

یک مدل خطی - صحیح مختلط جدید برای انتخاب کار آترین واحد تصمیم‌گیری با رویکرد بازده به مقیاس متغیر

مهدی طلوع^۱، زهره خوشحال نخجیری^۲

چکیده: از دیدگاه تصمیم‌گیرنده (مدیریت) تعیین یک واحد کارا منحصربه‌فرد به عنوان کارآترین واحد، همواره از اهمیت ویژه‌ای برخوردار بوده است. اگرچه روش‌های کلاسیک تحلیل پوششی داده‌ها، تصمیم‌گیرنده را در تعیین واحدهای کارا و ناکارا یاری می‌کند، اما اطلاعات بیشتری در رابطه با واحدهای کارا در اختیار وی قرار نمی‌دهند. به منظور انتخاب کارآترین واحد تصمیم‌گیری از میان مجموعه‌ی واحدهای کارا، چندین مدل مجموعه وزن‌های مشترک برای رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیری در یک شرایط برابر ارائه شده است. فروغی [۱۰] یک مدل برنامه‌ریزی خطی - صحیح مختلط برای انتخاب کارآترین واحد تصمیم‌گیری با رویکرد بازده به مقیاس ثابت ارائه داده است. در این مقاله هدف بسط این روش برای تعیین کارآترین واحد تصمیم‌گیری در شرایط بازده به مقیاس متغیر است. مدل پیشنهادی برای موقعیت‌هایی با فرض بازده به مقیاس متغیر مفید خواهد بود و نسبت به مدل پیشین کاربرد وسیع‌تری در امور صنعتی و مدیریتی دارد. کاربرد عملی روش پیشنهادی، روی مجموعه‌ای از داده‌های واقعی شامل ۱۹ طراحی چیدمان تسهیلات ارائه می‌گردد.

واژه‌های کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها، بهترین BCC- کارا، مدل خطی - صحیح مختلط، طراحی چیدمان تسهیلات.

۱. دانشیار گروه ریاضیات و آمار، دانشکده علوم پایه، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران مرکز، ایران

۲. باشگاه پژوهشگران جوان، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران مرکز، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۰/۰۶/۲۶

تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۰/۰۹/۲۸

نویسنده مسئول مقاله: مهدی طلوع

E-mail: toloo@ijm2c.com

مقدمه

مسأله ارزیابی عملکرد سازمان‌ها از دیرباز مورد توجه مدیران بوده است. امروزه پیچیدگی مسائل، حجم بسیار بالای اطلاعات، اثرات عوامل خارجی بر عملکرد واحدها، و همچنین رقابت شدید در عرصه جهانی موجب شده است که هرگونه تصمیم‌گیری بدون در نظر گرفتن روش‌های علمی، مدیر را دچار بحران کند. رابطه بین عملکرد (خروجی) و عوامل تأثیرگذار بر آن (ورودی) به صورت تابعی به نام *تابع تولید* مطرح می‌شود. به لحاظ پیچیدگی روابط بین ورودی‌ها و خروجی‌های یک سازمان، عموماً تابع تولید در دسترس نیست و در نتیجه این تابع باید تخمین زده شود. بطور کلی روش‌های تعیین تابع تولید یا مرز کارایی به دو دسته اصلی تقسیم می‌شوند: روش‌های *پارامتری* و *ناپارامتری*. در روش‌های پارامتری شکل خاصی برای تابع تولید فرض می‌شود و سپس به کمک یکی از روش‌های برآورد تابع که در آمار و اقتصاد مرسوم است، پارامترهای این تابع برآورد می‌شود. اما در روش‌های ناپارامتری، با توجه به مفهوم تکنولوژی تولید و تنها با در نظر گرفتن ورودی و خروجی‌های مشاهده شده، مجموعه‌ای به نام مجموعه امکان تولید^۱ تعریف می‌شود؛ که مرز حاصل از آن مرز کارایی نامیده می‌شود.

اولین بار فارل [۹] به منظور تعیین کارایی واحدهایی با یک ورودی و یک خروجی از روش‌های ناپارامتری استفاده کرد. بر همین اساس چارنز و همکاران [۶] با گسترش این روش یک مدل برنامه‌ریزی خطی ناپارامتری، برای ارزیابی کارایی نسبی سازمان‌های مشابه با چندین ورودی و چندین خروجی، که واحدهای تصمیم‌گیری (DMU)^۲ نامیده می‌شوند، ارائه کردند. مدل پیشنهادی آن‌ها که کارایی واحدهای تصمیم‌گیری را با فرض بازده به مقیاس ثابت^۳ اندازه‌گیری می‌کرد، به مدل معروف CCR است. پس از آن بنکر و همکاران [۵] با بسط مدل CCR مدلی با فرض بازده به مقیاس متغیر^۴ معرفی کردند که BCC نام گرفت. این دو مدل، پایه‌ایی برای بسیاری از مطالعات بعدی در زمینه تحلیل کارایی قرار گرفت و این شاخه از علم پژوهش عملیاتی تحت عنوان تحلیل پوششی داده‌ها^۵ (DEA) به سرعت پیشرفت کرد.

مدل‌های ارزیابی معرفی شده در DEA، هر واحد را در بهترین شرایط ممکن ارزیابی می‌کنند. بدین معنی که ضرایبی برای ورودی‌ها و خروجی‌ها در نظر گرفته می‌شوند و این ضرایب به گونه‌ایی تعیین می‌شوند که واحد مورد ارزیابی بیشترین کارایی ممکن را نسبت به سایر واحدها کسب کند.

-
1. Possibility Production Set
 2. Decision Making Unit
 3. Constant Returns to Scale
 4. Variable Returns to Scale
 5. Data Envelopment Analysis

بنابراین برای تعیین میزان کارایی همه‌ی واحدها باید مدل به ازای هر واحد به صورت جداگانه حل شود. پس از اجرای این روش، واحدهای تصمیم‌گیری به دو دسته کارا و ناکارا افزای می‌شوند. یکی دیگر از ویژگی‌های مهم در DEA، راهکارهای مورد استفاده برای بهبود واحدهای ناکارا و رسیدن به مرز کارا است. این راهکارها عبارتند از مدل‌های ورودی محور و مدل‌های خروجی محور. در مدل‌های ورودی محور کاهش ورودی‌ها برای مدیریت مطلوب است درحالی که در مدل‌های خروجی محور افزایش خروجی‌ها.

به طور اساسی ضعف DEA در رتبه‌بندی از آن‌جا شکل می‌گیرد که مدل‌های کلاسیک DEA قادر به تفکیک واحدهای کارا از یکدیگر نیستند و این درحالی است که در بسیاری از کاربردهای مدیریتی تمایز بین واحدهای کارا مورد توجه قرار گرفته است. در برخی دیگر از این کاربردها تصمیم‌گیرنده^۱ (مدیریت) مایل است از میان مجموعه‌ی واحدهای تصمیم‌گیری کارا تنها کارآترین واحد را شناسایی و مورد بررسی قرار دهد. در هر حال به منظور رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیری و انتخاب کارآترین واحد، در اکثر روش‌ها می‌بایست به تعداد واحدهای تصمیم‌گیری مدل متناظر تکرار شود. این همان ایده‌ای است که مدل‌های پیشنهادی اندرسون و پترسون [۴] و سکستون و همکارانش [۱۵] برای رتبه‌بندی واحدها به کار گرفتند. همان‌طور که قبلاً اشاره شد، مدل‌های کلاسیک DEA برای هر واحد بهترین وزن را محاسبه می‌کنند تا واحد مورد نظر بالاترین میزان کارایی ممکن را کسب کند. اگرچه این کار برای محاسبه میزان کارایی DMU مطلوب است اما از آنجاکه مدل برای محاسبه کارایی هر واحد تکرار می‌شود، وزن‌های متناظر ورودی‌ها و خروجی‌ها هر DMU متفاوت خواهند بود.

ایده اصلی در روش‌های وزن مشترک^۲ تعیین میزان کارایی همه‌ی واحدها با یک مجموعه از وزن‌های مشترک با استفاده از مدل‌هایی تحت عنوان مدل‌های یکپارچه^۳ است. دیسون و تاناسولیس [۷]، لی و ریورز [۱۳]، کارساک و آهیسکا [۱۱][۱۲]، یرتای و همکاران [۸]، رول و گولانی [۱۴]، و تامپسون و همکاران [۱۶ و ۱۷] برای محاسبه میزان کارایی و بالابردن قابلیت تشخیص درشناسایی کارآترین واحد و همچنین رتبه‌بندی واحدها از مدل‌های یکپارچه بهره گرفته‌اند. در یکی از تازه‌ترین مطالعات در این زمینه امین و طلوع [۲] مدل خطی - صحیح مختلط یکپارچه‌ای برای تعیین کارآترین واحد با فرض بازده به مقیاس ثابت پیشنهاد کردند. پس از آن طلوع و نالچیرگر [۱۸] با بسط آن، مدل را با فرض بازده به مقیاس متغیر گسترش دادند. امین [۳] در سال

1. Decision Maker
2. Common Set of Weights
3. Integrated Models

۲۰۰۹ با اصلاح مدل پیشنهاد شده توسط امین و طلوع [۲] یک مدل یکپارچه‌ی غیرخطی - صحیح مختلط برای انتخاب کاراترین واحد ارائه کرد.

فروغی [۱۰] ادعا کرد که مدل یکپارچه غیرخطی - صحیح مختلط مطرح شده توسط امین [۳] در مواردی توانایی تعیین بهترین واحد را ندارد؛ و برای رفع این مشکل یک مدل خطی - صحیح مختلط پیشنهاد کرد. این مدل توانایی تعیین کاراترین واحد را با فرض بازده به مقیاس ثابت دارد. اما داده‌ها در دنیای واقعی همواره از اصل بیکرانی اشعه (بازده به مقیاس ثابت) تبعیت نمی‌کنند؛ بنابراین در این مقاله قصد داریم با ارائه‌ی یک مدل یکپارچه خطی - صحیح مختلط جدید (با رویکرد بازده به مقیاس متغیر) بر پایه مدل پیشنهاد شده توسط فروغی [۱۰]، ابزاری جدید برای تعیین BCC-کاراترین واحد را در اختیار تصمیم‌گیرنده قرار دهیم.

پیشینه پژوهش

فرض کنید که مجموعه‌ای از n تایی از DMUها را در اختیار داریم، $(DMU_j; j=1, \dots, n)$ ، که در آن هر واحد با استفاده از بردار ورودی m -بعدی، $(x_i; i=1, \dots, m)$ ، بردار خروجی s -بعدی، $(y_r; r=1, \dots, s)$ را تولید می‌کند. مدل زیر میزان کارایی واحد تحت بررسی، $DMU_o; o \in \{j=1, \dots, n\}$ را با فرض بازده به مقیاس متغیر محاسبه می‌کند که به آن اصطلاحاً BCC-کارایی گفته می‌شود:

$$\begin{aligned} \varphi^* &= \max \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - u_0 \\ s.t. & \\ \sum_{i=1}^m w_i x_{io} &= 1 & (1) \\ \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m w_i x_{ij} - u_0 &\leq 0, \quad j=1, \dots, n \\ u_r &\geq \varepsilon, \quad r=1, \dots, s \\ v_i &\geq \varepsilon, \quad i=1, \dots, m. \end{aligned}$$

که در آن w_i و u_r به ترتیب ضرایب (وزن‌های) ورودی‌های i ام و خروجی‌های r ام DMU_o و ε یک مقدار غیرارشمیدسی، مثبت و بسیار کوچک است. جواب بهینه (w^*, u^*) بدست آمده از

یک مدل خطی - صحیح مختلط جدید برای انتخاب کارآترین واحد ... ۴۱

مدل *Error! Reference source not found.* را بردار وزن‌های بهینه DMU_0 برای کسب بالاترین میزان کارایی ممکن می‌نامند.

با علم به این حقیقت که در مدل‌های کلاسیک DEA همواره بیش از یک واحد کارا شناخته می‌شوند، امین و طلوع [۲] با اصلاح الگوریتم آزمون و خطای مطرح شده توسط ارتای و همکاران [۸]، مدل یکپارچه خطی - صحیح مختلط زیر را برای تعیین کارآترین DMU از میان واحدهای کارا پیشنهاد کردند.

$\min M$

$$s.t \quad M - d_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^m w_i x_{ij} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m w_i x_{ij} + d_j - \beta_j = 0, \quad j = 1, \dots, n$$

$$\sum_{j=1}^n d_j = n - 1 \quad (۲)$$

$$0 \leq \beta_j \leq 1, \quad d_j \in \{0,1\}, \quad j = 1, \dots, n$$

$$w_i \geq \varepsilon^*, \quad i = 1, \dots, m$$

$$u_r - \varepsilon^*, \quad r = 1, \dots, s.$$

که در آن d_j مشخص‌کننده کارآترین واحد فرض شده است. آنها همچنین ادعا کردند که این مدل قابلیت تعیین بهترین واحد را با یکبار حل مدل دارد. بدین معنی که DMU_P کارآترین واحد است، اگر تنها اگر $d_p^* = 0$. همچنین محدودیت $\sum_{j=1}^n d_j = n - 1$ در مدل تضمین می‌کند، که تنها یک واحد منحصر به فرد به عنوان کارآترین واحد معرفی خواهد شد.

طلوع و نالچیر [۱۸] به منظور گسترش کاربرد بیشتر مدل پیشنهادی توسط امین و طلوع [۲] یک مدل یکپارچه خطی - صحیح مختلط جدیدی با فرض بازده به مقیاس متغیر ارائه کردند که در آن بهترین BCC-کارا با یکبار حل مدل معرفی می‌شود.

امین [۳] نشان داد که مدل امین و طلوع [۲] درشرایطی خاص می‌تواند بیش از یک واحد را به عنوان کاراترین واحد معرفی کند و برای رفع این مشکل، مدل یکپارچه غیرخطی - صحیح مختلط زیر را پیشنهاد داد:

$$\begin{aligned}
 M^\circ &= \min M \\
 \text{s.t. } & M - d_j \geq 0, & j = 1, \dots, n \\
 & \sum_{i=1}^m w_i x_{ij} \leq 1, & j = 1, \dots, n \\
 & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m w_i x_{ij} + d_j = 0, & j = 1, \dots, n \\
 & \sum_{r=1}^s \theta_j = n - 1 & (۳) \\
 & \theta_j - d_j \beta_j = 0, & j = 1, \dots, n \\
 & d_j \geq 0, \quad \beta_j \geq 1, \quad \theta_j \in \{0, 1\}, & j = 1, \dots, n \\
 & w_i - \varepsilon^* \geq 0, & i = 1, \dots, m \\
 & u_r - \varepsilon^* \geq 0, w_i - \varepsilon^* \geq 0, & r = 1, \dots, s.
 \end{aligned}$$

امین [۳] ثابت کرد DMU_p کاراترین واحد است، اگر $\theta_p^* = 0$. به عبارت دیگر در بهینگی همواره خواهیم داشت:

$$d_j^* \begin{cases} = 0, & \text{if } \theta_j^* = 0 \\ > 0, & \text{if } \theta_j^* = 1 \end{cases}$$

یکی از تازه‌ترین مطالعات در زمینه انتخاب کاراترین واحد از میان مجموعه‌ی واحدهای کارا، به‌دست آمده از مدل CCR، توسط فروغی [۱۰] انجام شده‌است. این مدل خطی - صحیح مختلط که توانایی انتخاب بهترین واحد را از میان مجموعه داده‌های مورد ارزیابی با رویکرد بازده به مقیاس ثابت را دارد، در زیر آورده شده‌است:

$$\begin{aligned}
 d^* &= \max d \\
 \text{s.t. } &\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m w_i x_{ij} - t_j + d \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \\
 &-\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m w_i x_{ij} + t_j \leq 1, \quad j = 1, 2, \dots, n \\
 &\sum_{j=1}^n t_j = 1 \\
 &t_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, 2, \dots, n. \\
 &\{w_i\} \in W \\
 &\{u_r\} \in U
 \end{aligned} \tag{1}$$

که در آن U و W مجموعه‌ایی از وزن‌های قابل قبول هستند که ساده‌ترین آن به صورت

$$W(\varepsilon) = \left\{ \{w_i\} \mid w_i \geq \varepsilon, i = 1, \dots, m \right\} \& U(\varepsilon) = \left\{ \{u_r\} \mid u_r \geq \varepsilon, r = 1, \dots, s \right\}$$

معرفی شده‌اند. همچنین $\varepsilon \in [0, \varepsilon^*]$. توجه کنید که ε^* مقداری غیرارشمیدسی، مثبت و بسیار کوچک در نظر گرفته شده‌است. این مدل اگر چه همانند مدل *Error! Reference source not found.* کارآترین واحد را تنها با یک بار حل مدل معرفی می‌کن ولی بر خلاف آن خطی است و در نتیجه از راندمان محاسباتی بهتری برخوردار است.

مدل پیشنهادی

مدل خطی - صحیح ارائه شده توسط فروغی [۱۰] بر پایه مدل ارزیابی کارایی CCR در ماهیت ورودی ارائه شده‌است؛ که این مدل برای تعیین کارآترین واحد از میان مجموعه واحدهای کارا با فرض بازده به مقیاس ثابت مفید خواهد بود. با توجه به گسترش استفاده از علوم درکار و تجارت، به‌خصوص DEA، تصمیم‌گیرنده درمسائل با داده‌های واقعی سروکار دارد که لزوماً از اصل بیکرانی اشعه (بازده به مقیاس ثابت) پیروی نمی‌کنند؛ به‌همین منظور مدل خطی - صحیح

جدیدی براساس مدل فروغی [۱۰]، برای تعیین کاراترین DMU با رویکرد بازده به مقیاس متغیر به صورت زیر پیشنهاد می‌کنیم:

$$\begin{aligned}
 & d^* = \max d \\
 \text{s.t.} & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m w_i x_{ij} - t_j - u_0 + d \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \\
 & - \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} + \sum_{i=1}^m w_i x_{ij} + u_0 + t_j \leq 1, \quad j = 1, 2, \dots, n \\
 & \sum_{j=1}^n t_j = 1, \\
 & t_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, 2, \dots, n. \\
 & \{w_i\} \in W \\
 & \{u_r\} \in U
 \end{aligned} \tag{2}$$

در این مدل DMU_j کاراترین واحد با فرض بازده به مقیاس است اگر و تنها اگر $t_j^* = 1$. متغیر آزاد u_0 به دلیل عملکرد جدید مدل برای اندازه‌گیری کارایی و انتخاب کاراترین واحد با فرض بازده به مقیاس متغیر، به مدل پیشنهادی فروغی [۱۰] اضافه شده است. در ادامه به ارائه و اثبات برخی از خواص مدل (2) می‌پردازیم.

قضیه ۱. مدل (2) همواره شدنی است.

برهان. فرض کنید DMU_p ، یکی از DMU ها کارای قوی معرفی شده توسط مدل همواره شدنی *Error! Reference source not found.* و بردار $(w_p^*, u_p^*, u_0, \mathcal{E}^*)$ وزن‌های بهینه حاصل از آن باشد. با این مقدار غیرارشمیدسی، اگر فرض کنیم:

$$\begin{aligned}
 \bar{d} &= 1, \quad \bar{u} = u_p^*, \quad \bar{w} = w_p^*, \quad u_0 = u_0^*, \\
 \bar{t}_j &= \begin{cases} 1, & j = p \\ 0, & j \neq p \end{cases}
 \end{aligned}$$

آن‌گاه بردار $(\bar{d}, \bar{w}, \bar{u}, u_0, \bar{t})$ یک جواب شدنی برای مدل (2) خواهد بود.

قضیه ۲. $d^* \in [0, 1]$.

یک مدل خطی - صحیح مختلط جدید برای انتخاب کارآترین واحد ... ۴۵

برهان. ابتدا ثابت می‌کنیم همواره $d^* \leq 1$ است. برای این منظور فرض کنید p اندیسی باشد که پس از حل مدل (2) به‌ازای آن داشته باشیم، $t_p^* = 1$ و $t_{j \neq p}^* = 0$. بنابراین محدودیت نوع اول، برای $j=p$ به صورت زیر خواهد بود:

$$u^* y_p - u_0 - w^* x_p - 1 + d^* \leq 0$$

از طرفی از آنجا که طبق محدودیت نوع دوم برای $j=p$ داریم:

$$-u^* y_p + u_0 + w^* x_p \leq 0 \Rightarrow u^* y_p + u_0 + w^* x_p \geq 0$$

بنابراین می‌توان به سادگی دریافت که $d^* \leq 1$.

از طرف دیگر، این مطلب که $d = 0$, $t_p = 1$, $t_{j \neq p} = 0$ یک نقطه شدنی برای مدل (2) است که نتیجه می‌دهد $d^* \geq 0$. بنابراین $d^* \in [0, 1]$.

قضیه ۳. اگر $t_p^* = 1$ ، آنگاه واحد p BCC-کارا است.

برهان. فرض کنید p اندیسی دلخواه باشد ($p \in \{j | j = 1, \dots, n\}$). محدودیت نوع سوم در مدل (2) نتیجه می‌دهد:

$$t_p^* = 1, t_{j \neq p}^* = 0$$

با محدودیت نوع دوم در این مدل برای $j=p$ خواهیم داشت:

$$-u^* y_p + u_0 + w^* x_p \leq 0$$

همچنین محدودیت نوع اول نتیجه می‌دهد:

$$u^* y_p - u_0 - w^* x_p - 1 + d^* \leq u^* y_p - u_0 - w^* x_p \leq 0$$

از روابط بالا می‌توان نتیجه گرفت:

$$u^* y_p - u_0 - w^* x_p = 0$$

که نشان می‌دهد این واحد BCC-کارا است.

از آن جهت که مدل (2) BCC-کارا ترین واحد را با حل تنها یک مدل یکپارچه، با استفاده از مجموعه‌ی وزن‌های بهینه‌ی مشترک ارائه می‌دهد، دارای مزیت محاسباتی قابل توجهی است.

مطالعه موردی

برای دستیابی به یک سیستم تولید و خدمات کارآمد، تنها توجه به برنامه‌ریزی مطلوب و سیاست‌های عملیاتی کافی نیست؛ بلکه سیستم باید به نحوی طراحی شده باشد، که بالاترین بهره‌وری و سودآوری را حاصل کند. طراحی چیدمان تسهیلات (FLD) که معمولاً به صورت یک مسئله چند معیاره فرض می‌شود، یکی از مؤثرترین روش‌ها برای بالابردن کارایی تولید و خدمات است. یک طراحی چیدمان نامناسب نه تنها باعث بازآرایی سیستم‌های موجود خواهد شد بلکه تغییر محل انبار، تغییر طراحی کارخانه، و توقف خط تولید باعث تحمیل هزینه‌های سنگین-تری خواهند شد. طراحی یک پروسه ارزیابی FLD مؤثر ایجاب می‌کند که علاوه بر معیارهای کیفی مانند انعطاف‌پذیری در حجم و تنوع محصولات به منظور بر آورده کردن نیازهای متقاضیان در شرایط مختلف بازار، به معیارهای کمی مرتبط با تولید کالا چون هزینه حمل مواد اولیه یا تولیدات که به نوع وسایل جابجایی مانند روبات‌ها، نقاله‌ها، و حتی مسیر حرکتشان بستگی دارد؛ نیز توجه شود. از طرف دیگر ممکن است موقعیت مکانی کارخانه به شکلی باشد که جاده مرتبط به تخلیه و بارگیری مواد به قسمت‌های دریافت و ارسال مواد اولیه یا تولیدات به خارج از کارخانه در یک طرف و یا در دوسوی متفاوت قرار داشته باشد؛ در چنین وضعیتی می‌بایست بخش‌های دریافت و ارسال را در همان طرفی که جاده قرار دارد مستقر نمود که طراح این عامل را تحت عنوان «امتیاز همجواری» در طراحی چیدمان تسهیلات مورد بررسی قرار می‌دهد. افزون بر این، محدودیت‌های کمبود فضای کارخانه که منجر به استفاده کردن از طبقات مختلف و همچنین شکل تسهیلات تولیدی که می‌توان آن را «نسبت شکل» در طراحی نامید، بر نوع چیدمان تأثیرگذار است و بنابراین می‌بایست به منظور پیاده‌سازی و طراحی یک چیدمان تسهیلات مؤثر مهمترین معیارهای تأثیرگذار را مشخص و سپس با رویکردی مناسب کارآمدترین الگو را پیاده کرد.

جدول زیر شامل یک مجموعه ۱۹ تایی از داده‌های واقعی FLD است که اولین بار در مقاله یرتای و همکاران [۸] مورد استفاده قرار گرفت. در این طراحی چیدمان تسهیلات، آن دسته از معیارهایی که از نقطه نظر طراح (مدیریت) می‌بایست کمینه شوند به عنوان ورودی‌ها و معیارهایی که باید بیشینه شوند به عنوان خروجی‌ها در نظر گرفته شده‌اند. این طراحی چیدمان تسهیلات با این هدف انجام می‌پذیرد که واحدهای مفروض با استفاده از دو ورودی (هزینه حمل، و امتیاز همجواری) بالاترین ترکیب از چهار خروجی (نسبت شکل، کیفیت، سودمندی حمل دستی محصول، و قابلیت انعطاف پذیری) را ارائه دهند.

یک مدل خطی - صحیح مختلط جدید برای انتخاب کارآترین واحد ... ۴۷

حال قصد داریم با استفاده از مدل پیشنهادی در این مقاله، بهترین واحد BCC-کارا را تعیین کنیم.

جدول ۱. ورودی ها و خروجی های FLD

سودمندی حمل دستی محصول	خروجی ها			ورودی ها		DMU
	کیفیت	قابلیت انعطاف پذیری	نسبت شکل	امتیاز همجواری	هزینه حمل	
۳۰/۸۹	۰/۰۴۱۰	۰/۰۱۱۳	۰/۴۶۹۷	۶۴۰۵/۰۰	۲۰۳۰۹/۵۶	۱
۳۱/۳۴	۰/۰۴۸۴	۰/۰۳۳۷	۰/۴۳۸۰	۵۳۹۳/۰۰	۲۰۴۱۱/۲۲	۲
۳۰/۲۶	۰/۰۶۵۳	۰/۰۳۰۸	۰/۴۳۹۲	۵۲۹۴/۰۰	۲۰۲۸۰/۲۸	۳
۲۸/۰۳	۰/۰۶۳۸	۰/۰۲۴۵	۰/۳۷۷۶	۴۴۵۰/۰۰	۲۰۰۵۳/۲۰	۴
۲۵/۴۳	۰/۰۴۸۴	۰/۰۸۵۶	۰/۳۵۲۶	۴۳۷۰/۰۰	۱۹۹۹۸/۷۵	۵
۲۹/۱۱	۰/۰۳۶۱	۰/۰۷۱۷	۰/۳۶۷۴	۴۳۹۳/۰۰	۲۰۱۹۳/۶۸	۶
۲۵/۲۹	۰/۰۸۴۶	۰/۰۲۴۵	۰/۲۸۵۴	۲۸۶۲/۰۰	۱۹۷۷۹/۷۳	۷
۲۴/۸۰	۰/۰۱۲۵	۰/۰۱۱۳	۰/۴۳۹۸	۵۴۷۳/۰۰	۱۹۸۳۱/۰۰	۸
۲۴/۴۵	۰/۰۷۲۴	۰/۰۶۷۴	۰/۲۸۶۸	۵۱۶۱/۰۰	۱۹۶۰۸/۴۳	۹
۲۶/۴۵	۰/۰۶۵۳	۰/۰۸۵۶	۰/۶۶۲۴	۶۰۷۸/۰۰	۲۰۰۳۸/۱۰	۱۰
۲۹/۴۶	۰/۰۶۳۸	۰/۰۸۵۶	۰/۳۴۳۷	۴۵۱۶/۰۰	۲۰۳۳۰/۶۸	۱۱
۲۸/۰۷	۰/۰۸۴۶	۰/۰۸۵۶	۰/۳۵۲۶	۳۷۰۲/۰۰	۲۰۱۵۵/۰۹	۱۲
۲۴/۵۸	۰/۰۳۶۱	۰/۰۳۳۷	۰/۲۶۹۰	۵۷۲۶/۰۰	۱۹۶۴۱/۸۶	۱۳
۳۲/۲۰	۰/۰۶۳۸	۰/۰۸۵۶	۰/۳۴۴۱	۴۶۳۹/۰۰	۲۰۵۷۵/۶۷	۱۴
۳۳/۲۱	۰/۰۴۵۲	۰/۰۳۳۷	۰/۴۳۲۶	۵۶۴۶/۰۰	۲۰۶۸۷/۵۰	۱۵
۳۳/۶۰	۰/۰۶۵۳	۰/۰۸۵۶	۰/۳۳۱۲	۵۵۰۷/۷۷	۲۰۷۷۹/۷۵	۱۶
۳۱/۲۹	۰/۰۶۳۸	۰/۰۲۴۵	۰/۲۸۴۷	۳۹۱۲/۰۰	۱۹۸۵۳/۳۸	۱۷
۲۵/۱۲	۰/۰۱۷۹	۰/۰۳۳۷	۰/۴۳۹۸	۵۹۷۴/۰۰	۱۹۸۵۳/۳۸	۱۸
۳۰/۰۲	۰/۰۲۱۷	۰/۰۸۵۶	۰/۴۴۲۱	۱۷۴۰۲/۰۰	۲۰۳۵۵/۰۰	۱۹

همان طور که جدول ۲ نشان می دهد، یازده واحد BCC-کارا وجود دارد بنابراین تصمیم گیرنده (مدیریت) در این مرحله با چالش انتخاب بهترین واحد کارا روبرو است.

جدول ۲. کارایی DMUها با رویکرد ورودی و بازده به مقیاس متغیر

BCC-کارایی	DMU	رتبه DMU	BCC-کارایی	DMU	رتبه DMU
۱	۱۹	۱	۰/۹۹۸۵۲۶	۱۳	۱۲
۱	۱	۱	۰/۹۹۸۳۳۶	۱۱	۱۳
۱	۱۵	۱	۰/۹۹۸۲۸۱	۳	۱۴
۱	۱۷	۱	۰/۹۹۷۸۷۱	۸	۱۵
۱	۱۶	۱	۰/۹۹۶۴۶۸	۱۸	۱۶
۱	۵	۱	۰/۹۹۶۴۵۷	۶	۱۷
۱	۱۴	۱	۰/۹۹۵۸۸۷	۲	۱۸
۱	۱۲	۱	۰/۹۸۹۹۴۲	۴	۱۹
۱	۹	۱			
۱	۱۰	۱			
۱	۷	۱			

جدول ۳ نتایج به دست آمده از حل مدل (2)، با استفاده از نرم افزار GAMS، را نشان می دهد (خوانندگان علاقمند به آشنایی با نرم افزار GAMS می توانند به طلوع و جوشقانی [۱] مراجعه نمایند). همانطور که نتایج نشان می دهد، $t_{10}^* = 1$ ، $t_{j \neq 10}^* = 0$ و این مطلب بدین معنی است که DMU_{10} کاراترین واحد با فرض بازده به مقیاس متغیر است.

جدول ۳. نتایج به دست آمده از حل مدل (۵)

d^*	w_1^*	w_2^*	u_1^*	u_2^*	u_3^*	u_4^*	u_0
۰/۶۳۲	۰/۰۰۰۰۲۶۹	۰/۰۰۰۰۲۶۰	۲/۲۳۳	۲/۶۹۲	۰/۰۰۵۹	۰/۰۰۰۰۲۶۹	۱/۰۱۷

نتیجه گیری و پیشنهادها

در این مقاله یک مدل یکپارچه خطی - صحیح مختلط جدید برای تعیین کارآترین واحد با فرض بازده به مقیاس متغیر، از میان مجموعه‌ایی از واحدهای مشابه ارائه شد. در حالی که مدل پیشین تنها توانایی تعیین این واحد با فرض بازده به مقیاس ثابت را داشت، در مدل پیشنهادی در این مقاله تصمیم‌گیرنده قادر است با تنها یک بار حل مدل، BCC-کارآترین واحد را با فرض بازده به مقیاس متغیر شناسایی کند. خواص مدل ارائه شده بیان و اثبات گردید و در انتها کاربرد آن روی یک مجموعه از داده‌های واقعی مورد بررسی قرار گرفت. وزن‌های بهینه مشترک به مدیریت کمک می‌کند که کارآترین واحد را در یک شرایط برابر انتخاب کند.

به عنوان تحقیقات آتی، ارائه یک مدل یکپارچه برای تعیین بهترین SBM^۱-کارا پیشنهاد می‌گردد. به علاوه می‌توان برای تعیین انواع کارآترین واحد تصمیم‌گیری به‌جای استفاده از مدل‌های مضربی از مدل‌های پوششی DEA نیز بهره گرفت.

منابع

۱. م. طلوع و س. جوشقانی (۱۳۸۹). راهنمای کاربران GAMS به همراه مدل‌های DEA. نشر کتاب دانشگاهی.
2. Amin, G. R., Toloo, M. (2007). Finding the most efficient DMUs in DEA: An improved integrated model. *Computer & industrial engineering*, 52(2), 71-77.
3. Amin, G. R. (2009). Comment on finding the most efficient DMUs in DEA: An improved integrated model. *Computer & industrial engineering*, 56, 1701-1702.
4. Andersen, P., Petersen, N. C. (1993). A procedure for ranking efficient units in dataenvelopment analysis. *Management Science*, 39(10), 1261-1294.
5. Banker, R. D., Charnes, A., Cooper, W. W. (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management Science*, 30(9), 1078-1092.
6. Charnes, A., Cooper, W.W., Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational research* 2(6), 429-444.

1. Slack-Based Measure.

7. Dyson, R. G., & Thanassoulis, E. (1988). Reducing weight flexibility in DEA. *Journal of the Operations Research Society*, 39, 563–576.
8. Ertay, T., Ruan, D., & Tuzkaya, U. R. (2006). Integrating data envelopment analysis and analytic hierarchy for the facility layout design in manufacturing systems. *Information Sciences*, 176, 237–262.
9. Farrell, M.J. (1957). The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society, Series A* 120, 253-290.
10. Foroughi, A. (2011). A new mixed integer linear model for selecting the best decision making units in data envelopment analysis. *Computer & industrial engineering*, 60(4), 550-554.
11. Karsak, E. E. & Ahiska, S. S (2008). Improved common weight MCDM model for technology selection. *International journal of Production Research*, 46(24), 6933-6944.
12. Karsak, E. E. & Ahiska, S. S. (2005). Practical common weight multi-criteria decision-making approach with improved discriminating power for technology selection. *International Journal of Production Research*, 43(8), 1537-1554.
13. Li, X. B., & Reeves, G. R. (1999). A multiple criteria approach to data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, 115, 507–517.
14. Roll, Y., Golany, B. (1993). Alternate methods of treating factor weights in DEA. *Omega*, 21, 99–109.
15. Sexton, T. R., Silkman, R. H., Hogan, A. J. (1986). Data envelopment analysis: Critique and extensions. In R. H. Silkman (Ed.), *Measuring efficiency: An assessment of data envelopment analysis*. San Francisco, CA: Jossey -Bass.
16. Thompson, R. G., Langemeier, L. N., Lee, C. T., Thrall, R. M. (1990). The role of multiplier bounds in efficiency analysis with application to Kansas farming. *Journal of Econometrics*, 46, 93–108.
17. Thompson, R. G., Singleton, F. D., Thrall, R. M., Smith, B. A. (1986). Comparative site evaluations for locating a high energy physics lab in Texas. *Interfaces*, 16, 35–49.
18. Toloo, M., Nalchigar, S. (2008). A new integrated DEA model for finding most BCC-efficient DMU. *Applied mathematical modelling*, 33, 597-604.