{ij}} \right) \quad \text{رابطه ۱۳}$$

کشش فضای کالای  $\beta$ : نسبت تغییرات در میزان فروش یک کالا به تغییرات در میزان فضای اختصاص داده‌شده به آن کالا را کشش فضای کالا<sup>۱</sup> گویند (کروهان، ۱۹۷۳). افزایش میزان فضای اختصاص داده‌شده به یک کالا، می‌تواند اولاً موجب کاهش احتمال مواجه شدن با مشکل عدم وجود کالا در قفسه‌ها گردد، ثانیاً می‌تواند موجب جذب مشتریان بیشتری به آن کالا گردد (درزه، هوج و پارک، ۱۹۹۴). اندازه‌گیری مقدار کشش فضای کالا نشان داده است که برای گروه‌های مختلف کالا مقادیر متفاوت و غیر صفری برای کالاهای موجود در آن گروه کالا به دست می‌آید (دسمت و رنالدین<sup>۲</sup>، ۱۹۹۸).

کشش متقابل فضای کالای  $\delta$ : نسبت تغییرات در میزان فروش کالای «الف» به تغییرات در میزان فضای اختصاص داده‌شده به کالای «ب» را کشش متقابل فضای کالای<sup>۳</sup> «الف» ناشی از تخصیص فضا به کالای «ب» گویند. کشش متقابل فضای یک کالا می‌تواند برای کالاهای عرضه‌شده در همان گروه کالایی یا گروه‌های دیگر کالا غیرصفر باشد. کشش‌های متقابل دو کالا لزومی ندارد که برابر باشند (کریستن و دوئل، ۱۹۸۱). دو مقدار  $\delta$  و  $\beta$  دو مقدار می‌باشند که بر اساس تحقیقات میدانی و آزمایش به دست می‌آید.

مثال: یک دوره سی روزه را برای دو کالا در نظر می‌گیریم. تقاضای به‌دست‌آمده با پیش‌بینی به کمک سری زمانی بر اساس اطلاعات فروش ۲۴۸ روز (منتهی به ۵ دی‌ماه سال ۱۴۰۰) دو کالای فسادپذیر لبنی در یکی از شعب یک فروشگاه زنجیره‌ای در شهر تهران است.

1. Space elasticity  
2. Desmet & Renaudin  
3. Cross space elasticity



برای انتخاب روش مناسب پیش‌بینی از چهار روش میانگین متحرک، نمو هموار<sup>۱</sup>، نمو هموار دوگانه<sup>۲</sup> و هلت - وینترز<sup>۳</sup> استفاده کرده‌ایم و نتایج به‌دست‌آمده از هر روش در جدول ۲ به نمایش درآمده است.

جدول ۲. نتایج پیش‌بینی روش‌های میانگین متحرک، نمو هموار، نمو هموار دوگانه و هلت - وینترز

تاریخ	میانگین متحرک		نمو هموار		نمو هموار دوگانه		هلت - وینترز	
	فروش کالای اول	فروش کالای دوم	فروش کالای اول	فروش کالای دوم	فروش کالای اول	فروش کالای دوم	فروش کالای اول	فروش کالای دوم
۱۴۰۰/۱۰/۰۶	۳۱	۱۸	۲۸	۲۶	۲۴	۲۴	۲۶	۲۳
۱۴۰۰/۱۰/۰۷	۳۱	۱۸	۲۸	۲۶	۲۴	۲۴	۲۶	۲۷
۱۴۰۰/۱۰/۰۸	۳۱	۱۸	۲۸	۲۶	۲۴	۲۴	۲۶	۲۰
۱۴۰۰/۱۰/۰۹	۳۱	۱۸	۲۸	۲۶	۲۴	۲۵	۲۵	۲۳
۱۴۰۰/۱۰/۱۰	۳۱	۱۸	۲۸	۲۶	۲۴	۲۵	۳۰	۱۹
۱۴۰۰/۱۰/۱۱	۳۱	۱۸	۲۸	۲۶	۲۴	۲۵	۲۲	۲۵
۱۴۰۰/۱۰/۱۲	۳۱	۱۸	۲۸	۲۶	۲۴	۲۵	۲۶	۱۶
۱۴۰۰/۱۰/۱۳	۳۱	۱۸	۲۸	۲۶	۲۴	۲۵	۱۹	۱۹
۱۴۰۰/۱۰/۱۴	۳۱	۱۸	۲۸	۲۶	۲۴	۲۵	۲۶	۲۳
۱۴۰۰/۱۰/۱۵	۳۱	۱۸	۲۸	۲۶	۲۴	۲۵	۳۶	۲۶
۱۴۰۰/۱۰/۱۶	۳۱	۱۸	۲۸	۲۶	۲۴	۲۵	۱۶	۱۸
۱۴۰۰/۱۰/۱۷	۳۱	۱۸	۲۸	۲۶	۲۴	۲۵	۳۲	۲۰
۱۴۰۰/۱۰/۱۸	۳۱	۱۸	۲۸	۲۶	۲۴	۲۵	۲۴	۲۱
۱۴۰۰/۱۰/۱۹	۳۱	۱۸	۲۸	۲۶	۲۴	۲۵	۲۶	۱۸
۱۴۰۰/۱۰/۲۰	۳۱	۱۸	۲۸	۲۶	۲۴	۲۵	۲۶	۱۸
۱۴۰۰/۱۰/۲۱	۳۱	۱۸	۲۸	۲۶	۲۴	۲۵	۲۹	۲۱
۱۴۰۰/۱۰/۲۲	۳۱	۱۸	۲۸	۲۶	۲۴	۲۵	۳۶	۱۸
۱۴۰۰/۱۰/۲۳	۳۱	۱۸	۲۸	۲۶	۲۴	۲۵	۱۸	۱۴
۱۴۰۰/۱۰/۲۴	۳۱	۱۸	۲۸	۲۶	۲۴	۲۵	۲۶	۱۶
۱۴۰۰/۱۰/۲۵	۳۱	۱۸	۲۸	۲۶	۲۴	۲۵	۲۸	۱۸
۱۴۰۰/۱۰/۲۶	۳۱	۱۸	۲۸	۲۶	۲۴	۲۵	۲۵	۱۳
۱۴۰۰/۱۰/۲۷	۳۱	۱۸	۲۸	۲۶	۲۴	۲۵	۲۵	۱۲
۱۴۰۰/۱۰/۲۸	۳۱	۱۸	۲۸	۲۶	۲۴	۲۵	۲۷	۱۴
۱۴۰۰/۱۰/۲۹	۳۱	۱۸	۲۸	۲۶	۲۴	۲۵	۳۶	۱۶
۱۴۰۰/۱۰/۳۰	۳۱	۱۸	۲۸	۲۶	۲۴	۲۶	۲۷	۱۷
۱۴۰۰/۱۱/۰۱	۳۱	۱۸	۲۸	۲۶	۲۴	۲۶	۳۱	۱۵
۱۴۰۰/۱۱/۰۲	۳۱	۱۸	۲۸	۲۶	۲۴	۲۶	۲۷	۱۹
۱۴۰۰/۱۱/۰۳	۳۱	۱۸	۲۸	۲۶	۲۵	۲۶	۲۶	۱۵
۱۴۰۰/۱۱/۰۴	۳۱	۱۸	۲۸	۲۶	۲۵	۲۶	۲۵	۱۴
۱۴۰۰/۱۱/۰۵	۳۱	۱۸	۲۸	۲۶	۲۵	۲۶	۱۸	۱۴

1. Single Exp Smoothing
2. Double Exp Smoothing
3. Holt-witers

در ادامه به بررسی شاخص‌های اصلی دقت پیش‌بینی می‌پردازیم که به شاخص‌های صحت پیش‌بینی معروف‌اند. این شاخص‌ها سه مقدار درصد خطای مطلق پیش‌بینی<sup>۱</sup> را شامل می‌شوند و یکی از رایج‌ترین آنها برای اندازه‌گیری دقت پیش‌بینی است که دقت را به صورت درصدی از خطا بیان می‌کند، مقدار میانگین انحراف مطلق<sup>۲</sup> و مقدار میانگین انحراف مربع<sup>۳</sup> است (جدول ۳).

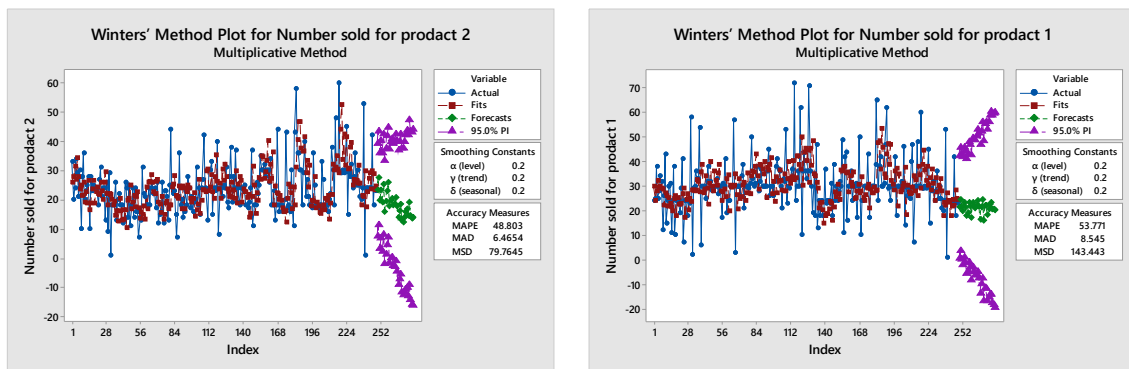
جدول ۳. نتایج عملکرد روش‌های پیشنهادی برای پیش‌بینی

روش پیش‌بینی	شاخص	کالای اول	کالای دوم
میانگین متحرک	MAPE	۵۰/۴۴۲	۴۸/۸۳۶
	MAD	۷/۳۹۵	۶/۱۵۸۵۸
	MSD	۱۱۹/۳۸۶	۷۳/۳۴۸۵
نمو هموار	MAPE	۴۹/۴۴۵۱	۴۸/۴۰۰
	MAD	۷/۳۱۱	۶/۱۹۲۹
	MSD	۱۱۴/۵۹۱	۷۰/۲۷۳۱
نمو هموار دوگانه	MAPE	۵۲/۶۶۸	۴۸/۸۶۰۸
	MAD	۷/۹۰۶	۶/۵۶۰۸
	MSD	۱۳۱/۸۵۷	۸۲/۳۰۴۸
هلت - وینترز	MAPE	۵۳/۷۷۱	۴۸/۸۰۳
	MAD	۸/۵۴۵	۶/۴۶۵۴
	MSD	۱۴۳/۴۴۳	۷۹/۷۶۴۵

با بررسی نتایج خروجی به دست آمده از پیش‌بینی کاملاً مشهود است که روش هلت - وینترز عملکرد بهتری دارد. روش هلت - وینترز تفاوت تغییرات تقاضا در روزهای مختلف هفته را شناسایی کرده و در نتایج حاصل از پیش‌بینی نیز با تغییر روزهای هفته، تغییرات تقاضای قابل مشاهده است. از آنجا که روش‌های میانگین متحرک و نمو هموار باعث هموارسازی سری زمانی می‌شوند، نتایج پیش‌بینی به صورت عدد ثابت به نمایش درآمده که مطلوبیت لازم را ندارد. با جمع‌بندی نتایج می‌توان نتیجه گرفت که روش هلت - وینترز در میزان خطای پیش‌بینی بهترین عملکرد را در میان روش‌های مورد بررسی ندارد؛ ولی با توجه به نتایج پیش‌بینی مناسب‌ترین روش است.

پیش‌بینی مناسب، پیش‌بینی‌ای است که خطاهای کمی داشته باشد و رفتار خطاها نیز نرمال باشد. نمودار تحلیل رفتار خطاها به همراه روند فروش هر دو برند کالا و پیش‌بینی در تصاویر زیر (شکل‌های ۱ و ۲) برای روش هلت - وینترز به نمایش آمده است که بیانگر نرمال بودن رفتار خطا است. شایان ذکر است که در نمودارهای پیش‌بینی، نقاط قرمز اطلاعات فروش روزهای گذشته، نقاط سبز نتایج پیش‌بینی و نقاط بنفش حد اطمینان ۹۵ درصد است.

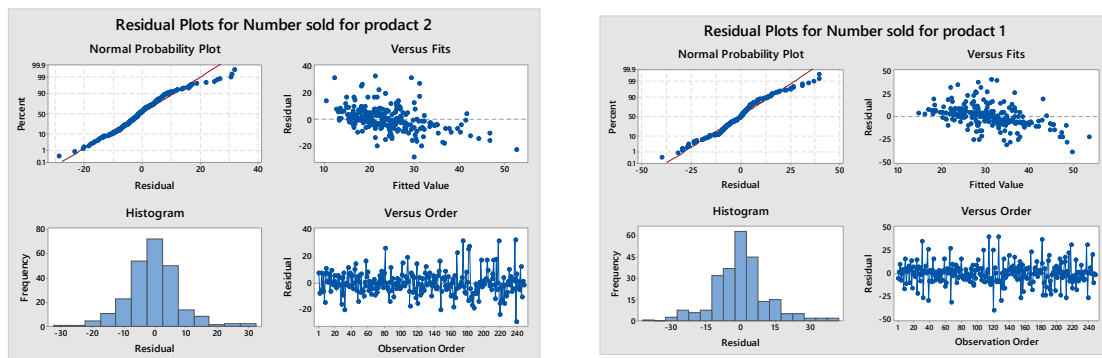
1. Mean Absolute Percentage Error (MAPE)
2. Mean Absolute Deviation (MAD)
3. Mean Square Deviation (MSD)



کالای دوم

کالای اول

شکل ۱. روند فروش و پیش‌بینی فروش کالاهاى اول و دوم به روش هلت - وینترز



کالای دوم

کالای اول

شکل ۲. نمایش رفتار خطای پیش‌بینی به روش هلت - وینترز برای کالاهاى اول و دوم

$\alpha_c =$

۲۶	۲۶	۲۷	۲۵	۳۰	۲۲	۲۶	۱۹	۲۶	۳۶	۱۶	۳۲
۲۴	۲۶	۲۶	۲۶	۲۹	۳۶	۱۸	۲۶	۲۸	۲۵	۲۵	۲۷
۳۶	۲۷	۳۱	۲۷	۲۶	۲۵	۱۸					

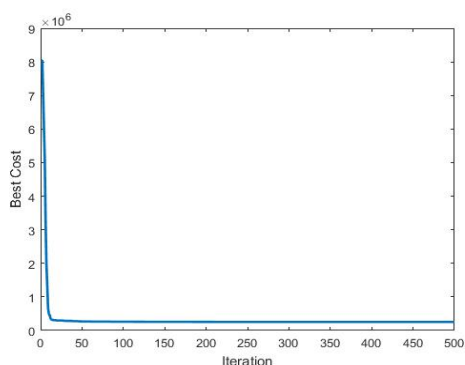
$\alpha_c =$

۲۳	۲۷	۲۰	۲۳	۱۹	۲۵	۱۶	۱۹	۲۳	۲۶	۱۸	۲۰
۲۱	۱۸	۱۸	۲۱	۱۸	۱۴	۱۶	۱۶	۱۸	۱۳	۱۲	۱۴
۱۶	۱۷	۱۵	۱۹	۱۵	۱۴	۱۴					

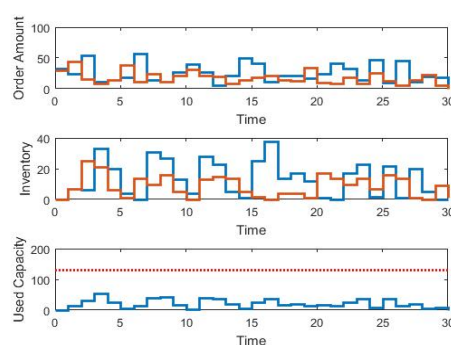
موجودی اولیه در ابتدای دوره برای هر دو کالا برابر صفر است. هزینه خرید کالای اول ۱۸۰ واحد پولی و هزینه خرید کالای دوم ۱۶۵ واحد پولی و قیمت فروش هر دو کالا برابر است. هزینه نگهداری هر کالا در هرروز برابر ۳۰ واحد پولی و فضای قفسه تخصیص داده شده برای چیدمان این دو برند گنجایش ۱۳۰ عدد کالا را دارد، سطح مقطع کالاها باهم برابر و نمای هر دو کالا (طول) برابر با ۳ اینچ است (ابعاد کالا، فضای قفسه و همچنین تعداد نمای کالا بر اساس بسته‌بندی شیر پاستوریزه بطری در فضای قفسه یخچال فروشگاه موردبررسی قرار گرفته است). در چیدمان هر دو کالا در قفسه، به تعداد ۴ عدد کالا در ردیف اول قفسه قرار می‌گیرد. کشش فضای کالا و کشش متقابل فضای کالا، به‌ترتیب

۰/۱۷ و ۰/۱۶- در نظر گرفته می‌شود (ایسند، ۲۰۱۴). تأمین‌کننده کالا در هر بار سفارش کمتر از ۶ عدد کالا و بیشتر ۷۲ عدد کالا ارسال نمی‌کند. کالاهای مذکور امکان چیده شدن بر روی هم را ندارند. مطابق استانداردهای خرده‌فروش کمترین مقدار کالایی که می‌تواند در ردیف اول قفسه قرار گیرد، برای شیر بطری برابر ۲ عدد و بیشترین تعداد آن برابر ۱۰ عدد است.

در روش حل به کمک الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات تعداد اعضای جمعیت ۵۰ عدد در نظر گرفته شده است. انتخاب جمعیت اولیه ذرات به تعداد ۲۰ تا ۳۰ ذره انتخاب مناسبی است که تقریباً برای تمامی مسائل تست به‌خوبی جواب می‌دهد. می‌توان تعداد ذرات را کمی بیشتر از حد لازم نیز در نظر بگیرید تا در مواجهه با مینیمم‌های محلی کمی حاشیه ایمنی داشته باشد. ما تعداد تکرارها تا رسیدن به جواب بهینه را ۵۰۰ تکرار در نظر گرفتیم. بررسی نتایج و انجام آزمایش‌های مکرر نشان داد که بیشترین مقدار بهینه‌سازی قبل از پنجاه تکرار صورت می‌گیرد و بعد از ۱۰۰ تکرار مقدار بهینه‌سازی جزئی تغییر می‌کند تا حدود ۴۰۰ تکرار و بعد از این مقدار نتایج بهینه‌سازی تقریباً ثابت است. برای اطمینان شرط خاتمه را ۵۰۰ تکرار در نظر گرفتیم. شایان ذکر است که اگر تعداد تکرار بیشتر شود، زمان حل مسئله طولانی خواهد شد. بعد از محاسبه هزینه در یک دوره ۳۰ روزه در حالت تعداد برابر کالا در نما، هزینه کل برابر ۲۵۳۵۷۵ واحد پولی به دست می‌آید. با توجه نتایج به‌دست‌آمده، در شکل ۳، نمودار نخست مقدار سفارش<sup>۱</sup> به تفکیک تعداد کالای سفارش داده‌شده از هر تأمین‌کننده در افق برنامه‌ریزی به نمایش درآمده و نمودار دوم تغییرات سطح موجودی<sup>۲</sup> را در افق برنامه‌ریزی نمایش می‌دهد و نمودار سوم قسمت فضای مورد استفاده<sup>۳</sup> و تغییرات میزان فضای مورد استفاده موجودی را در افق برنامه‌ریزی نمایش می‌دهد، خط نقطه‌چین در این نمودار نشان‌دهنده بیشترین ظرفیت فضا است. شکل ۴ روند تغییرات هزینه طی ۵۰۰ تکرار در الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات تا رسیدن به بهترین جواب را نشان می‌دهد.



شکل ۴. روند تغییرات جواب بهینه در الگوریتم ازدحام ذرات در حالت نمای برابر بدون تعهد خرید



شکل ۳. تغییرات مقدار سفارش، موجودی و فضای کالا در حالت نمای برابر بدون تعهد خرید

1. Order Amount
2. Inventory
3. Used Capacity

در ادامه به بررسی حالتی می‌پردازیم که در قفسه فروشگاه تعداد نمای کالا با قیمت پایین‌تر خریداری شده است، به میزان یک واحد افزایش داده می‌شود و تغییر ایجادشده باعث تغییر تقاضا شده. تقاضای جدید با توجه به رابطه ۱۳ برابر است با:

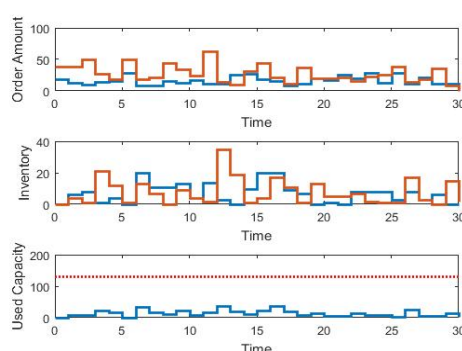
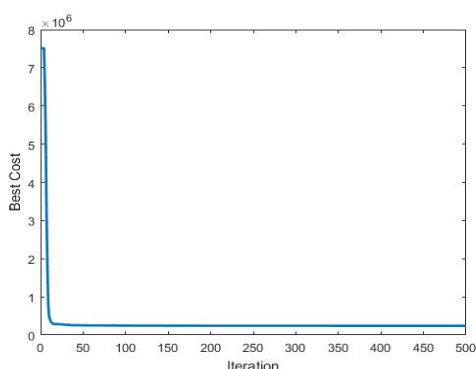
$$D_c =$$

۱۳	۱۱	۱۷	۱۲	۲۰	۸	۱۸	۹	۱۴	۲۲	۷	۲۲
۱۴	۱۶	۱۷	۱۹	۲۷	۱۰	۱۸	۱۹	۱۹	۱۸	۱۸	۲۰
۲۸	۱۸	۲۳	۱۷	۱۸	۱۸	۱۱					

$$D_c =$$

۳۵	۴۲	۳۰	۳۶	۲۹	۳۸	۲۴	۲۹	۳۵	۳۹	۲۷	۳۰
۳۱	۲۸	۲۸	۳۲	۲۷	۲۷	۲۱	۲۵	۲۸	۲۰	۱۹	۲۱
۲۴	۲۶	۲۲	۲۹	۲۲	۲۱	۲۱					

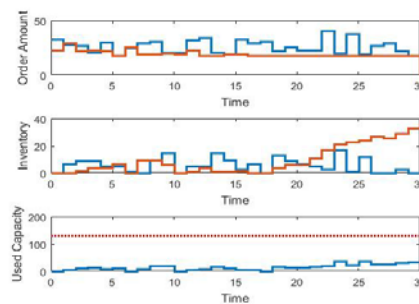
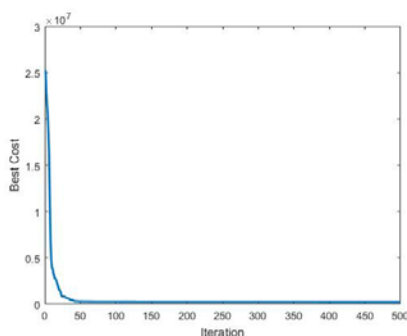
هزینه کل دوره بعد از تغییر برای یک دوره ۳۰ روزه، برابر است با ۲۴۲۲۹۵ واحد پولی، در ادامه روند تغییرات مقدار سفارش، موجودی، فضای کالاها در قفسه (شکل ۵) به همراه روند تغییرات مقدار هزینه تا رسیدن به جواب بهینه (شکل ۶) به نمایش درآمده است.



شکل ۵. تغییرات مقدار سفارش، موجودی و فضای کالا در حالت افزایش نمای کالای ارزان‌تر  
شکل ۶. روند تغییرات جواب تا رسیدن به جواب بهینه در حالت افزایش نمای کالای ارزان‌تر

در ادامه مسیر حل مسئله به بررسی حالتی می‌پردازیم که توافقی بین خرده‌فروش و تأمین‌کننده کالا برای حداقل تعهد خرید کالا بسته می‌شود. تأمین‌کننده کالا در مقابل تعهد بسته‌شده به خرده‌فروش مبلغ ۵ درصد از قیمت خرید هر کالا تخفیف می‌دهد. در اینجا حالت تعهد مشترک را بررسی می‌کنیم (خرده‌فروش هر دو کالا را از یک شرکت پخش تأمین می‌کند). در ادامه فرایند حل ابتدا به بررسی حالت عقد قرارداد حداقل تعهد خرید بدون تغییرات در تعداد نمای کالا و سپس هزینه کل دوره را بعد از تغییر در تعداد نمای کالا بررسی می‌کنیم.

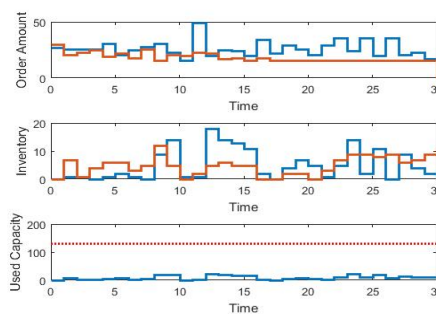
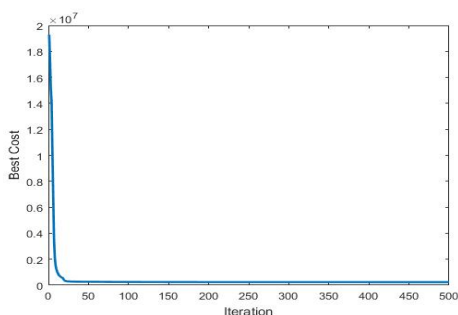
مقدار تعهد خرید را برابر ۱۸ عدد کالا در هر بار سفارش در نظر می‌گیریم. هزینه کل دوره ۲۴۲۳۴۷ واحد پولی می‌شود. روند تغییرات مقدار سفارش، موجودی، ظرفیت فضای کالا (شکل ۷) و روند تغییرات هزینه تا رسیدن به جواب بهینه در (شکل ۸) به نمایش درآمده است.



شکل ۸. تغییرات جواب بهینه در حالت نمای برابر با تعهد حداقل خرید ۱۸ عدد کالا

شکل ۷. تغییرات مقدار سفارش، موجودی و فضای کالا در نمای برابر با تعهد حداقل خرید ۱۸ عدد کالا

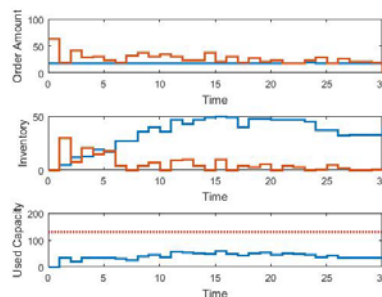
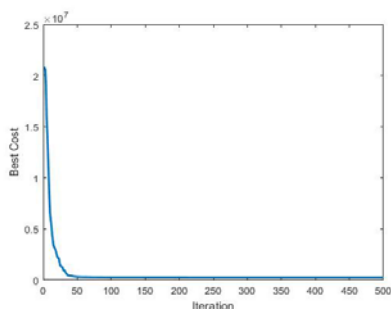
مقدار حداقل تعهد خرید کالا را برابر با ۱۶ عدد کالا در هر بار سفارش در نظر می‌گیریم. هزینه دوره ۲۳۲۹۲۲ واحد پولی به دست می‌آید. تغییرات مقدار سفارش، موجودی، ظرفیت فضای کالا (شکل ۹) همراه روند تغییرات هزینه تا رسیدن به جواب بهینه در (شکل ۱۰) به نمایش درآمده است.



شکل ۱۰. تغییرات جواب در الگوریتم ازدحام ذرات، حالت نمای برابر و تعهد حداقل خرید ۱۶ عدد کالا

شکل ۹. تغییرات سفارش، موجودی و فضای کالا، نمای برابر با تعهد حداقل خرید ۱۶ عدد کالا

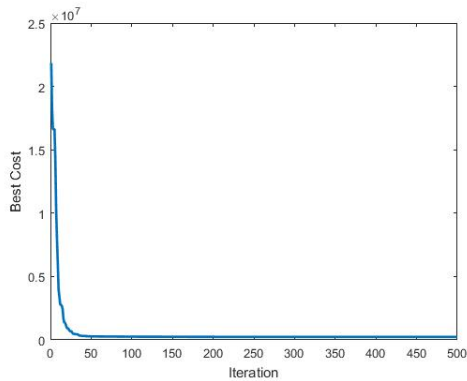
برای قرارداد حداقل تعهد خرید کالا با تعداد ۱۸ عدد کالا و افزایش نمای کالای ارزان‌تر به مقدار یک واحد هزینه کل دوره برابر با ۲۶۱۷۸۵ واحد پولی می‌شود و روند تغییرات مقدار سفارش، موجودی، فضای کالا (شکل ۱۱) به همراه روند تغییرات هزینه تا رسیدن به جواب بهینه در (شکل ۱۲) به نمایش درآمده است.



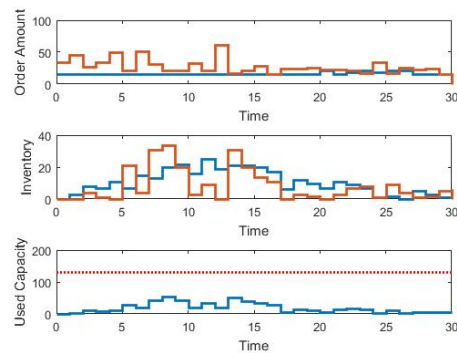
شکل ۱۲. روند تغییرات جواب بهینه در الگوریتم ازدحام ذرات در حالت تغییر در نمای کالا با تعهد حداقل خرید ۱۸ عدد کالا

شکل ۱۱. تغییرات مقدار سفارش، موجودی و فضای کالا در حالت تغییر در نمای کالا با تعهد حداقل خرید ۱۸ عدد کالا

برای قرارداد حداقل تعهد خرید کالا در حالت تعهد مشترک با خرید ۱۶ عدد کالا و افزایش نمای کالای ارزان تر به مقدار یک واحد هزینه کل دوره برابر با ۲۳۵۵۷۱ واحد پولی می شود و روند تغییرات مقدار سفارش، موجودی، فضای کالا (شکل ۱۳) به همراه روند تغییرات هزینه تا رسیدن به جواب بهینه (شکل ۱۴) در زیر به نمایش درآمده است.



شکل ۱۴. روند تغییرات جواب بهینه در الگوریتم ازدحام ذرات در حالت تغییر در نمای کالا با تعهد حداقل خرید ۱۶ عدد کالا



شکل ۱۳. تغییرات مقدار سفارش، موجودی و فضای کالا در حالت تغییر در نمای کالا با تعهد حداقل خرید ۱۶ عدد کالا

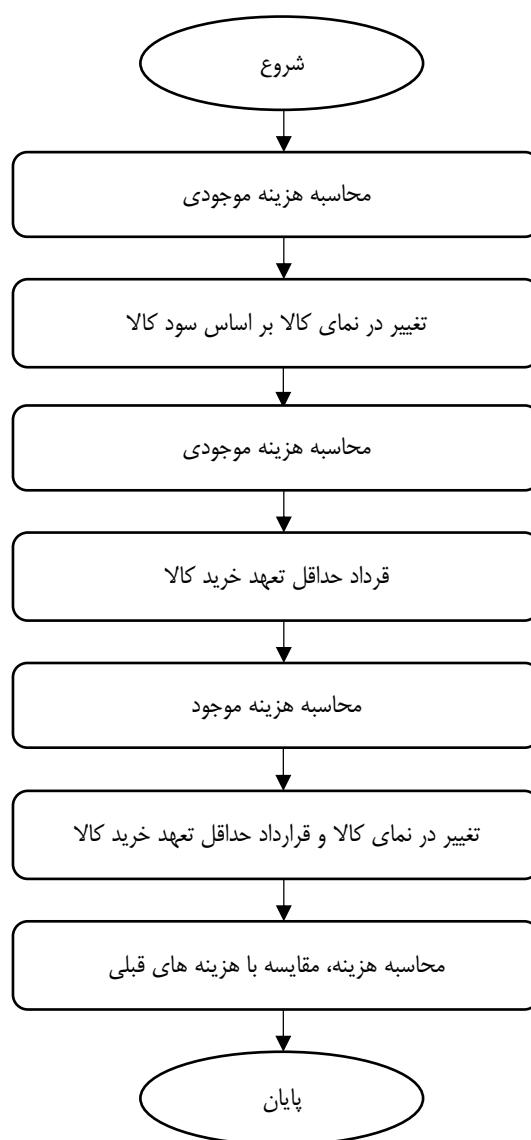
### یافته‌های پژوهش

همان طور که پیش بینی می شد، تغییر در تعداد نمای کالا و پشتیبانی از فروش کالای خریداری شده با هزینه تأمین پایین تر، به کاهش هزینه کل دوره برنامه ریزی منجر می شود. مطالعات انجام شده که به بررسی تغییر تعداد نمای کالا پرداخته اند، نشان می دهند که افزایش نمای کالا بر افزایش فروش و سود خرده فروش تأثیرگذار است. دسته دیگر از مطالعات انجام شده در زمینه عقد قرارداد حداقل تعهد کالا با تأمین کننده، کاهش هزینه تأمین در زمان وجود قرارداد حداقل تعهد خرید را تصدیق می کنند. نکته ای که باید به آن توجه کرد، مقدار مناسب توافق شده بین خرده فروش و تأمین کننده کالا در قرارداد حداقل تعهد خرید کالا است. در تعهد حداقل خرید کالا، خرده فروش در ازای خرید مقدار مشخصی کالا، از تأمین کننده تخفیف می گیرد و کالا را با قیمت پایین تری تأمین می کند. این امر باعث کاهش مقدار قابل توجهی از هزینه دوره می شود، با توجه به این موضوع که قرارداد حداقل تعهد خرید کالا و تغییر نمای کالا، هر دو عاملی مؤثر در کاهش هزینه دوره برنامه ریزی می باشند، انتظار می رفت با بستن قرارداد حداقل تعهد خرید کالا و تخفیف ناشی از این قرارداد بر روی قیمت خرید و از سمت دیگر تغییر در تعداد نمای کالا در راستای افزایش فروش کالای دارای سود بیشتر، هزینه دوره کاهش پیدا کند. نتایج چیز دیگری نشان داد، نتایج حاصل (جدول ۴) و روند بررسی (شکل ۱۵) بیانگر این موضوع است که خرده فروش بعد از تغییر در نمای کالا، باید در میزان تعهد حداقل خرید کالا بازنگری کرده و با توجه به تقاضای جدید به بررسی میزان تعهد بپردازد. از سوی دیگر، باید به این نکته توجه کرد که همواره تأمین کنندگان کالا تلاش می کنند تا در قرارداد حداقل تعهد خرید کالا میزان بیشتری کالا به فروش برسانند. شایان ذکر

است که قدرت چانه‌زنی و میزان فروش خرده‌فروش جزء عوامل تأثیرگذار بر میزان حداقل تعهد خرید کالا از سمت خرده‌فروش است.

جدول ۴. نتایج حاصل از پیاده‌سازی مدل

هزینه کل دوره	تعداد نمای کالا با سود کمتر	تعداد نمای کالا با سود بیشتر	حداقل تعهد خرید کالا
۲۵۳۵۷۵	۴	۴	-
۲۴۲۲۹۵	۴	۵	-
۲۴۲۳۴۷	۴	۴	۱۸
۲۳۲۹۲۲	۴	۴	۱۶
۲۶۱۷۸۵	۴	۵	۱۸
۲۳۵۵۷۱	۴	۵	۱۶



شکل ۱۵. گام‌های اجرایی پژوهش



## نتیجه‌گیری و پیشنهادها

کاربردی نبودن بسیاری از نتایج پژوهش‌های علمی در فضای کسب‌وکار، از جمله اصلی‌ترین مسائلی است که باعث شکاف بین فضای پژوهشی و صنایع می‌شود. با مطالعه پژوهش‌های گذشته که در حوزه مورد بررسی صورت گرفت است، می‌توان نتیجه گرفت که نگاه تک‌بعدی به مسئله فضای قفسه، نقطه مشترک تمام پژوهش‌ها بوده است. تأثیر تغییر در نمای کالا بر تقاضا و جانمایی کالا در فضای قفسه، همواره مورد توجه پژوهشگران قبلی واقع شده است. ما در این پژوهش علاوه بر موارد فوق، ابعاد دیگری را نیز بررسی کردیم تا فضای بررسی به فضای کسب‌وکار نزدیک‌تر شود. مدیریت و کنترل موجودی‌های فسادپذیر در بسیاری از سازمان‌ها از اهمیت بسیاری برخوردار بوده و از موجودی‌ها با طول عمر نامحدود، سخت‌تر و پیچیده‌تر است. در عصر حاضر مشتریان، به‌ویژه در رابطه با محصولات فسادپذیر که دوره عمر محدودی دارند، به دنبال تنوع بیشتر هستند (باقری و مرادی، ۱۳۹۹) و توجه به این موضوع که فضای قفسه از منابع محدود و تأثیرگذار بر میزان فروش کالا است، همواره مورد توجه ویژه خرده‌فروشان بوده است. توجه به برنامه‌ریزی درست و تخصیص مناسب فضا قفسه به کالا همواره در دسته کم‌هزینه‌ترین متدها در جهت ارتقای فروش کالاهای پرسود می‌باشد. ما در این مطالعه در کنار روش مذکور، به قرارداد حداقل تعهد خرید کالا که یکی از متداول‌ترین روش‌های همکاری بین خرده‌فروش و تأمین‌کننده کالا است نیز پرداخته‌ایم. به‌منظور نزدیک‌تر شدن به فضای صنعت برای نخستین بار، محدودیت‌های جدیدی مانند سفارش‌گذاری و کنترل موجودی با توجه به فضای کالا در قفسه بدون در نظر گرفتن انبار و چیدمان کالاها در طبقات قفسه روی یکدیگر را در نظر گرفته‌شده تا مدل پیشنهادی کاربردی‌تر باشد. با توجه به نتایج به‌دست آمده، تغییر در تعداد نمای کالا و تعهد حداقل خرید کالا، هر یک به شکل مستقل بر کاهش هزینه دوره برنامه‌ریزی تأثیر مطلوب دارند. انتظار می‌رود در زمان استفاده از هر دو روش در راستای کاهش هزینه نتایج مطلوب‌تری حاصل شود. نتایج نشان داد همواره این اتفاق نمی‌افتد و در طی مدت عقد قرارداد حداقل تعهد خرید کالا، ممکن است با ایجاد تغییر در تعداد نمای یک کالا با افزایش چشمگیر هزینه کل دوره مواجه شویم. باید توجه کرد که تغییر در تعداد نمای کالا، نه تنها بر میزان تقاضای همان کالا تأثیر دارد، بلکه بر میزان تقاضای کالای جانشین یا کالای مشابه با برند دیگر نیز اثرگذار است. با توجه به این موضوع که مقدار تعهد حداقل خرید کالا در حالت بررسی ثابت بوده، افزایش تقاضا کالا پشتیبانی شده به کمک افزایش تعداد نمای کالا باعث بالا رفتن تقاضای کالای مذکور و به تبع آن کاهش تقاضای کالای مجاور می‌شود، با توجه به وجود تعهد حداقل خرید کالا و کاهش تقاضای کالای مجاور شاهد افزایش موجودی و هزینه نگهداری این کالا در طول دوره برنامه‌ریزی هستیم که این امر باعث افزایش هزینه کل دوره برنامه‌ریزی می‌شود.

در ادامه شایان ذکر است که فروشگاه‌های زنجیره‌ای از دو بخش اصلی سطح عرضه و انبار تشکیل می‌شوند که کالاها در هر دو بخش دارای موجودی می‌باشند، با توجه به این موضوع که کالاهای مورد بررسی برای نگهداری نیاز به سردخانه دارند، اگر خرده‌فروش بتواند کالا را متناسب با تقاضا و فضای قفسه تخصیص دهد، با برنامه‌ریزی و کنترل موجودی مناسب می‌توان موجودی را به نحوی مدیریت کرد تا نیاز به نگهداری و انبارش کالا در سردخانه نباشد، این کار به میزان قابل توجهی باعث کاهش هزینه‌های نگهداری و بازسازی می‌شود.

در راستای پیشنهاد برای پژوهش‌های آتی می‌توان با بررسی فضای حاکم بر محیط کسب‌وکار و مصاحبه با

خبرگان صنعت خرده‌فروش، ابعاد و محدودیت‌های جدیدی که در پژوهش‌ها قبلی به آن توجه نشده را شناسایی کرد تا با توسعه پژوهش انجام‌شده به کاربردی شدن آن در صنعت کمک کرد. برای مثال با در نظر گرفتن عوامل مؤثر بر رفتار مصرف‌کننده مانند: تأثیر تاریخ انقضا بر تقاضا، اثر بازاریابی تولیدکننده کالا و خرده‌فروش بر میزان تقاضا و... ابعاد جدیدی در راستای بهبود به پژوهش فوق اضافه کرد.

## منابع

- باقری، محسن؛ مرادی، امیر (۱۳۹۹). کنترل موجودی کالاهای فسادپذیر با در نظر گرفتن هزینه‌های موجودی و بازرسی و وجود خطا در بازرسی کالا. *مدیریت صنعتی*، ۱۲(۲)، ۲۳۶-۲۴۸.
- حاجیان، سیما؛ افشار کاظمی، محمدعلی؛ سید حسینی، سید محمد و طلوعی اشلقی، عباس (۱۳۹۸). ارائه مدل چندهدفه برای مسئله مکان‌یابی - مسیریابی - موجودی در شبکه زنجیره تأمین حلقه بسته سبز چنددوره‌ای و چندمحصولی برای کالاهای فاسدشدنی. *مدیریت صنعتی*، ۱۱(۱)، ۸۳-۱۱۰.
- قضاوی، الهه (۱۳۹۲). ارائه یک چارچوب بهینه‌سازی برای برنامه‌ریزی فضای قفسه‌ها در سطح خرده‌فروشی با توجه به اثر ناحیه. پایان‌نامه کارشناسی ارشد. دانشکده فنی مهندسی. دانشگاه یزد.
- محمدی بیدهندی، هادی (۱۳۸۷). جزوه درس برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها. گروه مهندسی صنایع. دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب.
- ملک محمدی، مهرداد؛ نصراللهی، مهدی و الوندی، محسن (۱۳۹۷). کنترل موجودی در سیستم‌های چند کالایی با تقاضای احتمالی توسط الگوریتم ازدحام ذرات (مطالعه موردی: شرکت نوین قطعه کاسپین). *مدیریت صنعتی*، ۱۰(۱)، ۱۲۱-۱۳۸.

## References

- Adam, A., Jensen, J. D., Sommer, I., & Hansen, G. L. (2017). Does shelf space management intervention have an effect on calorie turnover at supermarkets? *Journal of Retailing and Consumer Services*, 34, 311-318.
- Anderson, E. E. & Amato, H. N. (1974). A mathematical model for simultaneously determining the optimal brand-collection and display-area allocation. *Operations Research*, 22(1), 13-21.
- Bagheri, M., Moradi, A. (2020). An Inventory Control Model for Deteriorating Items with Inventory and Inspection Costs Considering Errors in Inspection. *Industrial Management Journal*, 12(2), 236-248. (in Persian)
- Bassok, Y., & Anupindi, R. (2008). Analysis of supply contracts with commitments and flexibility. *Naval Research Logistics (NRL)*, 55(5), 459-477.
- Beed, R. S., Sarkar, A., Sinha, R., & Dasgupta, D. (2020). A Study of the Effect of the Parameters for Optimizing Profit Using Simulated Annealing to Solve Shelf Space Allocation Problem.

- Bianchi-Aguiar, T., Silva, E., Guimarães, L., Carravilla, M. A., Oliveira, J. F., Amaral, J. G., Liz, J., & Lapela, S. (2016). Using analytics to enhance a food retailer's shelf-space management. *Interfaces*, 46(5), 424-444.
- Bultez, A., & Naert, P. (1988). SH. ARP: Shelf allocation for retailers' profit. *Marketing science*, 7(3), 211-231 .
- Caglar Gencosman, B., & Begen, M.A. (2022). Exact optimization and decomposition approaches for shelf space allocation. *European Journal of Operational Research*, 299(2), 432-447.
- Chen, F. Y., & Krass, D. (2001). Analysis of supply contracts with minimum total order quantity commitments and non-stationary demands. *European Journal of Operational Research*, 131(2), 309-323.
- Corstjens, M., & Doyle, P. (1981). A model for optimizing retail space allocations. *Management Science*, 27(7), 822-833.
- Corstjens, M., & Doyle, P. (1983). A dynamic model for strategically allocating retail space. *Journal of the Operational Research Society*, 34(10), 943-951.
- Coskun, M. E. (2012). *Shelf Space Allocation: A Critical Review and a Model with Price Changes and Adjustable Shelf Heights*. Thesis for Master of Applied Science, McMaster University, Hamilton, Ontario, Canada.
- Curhan, R. C. (1972). The relationship between shelf space and unit sales in supermarkets. *Journal of Marketing Research*, 9(4), 406-412.
- Curhan, R.C. (1973). Shelf space allocation and profit maximization in mass retailing. *Journal of Marketing*, 37(3), 54-60.
- Czerniachowska, K., & Lutosławski, K. (2021). Dynamic programming approach for solving the retail shelf-space allocation problem. *Procedia Computer Science*, 192, 4320-4329.
- Desmet, P. & Renaudin, V. (1998). Estimation of product category sales responsiveness to allocated shelf space. *International Journal of Research in Marketing*, 15(5), 443-457.
- Doyle, P., & Gidengil, B. Z. (1977). Review of In-Store Experiments. *Journal of Retailing*, 53(2), 47-62.
- Dreze, X., Hoch, S. J., & Purk, M. E. (1994). Shelf management and space elasticity. *Journal of Retailing*, 70(4), 301-326.
- Edirisinghe, G., & Munson, C.L. (2022). *Strategic Rearrangement of Retail Shelf Space Allocations: Using Data Insights to Encourage Impulse Buying*. Available at SSRN.
- Eisend, M. (2014). Shelf space elasticity: A meta-analysis. *Journal of Retailing*, 90(2), 168-181.
- Fazel, F., Fischer, K. P., & Gilbert, E. W. (1998). JIT purchasing vs. EOQ with a price discount: An analytical comparison of inventory costs. *International Journal of Production Economics*, 54(1), 101-109.
- Flamand, T., Ghoniem, A., Haouari, M., & Maddah, B. (2018). Integrated assortment planning and store-wide shelf space allocation: An optimization-based approach. *Omega*, 81, 134-149.

- Frontoni, E., Marinelli, F., Rosetti, R., & Zingaretti, P. (2017). Shelf space re-allocation for out of stock reduction. *Computers & Industrial Engineering*, 106, 32-40.
- Gecili, H., & Parikh, P.J. (2022). Joint shelf design and shelf space allocation problem for retailers. *Omega*, 111, 102634.
- Gong, X., Chen, Y., & Yuan, Q. (2022). Coordinating inventory and pricing decisions under total minimum commitment contracts. *Production and Operations Management*, 31(2), 511-528.
- Hajian, S., Afshar Kazemi, M., Seyed Hosseini, S., Toloie, A. (2019). Developing a Multi-Objective Model for Locating-Routing-Inventory Problem in a Multi-Period and Multi-Product Green Closed-Loop Supply Chain Network for Perishable Products. *Industrial Management Journal*, 11(1), 83-110. (in Persian)
- Han, X., Yu, Y., & Hu, G. (2019). A dynamic newsvendor problem with goodwill-dependent demands and minimum commitment. *Omega*, 89, 242-256.
- Hansen, P., & Heinsbroek, H. (1979). Product selection and space allocation in supermarkets. *European Journal of Operational Research*, 3(6), 474-484 .
- Hariga, M. A., Al-Ahmari, A., & Mohamed, A.-R. A. (2007). A joint optimisation model for inventory replenishment, product assortment, shelf space and display area allocation decisions. *European Journal of Operational Research*, 181(1), 239-251.
- Hübner, A., & Schaal, K. (2017). An integrated assortment and shelf-space optimization model with demand substitution and space-elasticity effects. *European Journal of Operational Research*, 261(1), 302-316.
- Hwang, H., Choi, B., & Lee, M.-J. (2005). A model for shelf space allocation and inventory control considering location and inventory level effects on demand. *International Journal of Production Economics*, 97(2), 185-195.
- Irion, J., Lu, J.-C., Al-Khayyal, F., & Tsao, Y.-C. (2012). A piecewise linearization framework for retail shelf space management models. *European Journal of Operational Research*, 222(1), 122-136.
- Kopalle, P. K. (2010) Modeling retail phenomena. *Journal of Retailing*, 86(2), 117.
- Lotfi, M., & Torabi, S. A. (2011). A fuzzy goal programming approach for mid-term assortment planning in supermarkets. *European Journal of Operational Research*, 213(2), 430-441.
- Malekmohamadi, M., Nasrollahi, M., Alvandi, M. (2018). Inventory Control in multi-item Systems with Probable Demand Using Particle Swarm Algorithm (Case study: Novin Ghate Caspian Company). *Industrial Management Journal*, 10(1), 121-138. (in Persian)
- Mohammadi Bidhandi, H. (2008). *Booklet for the planning and control of production and inventories*. Department of Industrial Engineering. South Tehran branch, Islamic Azad University. (in Persian)
- Murray, C. C., Talukdar, D., & Gosavi, A. (2010). Joint optimization of product price, display orientation and shelf-space allocation in retail category management. *Journal of Retailing*, 86(2), 125-136.

- Rabbani, M., Salmanzadeh-Meydani, N., Farshbaf-Geranmayeh, A., & Fadakar-Gabalou, V. (2018). Profit maximizing through 3D shelf space allocation of 2D display orientation items with variable heights of the shelves. *Opsearch*, 55(2), 337-360.
- Robinson, L. W., & Gavirneni, S. (2019). Retailer order commitments improve distribution supply chain performance. *Operations Research Letters*, 47(4), 281-287.
- Schaal, K., & Hübner, A. (2018). When does cross-space elasticity matter in shelf-space planning? A decision analytics approach. *Omega*, 80, 135-152.
- Tsai, C.-Y., & Huang, S.-H. (2015). A data mining approach to optimise shelf space allocation in consideration of customer purchase and moving behaviours. *International Journal of Production Research*, 53(3), 850-866.
- Urban, T. L. (1998). An inventory-theoretic approach to product assortment and shelf-space allocation. *Journal of Retailing*, 74(1), 15-35.
- Vainio, T. (2018). *Modeling space elasticity of demand to support retail replenishment planning*. Available in: [https://sal.aalto.fi/publications/pdf-files/tvai18\\_public.pdf](https://sal.aalto.fi/publications/pdf-files/tvai18_public.pdf)
- Vincent, F. Y., Maglasang, R., & Tsao, Y.-C. (2018). Shelf space allocation problem under carbon tax and emission trading policies. *Journal of Cleaner Production*, 196, 438-451 .
- Wang, T., Gong, X., & Zhou, S. X. (2017). Dynamic inventory management with total minimum order commitments and two supply options. *Operations Research*, 65(5), 1285-1302.
- Xiao, Y., & Yang, S. (2017). The retail chain design for perishable food: The case of price strategy and shelf space allocation. *Sustainability*, 9(1), 12.
- Yang, M.-H. (2001). An efficient algorithm to allocate shelf space. *European Journal of Operational Research*, 131(1), 107-118.
- Yang, M.-H., & Chen, W.-C. (1999). A study on shelf space allocation and management. *International Journal of Production Economics*, 60, 309-317.
- Zhao, J., Zhou, Y.-W., & Wahab, M. (2016). Joint optimization models for shelf display and inventory control considering the impact of spatial relationship on demand. *European Journal of Operational Research*, 255(3), 797-808.
- Zufryden, F. S. (1986). A dynamic programming approach for product selection and supermarket shelf-space allocation. *Journal of the Operational Research Society*, 37(4), 413-422.