



## Developing Stochastic Additive Utility Method (UTA) Considering the Possible Dependency among Criteria

### Mahnaz Hosseinzadeh

Assistant Prof, Department of Industrial Management, Faculty of Management, University of Tehran, Tehran, Iran. E-mail: mhosseinzadeh@ut.ac.it

### Mohammad Reza Mehregan

\*Corresponding author, Prof, Department of Industrial Management, Faculty of Management, University of Tehran, Tehran, Iran. E-mail: mehregan@ut.ac.it

### Leili Aghaei Meibodi

PhD Candidate, Department of Industrial Management, Alborz Campus, University of Tehran, Karaj, Iran. E-mail: aghaei.leili@yahoo.com

### Ezatollah Abbasian

Associate Prof., Department of Public Management, Faculty of Management, University of Tehran, Tehran, Iran. E-mail: e.abbasian@ut.ac.ir

### Abstract

**Objective:** One of the well-known methods as to Multi Attribute Utility Theory (MAUT) in the field of decision making is Utility Additive Method (UTA), which has been developed over time. Two main deficiencies of such methods are first, ignoring the uncertainty embedded in the values of different criteria and second, disregarding the possibility of dependencies among various criteria. The uncertainty problem, either fuzzy or stochastic, has been discussed in various developments including, fuzzy UTA and stochastic UTA models, respectively. Although it seems unlikely to apply in real world problems, the criteria independency is the primary assumption of all these models. Thus, this paper is aimed at developing stochastic UTA model so as to consider the possibility of dependency among different criteria.

**Methods:** In this paper, conditional probability is applied in developing the UTA model, so that the probability of values of each criterion is considered with respect to probable values of other criteria.

**Results:** The developed model is presented in 12 steps, and its applicability in practice is shown using a real example based upon the data extracted from three main criteria of stock investments for three petrochemical companies.

**Conclusion:** The proposed model addresses the deficiency of ignoring the probable dependencies among criteria in stochastic UTA model, and covers the research gap posed by previous researchers.

**Keywords:** Multi Attribute Utility Theory (MAUT), Utility Additive method (UTA), Stochastic UTA model, Uncertainty, Dependency of Criteria.

**Citation:** Hosseinzadeh, M., Mehregan, M.R., Aghaei Meibodi, L., Abbasian, E. (2018). Developing Stochastic Additive Utility Method (UTA) Considering the Possible Dependency among Criteria. *Industrial Management Journal*, 10(4), 503-524. (in Persian)



## توسعه مدل مطلوبیت جمع‌پذیر (UTA) تصادفی با توجه به

### امکان وابستگی میان معیارها

مهناز حسین زاده

استادیار، گروه مدیریت صنعتی، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران. رایانامه: mhosseinzadeh@ut.ac.ir

محمد رضا مهرگان

\* نویسنده مسئول، استاد، گروه مدیریت صنعتی، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران. رایانامه: mehregan@ut.ac.ir

لیلی آقائی میبیدی

دانشجوی دکتری، گروه مدیریت تحقیق در عملیات، پردیس البرز، کرج، ایران. رایانامه: aghaei.leili@yahoo.com

عزت‌اله عباسیان

دانشیار، گروه مدیریت دولتی، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران. رایانامه: e.abbasian@ut.ac.ir

### چکیده

**هدف:** یکی از روش‌های مطرح در حوزه تصمیم‌گیری چندشاخصه مبتنی بر تئوری مطلوبیت، مدل مطلوبیت جمع‌پذیر (UTA) است که طی زمان با رفع نواقص بسیار توسعه یافته است. از مهم‌ترین مشکلات این روش‌ها عدم توجه به عدم اطمینان مقادیر معیارها و عدم توجه به امکان وجود وابستگی میان معیارهای مختلف است. درباره مشکل عدم اطمینان از انواع مختلف فازی و احتمالی، به ترتیب در توسعه‌های مختلف شامل مدل‌های فازی و تصادفی بحث و تبادل نظر شده است. با این حال از مفروضات اصلی تمامی این مدل‌ها استقلال معیارها از یکدیگر است، در حالی که در مسائل دنیای واقعی این امر تا حدی بعید به نظر می‌رسد. از این رو، هدف از این پژوهش توسعه مدل مدل مطلوبیت جمع‌پذیر تصادفی به نحوی است که مشکل عدم توجه به وابستگی میان مقادیر گزینه‌ها در شاخص‌های مختلف را مد نظر قرار دهد.

**روش:** در این پژوهش از مفهوم احتمال شرطی برای توسعه مدل مطلوبیت جمع‌پذیر تصادفی بهره گرفته شده است، به طوری که احتمال ارزش هر مقدار در هر شاخص با توجه به ارزش‌های محتمل در سایر شاخص‌ها مد نظر قرار می‌گیرد.

**یافته‌ها:** مدل توسعه یافته در قالب دوازده گام ارائه شده و قابلیت کاربرد آن با استفاده از یک مثال واقعی و بر اساس داده‌های مربوط به سه معیار اصلی در سرمایه‌گذاری سهام برای سه شرکت در حوزه پتروشیمی نشان داده شده است.

**نتیجه‌گیری:** مدل پیشنهادی حاصل مشکل عدم توجه به وابستگی محتمل میان شاخص‌ها در مدل مطلوبیت جمع‌پذیر تصادفی را برطرف می‌کند و شکاف تحقیقاتی مطرح شده توسط محققان پیشین را پوشش می‌دهد.

**کلیدواژه‌ها:** تصمیم‌گیری چندمعیاره مبتنی بر تئوری مطلوبیت (MAUT)، مدل مطلوبیت جمع‌پذیر (UTA)، مدل مدل مطلوبیت جمع‌پذیر تصادفی، عدم اطمینان و وابستگی بین معیارها.

**استناد:** مهرگان، محمد رضا؛ آقائی میبیدی، لیلی؛ حسین‌زاده، مهناز؛ عباسیان، عزت‌اله (۱۳۹۷). توسعه مدل مطلوبیت جمع‌پذیر (UTA) تصادفی با توجه به امکان وابستگی میان معیارها. *فصلنامه مدیریت صنعتی*، ۱۰(۴)، ۵۰۳-۵۲۴.

## مقدمه

فضای گفتمان صنعتی در قرن بیست‌ویکم مملو از واژه‌هایی همچون رقابت، تغییر، پیچیدگی و ابهام بوده است. در فضایی چنین ملتهب، نگاه سازمان‌ها و ذی‌نفعان آنها به مدیرانی است که می‌توانند با اخذ تصمیم‌های درست و به‌موقع، حفظ، بقا و حتی پیشرفت سازمان را به ارمغان آورند (سرورخواه، آذر، بابایی کفاکی و شفیع‌نیک‌آبادی، ۱۳۹۶). تصمیم‌گیرندگان در انتخاب یک گزینه از میان گزینه‌های متعدد اغلب به‌طور هم‌زمان چندین معیار را مد نظر قرار می‌دهند. معیارها گاه هم‌راستا و گاهی متقابل و متضاد هستند (مهرگان، ۱۳۹۲). هدف تئوری تصمیم‌گیری کمک به تصمیم‌گیرندگان در راستای اتخاذ تصمیم مناسب در زمانی است که در مسائل پیچیده انتخاب‌های متعددی پیش روی آنها قرار دارد. نخستین تلاش برای حل مسائل تصمیم‌گیری و انتخاب با توجه به معیارهای چندگانه به رایفا و ادوارد باز می‌گردد که در واقع به تولد تئوری تصمیم منجر شد. مجموعه روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره<sup>۱</sup> امروزه در انتخاب بهترین راه‌کارها در دو دسته مسائل ارزیابی و طراحی، جایگاه ویژه‌ای دارند (شانموگاناثان، کاجندران، ساسیکومار و ماهندران<sup>۲</sup>، ۲۰۱۸). در مجموعه روش‌های تصمیم‌گیری در مسائل دسته ارزیابی که با عنوان روش‌های تصمیم‌گیری با چندین معیار<sup>۳</sup> شناخته می‌شوند، ارزش گزینه‌ها به‌صورت کمی یا کیفی و عینی یا ذهنی توسط هر تصمیم‌گیرنده مشخص شده، سپس با روش‌های مختلف به محاسبه ارزش کلی هر گزینه پرداخته می‌شود. روش‌های متعددی از مجموعه روش‌های تصمیم‌گیری با چندین معیار از مفهوم مطلوبیت برای دستیابی به ارزش گزینه‌ها مبتنی بر ترجیحات تصمیم‌گیرندگان بهره می‌گیرند. در این مجموعه از روش‌ها که روش‌های مبتنی بر تئوری مطلوبیت چندمعیاره<sup>۴</sup> خوانده می‌شوند، ایده اصلی بر این قرار دارد که صرف نظر از ارزش عینی هر گزینه در هر معیار، مطلوبیت یا رضایت خاطری که هر فرد از آن ارزش کسب می‌کند متفاوت است و به‌ویژه این تفاوت به میزان مخاطره‌پذیری افراد بسیار وابسته است. به عبارتی ارزش هر گزینه به ذهنیت و همچنین ریسک‌پذیری تصمیم‌گیرنده وابسته خواهد شد. بدین منظور، این دسته از روش‌ها به برآورد توابع مطلوبیت افراد مختلف می‌پردازند و ارزش نهایی هر گزینه را با توجه به مطلوبیت جمعی حاصل از مطلوبیت فرد در معیارهای مختلف محاسبه می‌کنند. توابع مطلوبیت ارزش خام عملکردی هر گزینه در هر معیار را چه کمی یا کیفی و چه عینی یا ذهنی به مقادیری با یک مقیاس مشترک و بدون بعد بین صفر تا یک تبدیل می‌کنند (پاتینیوتاکیس، آپوستولو و اسلووینسکی<sup>۵</sup>، ۲۰۱۱). ایده کلی در روش‌های مبتنی بر تئوری مطلوبیت چندمعیاره چنین است که چنانچه بتوان تابع مطلوبیت یک تصمیم‌گیرنده را در یک زمینه ساده تصمیم برآورد کرد، می‌توان بر اساس آن امتیاز یا مطلوبیت گزینه‌ها در یک زمینه، تصمیم گسترده‌تری نیز به دست آورد. تا کنون روش‌های مختلفی برای تعیین توابع مطلوبیت از جمله ساخت یک مجموعه از توابع ارزشی جمع‌پذیر (فیگوریا، گرکو و اسلووینسکی<sup>۶</sup>، ۲۰۰۹)، تخمین مطلوبیت غیرجمع‌پذیر (آنجیلا، گرکو، لامانتا و ماتارازو<sup>۷</sup>، ۲۰۰۳) و استخراج توابع مطلوبیت با استفاده از بهینه‌یابی غیرخطی با بهترین برآزش (ابرهارد، شرایدر و استاجکو<sup>۸</sup>، ۲۰۰۷) توسعه یافته‌اند. تعیین توابع مطلوبیت معمولاً به تعامل با تصمیم‌گیرنده در راستای تعیین وزن هر یک از معیارها و شکل کلی توابع نهایی مطلوبیت برای هر یک از معیارها نیاز دارد. این مسئله به‌علت زمان‌بر بودن و وجود

1. Multiple Criteria Decision Making (MCDM)

3. Multiple Attribute Decision Making (MADM)

5. Patiniotakis, Apostolou &amp; Mentzas

7. Angilella, Greco, Lamantia &amp; Matarazzo

2. Shanmuganathan, Kajendran, Sasikumar &amp; Mahendran

4. Multiple Attribute Utility Theory (MAUT)

6. Figueira, Greco &amp; Słowiński

8. Eberhard, Schreider &amp; Stojkov

مسائلی همچون عدم تمایل و همکاری تصمیم‌گیرنده گاه بسیار مشکل‌ساز است. برای حل این مشکل رویکردهای تفکیک ترجیحات<sup>۱</sup> تصمیم‌گیرنده توسعه یافته‌اند. این رویکردها برخلاف تئوری مطلوبیت چندمعیاره که نخست به‌طور مستقیم به تعریف توابع مطلوبیت از طریق توابع مطلوبیت نهایی اقدام می‌کند، به‌طور غیرمستقیم و از طریق تکنیک‌هایی بر پایه رگرسیون به تخمین توابع مطلوبیت اقدام می‌کند (نگوین<sup>۲</sup>، ۲۰۱۳). به‌طور کلی توابع مطلوبیت نهایی در این روش به‌وسیله تفکیک ترجیحات کلی تصمیم‌گیرنده صورت می‌گیرد. بدین منظور از تصمیم‌گیرنده خواسته می‌شود یک نمونه رتبه‌بندی یا دسته‌بندی مطابق با ترجیحات خود ارائه دهد، سپس از طریق تکنیک‌هایی بر پایه رگرسیون، مدل و تابع مطلوبیت به‌گونه‌ای طراحی می‌شود که رتبه‌بندی و دسته‌بندی حاصل از مدل تا حد امکان با رتبه‌بندی و دسته‌بندی ارائه‌شده توسط تصمیم‌گیرنده تطابق داشته باشد (فیگوریا، سالوادور و ماتیاس<sup>۳</sup>، ۲۰۰۵). تکنیک مطلوبیت جمع‌پذیر<sup>۴</sup> از جمله تکنیک‌هایی است که بر پایه این رویکرد بنا شده است. این تکنیک نخستین بار توسط لاگرز و سیسکوس<sup>۵</sup> (۱۹۸۲) مطرح شد. ورودی این مدل یک مجموعه مرجع از گزینه‌ها است که تصمیم‌گیرنده آنها را مطابق با ترجیحات خود اولویت‌بندی کرده است. اگر مطلوبیت حاصل از مدل مطلوبیت جمع‌پذیر عناصر مجموعه مرجع را تا حد امکان مطابق با رتبه‌بندی اولیه تصمیم‌گیرنده رتبه‌بندی کند، سازگاری مدل با سیستم ترجیحات تصمیم‌گیرنده تأیید می‌شود، بنابراین این مدل منبای تصمیم‌گیری‌های بعدی قرار می‌گیرد. بعدها با رفع معایب مدل مطلوبیت جمع‌پذیر مدلی تحت عنوان یوتا استار<sup>۶</sup> (سیسکوس و یاناکوپولوس<sup>۷</sup>، ۱۹۸۵) توسعه یافت. در ادامه، انواع مختلفی از تکنیک‌های مطلوبیت جمع‌پذیر که دارای اشکال متفاوتی از ترجیحات در گروه مرجع هستند یا از شکل‌های مختلف شاخص‌های بهینگی، در فرمول‌بندی برنامه‌ریزی خطی استفاده می‌کنند، آورده شده که می‌توان به بسط‌های ایجادشده توسط سیسکوس و جاکوت<sup>۸</sup> (۱۹۸۲)، دسپوزیت و زاپوندیس<sup>۹</sup> (۱۹۹۳) و بیوت و اسکانالا<sup>۱۰</sup> (۲۰۰۱) اشاره کرد. تمامی این مدل‌ها مقادیر ارزش هر گزینه در هر معیار را قطعی و غیروابسته به ارزش سایر معیارها در همین گزینه در نظر می‌گیرند. مدل‌سازی مسائل تصمیم‌گیری با فرض بی‌اثر بودن معیارها نسبت به یکدیگر، ساده‌ترین مدلی است که می‌توان برای یک مسئله تصمیم‌گیری چندمعیاره در نظر گرفت، اما با توجه به اینکه در بسیاری از مسائل تصمیم‌گیری ممکن است معیارها بر یکدیگر تأثیر داشته باشند، وجود روش‌هایی که توانایی اعمال اثرهای متقابل معیارها در مسائل تصمیم‌گیری را داشته باشند، لازم است (امینی و راستی برزکی، ۱۳۹۵).

برای رفع مشکل عدم قطعیت در ارزش هر گزینه در هر معیار، بسته به نوع عدم اطمینان مدل‌های مطلوبیت جمع‌پذیر فازی<sup>۱۱</sup> (پاتینیوتاکیس و همکاران، ۲۰۱۱) و مطلوبیت جمع‌پذیر تصادفی<sup>۱۲</sup> (سیسکوس<sup>۱۳</sup>، ۱۹۸۳ و سیسکوس، گریگورودیس و ماتساتسینیس<sup>۱۴</sup>، ۲۰۱۶) توسعه یافته‌اند. در مدل مطلوبیت جمع‌پذیر تصادفی (با توجه به عدم اطمینان از نوع احتمالی مورد تمرکز در این پژوهش) ارزش هر یک از گزینه‌ها در هر معیار به‌جای یک مقدار قطعی و مشخص،

1. Disaggregation- approach  
3. Figueira, Salvatore & Matthias  
5. Jacquet-Lagrez & Siskos  
7. Siskos & Yannacopoulos  
9. Despotis & Zopoundis  
11. Fuzzy Utility Additive Method  
13. Siskos

2. Nguyen  
4. Utility Additive Method  
6. UTASTAR  
8. Siskos & Jacquet  
10. Beuthe & Scannella  
12. Stochastic Utility Additive Method  
14. Siskos, Grigoroudis & Matsatsinis

مقداری متغیر با یک توزیع احتمال مبتنی بر تجربیات گذشته در نظر گرفته می‌شود. در مدل مطلوبیت جمع‌پذیر تصادفی نیز مقادیر مختلف تصادفی ارزش هر گزینه در هر معیار، مستقل از مقادیر سایر معیارها در نظر گرفته می‌شود. بنابراین با وجود اینکه این مدل مشکل عدم اطمینان در شرایط تصمیم‌گیری را حل می‌کند، در مسائلی که دارای معیارهای زیاد و گاهی اوقات با ارتباطات متقابل باشند با کاستی مواجه است. از این رو، برای رفع مشکل دوم در این پژوهش تلاش می‌شود مدل مطلوبیت جمع‌پذیر تصادفی با استفاده از مفهوم احتمال شرطی برای شرایطی که مطلوبیت ارزش یک معیار به ارزش معیار یا معیارهای دیگر وابسته است توسعه یابد تا هم مشکل عدم قطعیت ارزش معیارها حل شود و هم مشکل وابستگی معیارها به صورت هم‌زمان در مدل مطلوبیت جمع‌پذیر برطرف شود.

ساختار مقاله در بخش‌های بعد به صورت زیر است. در بخش دوم به طور خلاصه به مفهوم مطلوبیت و تئوری مطلوبیت چندمعیاره پرداخته می‌شود. در بخش سوم مدل مطلوبیت جمع‌پذیر شرح داده می‌شود. در بخش چهارم مدل یوتا استار مطرح می‌شود. مدل مطلوبیت جمع‌پذیر تصادفی در بخش پنجم ارائه می‌شود. در بخش ششم مدل پیشنهادی مطرح شده و در بخش هفتم مثالی عددی مبتنی بر اطلاعات واقعی حاصل از داده‌های مربوط به سه معیار اصلی در سرمایه‌گذاری سهام برای سه شرکت در حوزه پتروشیمی با استفاده از مدل پیشنهادی حل می‌شود تا قابلیت کاربرد آن در عمل نشان داده شود. نتیجه‌گیری و پیشنهادهای حاصل از پژوهش در بخش آخر یعنی بخش هشتم ارائه می‌شوند.

## پیشینه پژوهش

### مطلوبیت و تئوری مطلوبیت چندمعیاره

رضایت خاطری که از مصرف کالاها و خدمات نصیب مصرف‌کننده می‌شود، مطلوبیت<sup>۱</sup> نامیده می‌شود. کاربرد مطلوبیت در قالب ابزاری برای سنجش ارزش نتیجه حاصل از تصمیم، توسط نیومن و مورگن اشترن به کار گرفته شد. طبق باور آنها ترجیحات افراد برای انتخاب‌های مختلف با در نظر گرفتن شرایط ریسک و مخاطره‌پذیری آنان، قابل اندازه‌گیری است. آنها ترجیحات را مطلوبیت نامیدند و برای آن یک واحد اندازه‌گیری قراردادی به نام یوتیل<sup>۲</sup> تعریف کردند. اعتقاد بر آن بود که با پرسش‌های مناسب امکان اندازه‌گیری مطلوبیت اشخاص برای ارزش‌های مختلف وجود دارد که تابع مطلوبیت با ترجیح نامیده می‌شود. بر اساس فرض نیومن و مورگن اشترن، هر تصمیم مستلزم میزان معینی ریسک است و تصمیم‌گیرنده از میان گزینه‌های مختلف تصمیم، تصمیمی را انتخاب می‌کند که مطلوبیت مورد انتظارش را به حداکثر برساند (مهرگان، ۱۳۹۲). با استفاده از این روش، برای اتخاذ تصمیم بهینه لازم است تابع مطلوبیت برای تمام پیامدهای مسئله تصمیم‌گیری محاسبه شده، سپس گزینه‌ای که بیشترین مطلوبیت مورد انتظار را دارد برای تصمیم‌گیری انتخاب شود.

در تئوری مطلوبیت چندمعیاره فرد تصمیم‌گیرنده ترجیح خود را با توجه به معیارهای چندگانه با یک تابع عددی فرمول‌بندی می‌کند که به این تابع، تابع مطلوبیت چندمعیاره<sup>۳</sup> گفته می‌شود و با استفاده از این تابع چارچوبی را فراهم می‌آورد که به ارزیابی و اولویت‌بندی گزینه‌ها پرداخته می‌شود (اسچولز، فرنز و اینز، ۲۰۱۷). تعیین توابع مطلوبیت معمولاً

1. Utility  
3. MAUF

2. Util  
4. Scholza, Franz & Hinz

به تعامل بسیار با تصمیم‌گیرنده در راستای تعیین وزن هر یک از معیارها و شکل کلی توابع نهایی مطلوبیت برای هر یک از معیارها نیاز دارد، بدین صورت که به‌ازای مقادیر مختلف در هر معیار مطلوبیت تصمیم‌گیرنده از وی پرسش شده و تابع جزئی وی در هر معیار و تابع مطلوبیت کلی او در تمامی معیارها برآورد می‌شود. در نهایت از تابع مطلوبیت وی برای تعیین ارزش نهایی هر گزینه استفاده می‌شود. نیاز به تعامل بسیار با تصمیم‌گیرنده برای برآورد توابع مطلوبیت وی، به‌علت زمان‌بر بودن و وجود مسائلی همچون عدم تمایل و همکاری تصمیم‌گیرنده، استفاده از روش مطلوبیت چندمعیاره را کمی دشوار می‌کند (پاچاوری، کومار و دهر<sup>۱</sup>، ۲۰۱۴).

### مدل مطلوبیت جمع‌پذیر

این تکنیک نخستین بار در سال ۱۹۸۲ توسط لاگروز و سیسکوس مطرح شد. مسئله اصلی در تصمیم‌گیری چندمعیاره، این است که تصمیم نهایی باید با چه روشی اتخاذ شود. اما در فلسفه تفکیک ترجیحات در تحلیل چندمعیاری این مسئله به صورت برعکس مطرح می‌شود، بدین صورت که فرض می‌شود تصمیم مد نظر اتخاذ شده، حال چطور می‌توان مبنای منطقی این تصمیم را به دست آورد؟ به‌عبارتی، چطور می‌توان مدل ترجیح تصمیم‌گیرندگان را تعیین کرد که تصمیم‌های حاصل از آن دقیقاً مانند تصمیم‌های واقعی آنها باشد یا حداقل با تصمیم‌های واقعی آنها بیشترین مشابهت را داشته باشد. بنابراین در رویکردهای تفکیک ترجیحات و به‌طور خاص مدل مطلوبیت جمع‌پذیر، هدف تعیین مدل‌های ترجیح از ساختارهای ترجیحی و پشتیبانی تصمیم‌گیری از طریق مدل‌های عملیاتی در چارچوب نام‌برده است (فیگویرا و همکاران، ۲۰۰۵). ورودی مدل مطلوبیت جمع‌پذیر مجموعه مرجعی از گزینه‌ها است، به‌طوری که تصمیم‌گیرنده آنها را مطابق با ترجیحات خود رتبه‌بندی کرده است. در صورتی که تابع مطلوبیت حاصل از مدل مطلوبیت جمع‌پذیر عناصر مجموعه مرجع را تا حد امکان مطابق با رتبه‌بندی اولیه تصمیم‌گیرنده رتبه‌بندی کند، سازگاری مدل با سیستم ترجیحات تصمیم‌گیرنده تأیید می‌شود. بنابراین می‌توان از این مدل در زمینه گسترده‌تر تصمیم مربوط به تصمیم‌گیرنده مد نظر استفاده کرد (فیگویرا و همکاران، ۲۰۰۵). از معایب این روش می‌توان به محاسبات پیچیده آن اشاره کرد که با استفاده از نرم‌افزارهایی که بدین منظور طراحی شده‌اند (مانند نرم‌افزار لینگو<sup>۲</sup>) حل مدل بسیار ساده می‌شود. همچنین ممکن است به چندین جواب بهینه برسد که این مشکل نیز با ایجاد اختلال‌هایی برطرف می‌شود (سلاطی و ماکویی، ۱۳۹۳).

در ادامه مفاهیم، مفروضات، تعاریف و ملاحظات اصلی در مدل مطلوبیت جمع‌پذیر مبتنی بر پیشنهاد ارائه می‌شوند (برگرفته از پاتینیوتاکیس، ۲۰۱۱ و فیگویرا و همکاران، ۲۰۰۵).

- مجموعه معیارهای تصمیم به‌صورت  $\{g_1, g_2, \dots, g_n\}$  تعریف می‌شوند، به‌طوری که  $n$  تعداد معیارها را نشان می‌دهد.
- مجموعه مرجع شامل مجموعه‌ای از گزینه‌های تصمیم است که برای رتبه‌بندی اولیه مرجع توسط تصمیم‌گیرنده پیش از مدل‌سازی از میان مجموعه گزینه‌ها انتخاب می‌شوند و با  $A_R$  نشان داده می‌شوند، به‌طوری که  $a \in A_R$  یک گزینه از مجموعه  $A_R$  است.
- مجموعه مقادیر ممکن برای گزینه‌های مختلف در معیار  $\lambda_m$  در بازه حقیقی  $[g_i^*, g_i^*]$  قابل تعریف است، به‌طوری

که  $g_i^*$  و  $g_i$  به ترتیب بدترین و بهترین سطح معیار  $\bar{a}_m$  را نشان می‌دهند. این بازه یک بازه حقیقی نانزولی است، به طوری که مطابق با رابطه ۱ داریم:

$$g_i: A \rightarrow [g_i^*, g_i^*] \subset R / a \rightarrow g(a) \in R \quad (\text{رابطه ۱})$$

- ارزش یا عملکرد گزینه  $a$  در معیار  $\bar{a}_m$  با  $g_i(a)$  نشان داده می‌شود و  $g(a)$  به طور کلی بردار عملکرد گزینه  $a$  در  $n$  معیار را نمایش می‌دهد.
- با فرض اینکه با افزایش امتیاز عملکرد یک گزینه ارزش یا ترجیح آن افزایش می‌یابد، آن‌گاه می‌توان روابط ترجیحی ۲ را تعریف کرد.

$$\begin{cases} g_i(a) > g_i(b) \Leftrightarrow a > b \\ g_i(a) = g_i(b) \Leftrightarrow a \sim b \end{cases} \quad (\text{رابطه ۲})$$

- تابع مطلوبیت معیار  $\bar{a}_m$  که در پیشینه به عنوان تابع مطلوبیت نهایی<sup>۱</sup> شناخته می‌شود با  $u_i$  و تابع مطلوبیت کلی<sup>۲</sup> با  $u$  تعریف می‌شود. هر دو نوع تابع مطلوبیت نهایی و کلی، توابعی مثبت، نانزولی، یک به یک و متعلق به مجموعه اعداد حقیقی هستند. تابع مطلوبیت کلی در دامنه  $[0, 1]$  قرار دارد، در حالی که تابع مطلوبیت نهایی به عنوان کسری از آن تعریف می‌شود. به طور کلی توابع مطلوبیت به صورت رابطه ۳ تعریف می‌شوند.

$$u_i: [g_i^*, g_i^*] \rightarrow [0, 1] \quad (\text{رابطه ۳})$$

- مطلوبیت گزینه  $a$  در معیار  $\bar{a}_m$  با  $u_i[g_i(a)]$  تعریف شده و مطلوبیت کلی گزینه  $a$  با  $u[g(a)]$  ارائه می‌شود. از آنجا که توابع مطلوبیت به عنوان توابعی نانزولی تعریف می‌شوند، بنابراین شرایط رابطه ۴ برقرار است:

$$\begin{cases} u[g(a)] > u[g(b)] \Leftrightarrow a > b \\ u[g(a)] = u[g(b)] \Leftrightarrow a \sim b \end{cases} \quad (\text{رابطه ۴})$$

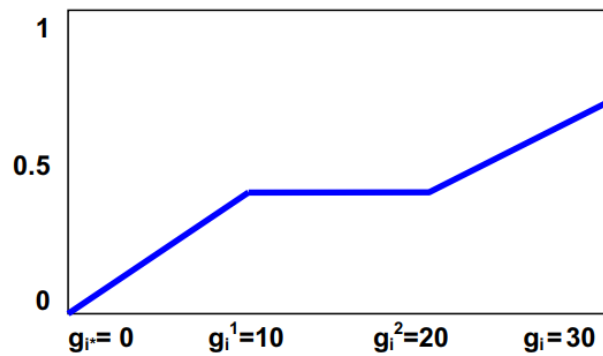
- فرض می‌شود تابع مطلوبیت کلی تابعی جمع‌پذیر به صورت رابطه ۵ است.

$$u[g(a)] = \sum_{i=1}^n u_i[g_i(a)] \quad (\text{رابطه ۵})$$

- که این تابع با محدودیت‌های زیر مقید می‌شود.

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n u_i[g_i^*] = 1 \\ u_i[g_i^*] = 0, \quad \forall i = 1, \dots, n \end{cases} \quad (\text{رابطه ۶})$$

- هر تابع مطلوبیت نهایی به عنوان یک تابع منکسر خطی پیوسته در نظر گرفته می‌شود، بدین معنا که از یک سری بخش‌های با ضوابط خطی تشکیل شده که به هم پیوسته‌اند (مانند شکل ۱).



شکل ۱. تابع مطلوبیت نهایی

- به علاوه فرض می شود بازه  $[g_i^*, g_i^*]$  برای معیار  $\alpha_i$  به  $(\alpha_i - 1)$  فاصله مساوی تقسیم می شود، به طوری که نقطه پایانی هر بازه برای معیار  $\alpha_i$  و زیربازه  $j$ ام یعنی  $g_i^j$  به صورت رابطه ۷ تعریف می شود.

$$g_i^j = g_i + \frac{j-1}{\alpha_i-1} (g_i^* - g_i^*) \quad \forall j = 1, \dots, \alpha_i \quad (\text{رابطه ۷})$$

- ارزش نهایی گزینه  $a$  توسط یک میانمای خطی به صورت رابطه ۸ برآورد می شود.

$$u_i[g_i(a)] = u_i(g_i^j) + \frac{g_i(a) - g_i^j}{g_i^{j+1} - g_i^j} [u_i(g_i^{j+1}) - u_i(g_i^j)] \quad (\text{رابطه ۸})$$

- این روش از برنامه ریزی خطی به منظور رسیدن به توابع مطلوبیت استفاده می کند، به طوری که رتبه بندی های حاصل از این توابع تا حد ممکن مطابق با رتبه بندی اولیه انجام شده روی مجموعه مرجع  $A_R$  باشند. از آنجا که ممکن است در مجموعه جوابی که با آن مطلوبیت نهایی حاصل از رتبه بندی مدل دقیقاً مطابق با ترجیحات اولیه تصمیم گیرنده باشد، وجود نداشته باشد، مقداری خطا در نظر گرفته می شود، به طوری که تابع مطلوبیت تعریف شده در رابطه ۵ به صورت رابطه ۹ تغییر می کند.

$$\hat{u}[g(a)] = \sum_{i=1}^n u_i[g_i(a)] + \sigma(a) \quad \forall a \in A_R \quad (\text{رابطه ۹})$$

به طوری که  $\sigma(a)$  خطای بالقوه مربوط به  $u[g(a)]$  است.

- در ادامه گزینه های مجموعه مرجع  $A_R$  به گونه ای مرتب می شوند که در آن  $a_1$  در بالای رتبه بندی (بهترین گزینه) و  $a_n$  در انتهای رتبه بندی (بدترین گزینه) قرار داشته باشند. در این شرایط برای هر جفت گزینه متوالی  $(a_k, a_{k+1})$  که ممکن است  $a_k$  برتری داشته باشد  $(a_k > a_{k+1})$  یا دو گزینه نسبت به هم بی تفاوت باشند  $(a_k \sim a_{k+1})$  بر اساس رابطه ۱۰ داریم:

$$\Delta(a_k, a_{k+1}) = u[g(a)] - u[g(a_{k+1})] \quad (\text{رابطه ۱۰})$$

به طوری که یکی از روابط زیر برقرار است:



$$\begin{cases} \Delta(a_k, a_{k+1}) \geq \delta & \text{if } a_k > a_{k+1} \\ \Delta(a_k, a_{k+1}) = \delta & \text{if } a_k \sim a_{k+1} \end{cases} \quad \text{رابطه (۱۱)}$$

$\delta$  یک عدد مثبت بسیار کوچک است که تفاوت معنادار میان دو گزینه متوالی را به خوبی نشان می‌دهد.

- با توجه به فرض یک‌به‌یک بودن ترجیحات، ارزش نهایی  $u_i(g_i)$  باید مجموعه محدودیت‌های رابطه ۱۲ را ارضا کند.

$$u_i(g_i^{j+1}) - u_i(g_i^j) \geq \delta_i \quad \forall j = 1, 2, \dots, \alpha_i - 1, \quad i = 1, \dots, n \quad \text{رابطه (۱۲)}$$

- در نهایت تابع ارزش نهایی با استفاده از مدل برنامه‌ریزی خطی ۱۳ محاسبه می‌شود.

$$[\min] F = \sum_{a \in A_R} \sigma(a) \quad \text{رابطه (۱۳)}$$

subject to

$$\begin{cases} \Delta(a_k, a_{k+1}) \geq \delta & \text{if } a_k > a_{k+1} \\ \Delta(a_k, a_{k+1}) = 0 & \text{if } a_k \sim a_{k+1} \end{cases} \quad \forall k$$

$$u_i(g_i^{j+1}) - u_i(g_i^j) \geq 0 \quad \forall i, j \quad \sum_{i=1}^n u_i[g_i^*] = 1$$

$$u_i[g_i^*] = 0, u_i(g_i^j) \geq 0, \sigma(a) \geq 0 \quad \forall a \in A_R, \forall i, j$$

- اگر  $F^* = 0$  باشد یعنی مجموعه جوابی برای مقادیر مطلوبیت نهایی یافت شد که به‌ازای آن رتبه‌بندی حاصل از مدل با رتبه‌بندی اولیه مجموعه مرجع کاملاً مطابق است و اگر چنین نشد بدین معناست که مجموعه مقادیری که دقیقاً رتبه‌بندی اولیه مجموعه مرجع را مطابق با نظر تصمیم‌گیرنده برای ما ایجاد کند وجود ندارد، بنابراین رتبه‌بندی حاصل از مدل با مقداری خطا نسبت به دیدگاه تصمیم‌گیرنده ایجاد شده است. اشکال مهم این است که مدل مطلوبیت جمع‌پذیر فقط خطاهای مثبت را در نظر می‌گیرد، در حالی که چون این خطا به‌صورت قدرمطلق تعریف نشده ممکن است مقداری منفی داشته باشد.

### مدل یوتا استار

مدل یوتا استار نسخه بهبودیافته‌ای از مدل مطلوبیت جمع‌پذیر است که توسط سیسکوس و یاناکوپلس (۱۹۸۵) ارائه شده است. همان‌طور که گفته شد در نسخه اصلی مطلوبیت جمع‌پذیر برای هر گزینه  $a \in A_R$  یک خطای  $\sigma(a)$  برای بیان تفاوت میان مطلوبیت نهایی حاصل از مدل و مطلوبیت نهایی مربوط به تصمیم اولیه واقعی تصمیم‌گیرندگان تعریف می‌شود که همواره مقداری مثبت دارد و این خطا باید حداقل شود. به‌عبارتی این خطا فقط انحراف منفی مدل با واقعیت را نشان می‌دهد، در حالی که انحراف مثبت را نادیده می‌گیرد. بدین منظور این کاستی در مدل یوتا استار با تعریف دو خطا یا انحراف مثبت و منفی اصلاح شده است، به‌طوری که مقدار مطلوبیت نهایی گزینه  $a$  با استفاده از رابطه ۱۴ تعریف می‌شود (فیگوریا و همکاران، ۲۰۰۵).

$$u[g(a)] = \sum_{i=1}^n u_i[g_i(a)] + \sigma^-(a) - \sigma^+(a) \quad \forall a \in A_R \quad \text{رابطه ۱۴}$$

$\sigma^-(a)$  و  $\sigma^+(a)$  به ترتیب خطاهای مثبت و منفی را نشان می‌دهند.

به‌علاوه در مدل یوتا استار تعدیل مهم دیگری با توجه به محدودیت یک به یک بودن معیارها با استفاده از تغییر متغیر رابطه ۱۵ انجام می‌شود.

$$w_{ij} = u_i(g_i^{j+1}) - u_i(g_i^j) \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, \alpha_i - 1 \quad \text{رابطه ۱۵}$$

با استفاده از تغییر متغیر بالا، می‌توان گام‌های روش یوتا استار را در قالب گام‌های زیر فرموله کرد.

۱. تعیین مطلوبیت کلی گزینه‌های مجموعه مرجع  $u[g(a_k)]$  برای  $k = 1, \dots, m$  نخست بر اساس مطلوبیت نهایی  $u_i(g_i)$  و سپس بر اساس تغییر متغیر انجام‌شده در رابطه ۱۵ و با استفاده از عبارات رابطه ۱۶.

$$\begin{cases} u_i(g_i^1) = 0 \quad \forall i = 1, \dots, n \\ u_i(g_i^j) = \sum_{t=1}^{j-1} w_{it} \quad \forall i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, \alpha_i - 1 \end{cases} \quad \text{رابطه ۱۶}$$

۲. تعیین مقادیر خطای  $\sigma^-(a)$  و  $\sigma^+(a)$  روی مجموعه مرجع  $A_R$  با نوشتن رابطه ۱۷ برای هر جفت گزینه متوالی در رتبه‌بندی.

$$\Delta(a_k, a_{k+1}) = u[g(a_k)] - \sigma^+(a_k) + \sigma^-(a_k) - u[g(a_{k+1})] + \sigma^+(a_{k+1}) - \sigma^-(a_{k+1}) \quad \text{رابطه ۱۷}$$

۳. حل مدل برنامه‌ریزی خطی رابطه ۱۸.

$$[min]Z = \sum_{k=1}^m [\sigma^+(a_k) + \sigma^-(a_k)] \quad \text{رابطه ۱۸}$$

subject to

$$\left. \begin{aligned} \Delta(a_k, a_{k+1}) &\geq \delta \quad \text{if } a_k > a_{k+1} \\ \Delta(a_k, a_{k+1}) &= 0 \quad \text{if } a_k \sim a_{k+1} \end{aligned} \right\} \quad \forall k$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{\alpha_i-1} w_{ij} = 1$$

$$w_{ij} \geq 0, \sigma^+(a_k) \geq 0, \sigma^-(a_k) \geq 0 \quad \forall i, j, \text{ و } k$$

به صورتی که  $\sigma$  عدد مثبت بسیار کوچکی است (سیسکوس و همکاران، ۲۰۱۶).

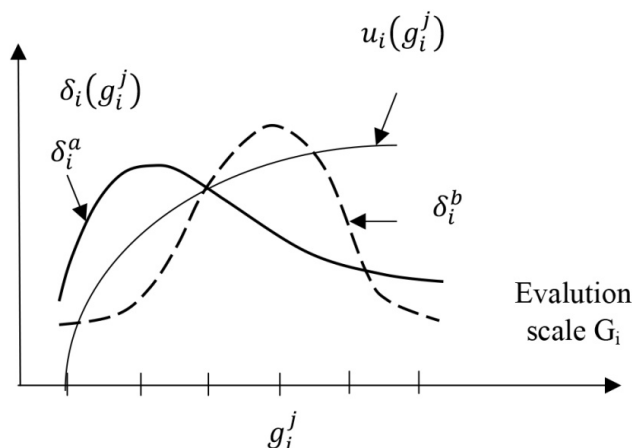
همان‌طور که مشاهده شد در مدل مطلوبیت جمع‌پذیر و یوتا استار ارزش گزینه‌ها در هر معیار قطعی و غیراحتمالی و همچنین مستقل از سایر معیارها در نظر گرفته می‌شوند و به عبارتی معیارها مستقل از یکدیگر مفروض‌اند، در حالی که در مسائل دنیای واقعی این امر معمولاً به‌ندرت اتفاق می‌افتد.

### مدل مطلوبیت جمع‌پذیر تصادفی

سیکوس، برای رفع مشکل عدم اطمینان مربوط به ارزش گزینه‌ها در معیارهای مختلف هنگامی که عدم اطمینان از نوع احتمال است، نسخه جدیدی از مدل مطلوبیت جمع‌پذیر با نام مطلوبیت جمع‌پذیر تصادفی ارائه کرد. در مدل مطلوبیت جمع‌پذیر تصادفی ارزش هر گزینه در هر معیار با یک تابع احتمال نمایش داده می‌شود، به طوری که تابع مطلوبیت نهایی برای گزینه  $a$  با استفاده از رابطه ۱۹ قابل محاسبه است (سیسکوس و همکاران، ۲۰۱۶).

$$u(\delta^a) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{\alpha_i} \delta_i^a(g_i^j) u_i(g_i^j) \quad \text{رابطه ۱۹}$$

به طوری که،  $\delta_i^a$  ارزیابی توزیعی از گزینه  $a$  در  $i$  امین معیار را نشان می‌دهد.  $\delta_i^a(g_i^j)$  نشان‌دهنده احتمال وقوع پیامد  $g_i^j$  برای گزینه  $a$  در معیار  $i$ ام و  $u_i(g_i^j)$  مطلوبیت نهایی پیامد  $g_i^j$  است.  $u(\delta^a)$  مطلوبیت کلی گزینه  $a$  را نشان می‌دهد (شکل ۲).



شکل ۲. تابع توزیع ارزش و تابع ارزش نهایی

بدیهی است اگر  $g_i$  دارای مقادیر گسسته باشد، رابطه ۲۰ همواره برقرار است.

$$\sum_{j=1}^{\alpha_i} \delta_i^a(g_i^j) = 1 \quad \text{رابطه ۲۰}$$

تابع مطلوبیت جمع‌پذیر در این روش دارای خواص ذکر شده در روش‌های پیشین است، بنابراین رابطه ۲۱ را خواهیم داشت.

$$\begin{cases} u[\delta^a] > u[\delta^b] \Leftrightarrow a > b \\ u[\delta^a] = u[\delta^b] \Leftrightarrow a \sim b \end{cases} \quad \text{رابطه ۲۱}$$

مراحل انجام کار در این روش کاملاً با روش یوتا استار مشابه است و تنها تفاوت در تعریف تابع مطلوبیت به شکلی که بیان شده، است (سیسکوس و همکاران، ۲۰۱۶). بنابراین گام‌های روش مطلوبیت جمع‌پذیر تصادفی به‌طور خلاصه عبارت است از:

۱. تعیین مطلوبیت مورد انتظار کلی گزینه‌های مجموعه مرجع  $u(\delta^{ak})$  برای تمامی مقادیر  $k = 1, \dots, m$  با توجه به متغیرهای رابطه ۲۲.

$$w_{ij} = u_i(g_i^{j+1}) - u_i(g_i^j) \geq 0 \quad \text{رابطه ۲۲}$$

۲. تعیین مقادیر خطای  $\sigma^+(a)$  و  $\sigma^-(a)$  روی مجموعه مرجع  $A_R$  با نوشتن رابطه ۲۳ برای هر جفت گزینه متوالی در رتبه‌بندی.

$$\Delta(a_k, a_{k+1}) = u[\delta^{ak}] - \sigma^+(a_k) + \sigma^-(a_k) - u[\delta^{a_{k+1}}] + \sigma^+(a_{k+1}) - \sigma^-(a_{k+1}) \quad \text{رابطه ۲۳}$$

۳. حل مدل برنامه‌ریزی خطی رابطه ۱۸ با جای‌گذاری روابط ۲۲ و ۲۳ در آن.

### روش‌شناسی پژوهش: مدل توسعه‌یافته پیشنهادی

همان‌طور که گفته شد، در مدل‌های پیشین ارزش هر گزینه در هر معیار و مطلوبیت ناشی از آن مستقل از سایر معیارها در نظر گرفته می‌شود، در حالی که در واقعیت چنین نیست. برای مثال در تصمیم‌گیری برای خرید خودرو مطلوبیت یک ارزش خاص در معیار قیمت، به ارزش معیار کیفیت آن نیز بستگی دارد، در نتیجه در تعیین مطلوبیت مربوط به یک ارزش مشخص در معیار قیمت خودرو، باید همزمان به ارزش معیار کیفیت نیز توجه شود. برای اینکه هم مفهوم احتمالی بودن ارزش معیارها و هم وابستگی میان معیارها از نظر ارزش گزینه‌های مختلف در آن به‌صورت همزمان مد نظر قرار گیرد، از مفهوم احتمال شرطی بهره گرفته شده است. بدین صورت که علاوه بر برآورد توزیع احتمال مقادیر مختلف ممکن برای یک معیار، در صورت وابستگی یک معیار به معیار دیگر، احتمال وقوع مقادیر معیار وابسته به شرط وقوع مقادیر مختلف ممکن معیار مستقل مد نظر قرار می‌گیرد. برای توسعه مدل پیشنهادی به مفاهیم و تعاریف زیر را توجه کنید.

- گزینه  $a$  در معیار  $i$  دارای  $\alpha_i$  پیامد محتمل است.
- وقوع پیامدهای محتمل برای گزینه  $a$  در معیار  $i$  به وقوع پیامدهای محتمل برای معیار  $s$  وابسته است، به‌طوری که  $s \neq i$  و  $s \in \{1, \dots, n\}$
- گزینه  $a$  در معیار  $s$  دارای  $\alpha_s$  پیامد محتمل است.
- در این صورت تابع مطلوبیت کلی با استفاده از رابطه ۲۴ تعریف می‌شود.

$$u(\delta^a) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{\alpha_i} \delta_i^a(g_i^j | g_{s_1}^{l_{s_1}}, g_{s_2}^{l_{s_2}}, \dots, g_{s_n}^{l_{s_n}} \text{ for } s_i \in \{g_1, g_2, \dots, g_n\} \text{ and } l_{s_i} = 1, \dots, \alpha_{s_i}, \quad s_i \neq i) u_i(g_i^j) \quad \text{رابطه ۲۴}$$

به‌طوری که،  $\delta_i^a$  ارزیابی توزیعی از گزینه  $a$  در  $\alpha_i$  معیار را نشان می‌دهد.

$\delta_i^a(g_i^j | g_{s_1}^{l_{s_1}}, g_{s_2}^{l_{s_2}}, \dots, g_{s_n}^{l_{s_n}} \text{ for } s_i \in \{g_1, g_2, \dots, g_n\} \text{ and } l_{s_i} = 1, \dots, \alpha_{s_i}, \quad s_i \neq i)$  نشان‌دهنده

احتمال وقوع پیامد  $g_i^j$  برای گزینه  $a$  در معیار  $i$  به شرط وقوع پیامد  $g_{s_i}^{l_{s_i}}$  در معیارهای دیگر است که باید تمامی

حالت‌های ممکن ترکیب پیامدهای  $g_{s_i}^{l_{s_i}}$  در معیارهای مختلف  $s_i \in \{g_1, g_2, \dots, g_n\}$  که  $l_{s_i} = 1, \dots, \alpha_{s_i}$  and  $s_i \neq i$

و  $s_i \neq i$  در نظر گرفته شوند.  $u_i(g_i^j)$  مطلوبیت نهایی پیامد  $g_i^j$  است.  $u(\delta^a)$  مطلوبیت کلی گزینه  $a$  را نشان می‌دهد.

- در این تابع مطلوبیت کلی به‌ازای هر معیار رابطه ۲۵ برقرار خواهد بود.

$$\sum_{j=1}^{\alpha_i} \delta_i^a(g_i^j | g_{s_1}^{l_{s_1}}, g_{s_2}^{l_{s_2}}, \dots, g_{s_n}^{l_{s_n}} \text{ for } s_i \in \{g_1, g_2, \dots, g_n\} \text{ and } l_{s_i} = 1, \dots, \alpha_{s_i}, s_i \neq i) = 1, i = 1, \dots, n \quad (\text{رابطه ۲۵})$$

رابطه ۲۵ نشان می‌دهد که یکی از پیامدهای  $g_i^j$  در معیار در هر معیار  $i$  به ازای  $\alpha_i, j = 1, \dots$  حتماً اتفاق می‌افتد.

- با توجه به تعاریف بالا و مشابه روش یوتا استار رابطه ۲۶ برقرار خواهد بود.

$$\dot{u}(\delta^a) = u(\delta^a) - \sigma^+(a) + \sigma^-(a) \quad (\text{رابطه ۲۶})$$

با توجه به موارد گفته‌شده، الگوریتم مدل پیشنهادی به‌صورت مشروح عبارت است از:

۱. تعریف مجموعه معیارهای تصمیم به‌صورت  $g_i = \{g_1, g_2, \dots, g_n\}$ ، به‌طوری که  $n$  تعداد معیارها را نشان می‌دهد، به‌عبارتی  $i = 1, \dots, n$ .

۲. تعریف مجموعه مرجع  $A_R$  شامل مجموعه‌ای از گزینه‌های تصمیم و رتبه‌بندی اولیه عناصر این مجموعه توسط تصمیم‌گیرنده پیش از مدل‌سازی. به‌طوری که  $k = 1, \dots, m, a_k \in A_R$  یک گزینه از مجموعه  $A_R$  است.

۳. شناسایی مجموعه مقادیر ممکن برای گزینه‌های مختلف در معیار  $i$ ام یعنی مقادیر  $g_i^j$  ( $j = 1, \dots, \alpha_i$ ) در بازه نازولی حقیقی  $[g_i^*, g_i^*]$ ، به‌طوری که  $g_i^*$  و  $g_i^*$  به ترتیب بدترین و بهترین سطح مقادیر محتمل در معیار  $i$ ام را نشان می‌دهند و سپس محاسبه احتمال وقوع هر یک از این مقادیر با استفاده از داده‌های گذشته مربوط به مقادیر هر گزینه در هر معیار.

۴. تعیین وابستگی یا عدم وابستگی مقادیر گزینه‌ها در معیارهای مختلف به یکدیگر با استفاده از آزمون‌های آماری بر اساس داده‌های آماری گذشته مربوط به مقادیر گزینه‌ها در معیارها. برای تعیین وابستگی معیارها آزمون‌های مختلفی وجود دارد که گروهی از آنها با محاسبه ضریب همبستگی و واریانس و کوریانس به تعیین روابط همبستگی می‌پردازند، اما گروه دیگر بر پایه رگرسیون داده در پی تعیین روابط علیت بین متغیرها هستند و برای انجام آزمون وابستگی در این مدل به این گروه از آزمون‌ها نیاز است. از جمله آزمون‌های تعیین وابستگی علی بر پایه رگرسیون، آزمون علیت گرنجر است که در این پژوهش برای تعیین روابط وابستگی علی بین معیارها از آن استفاده خواهد شد.

۵. در صورتی که در نتیجه آزمون‌های مرحله ۴ معیار  $i$  وابسته به معیارهای  $s_i \in \{g_1, g_2, \dots, g_n\}$  شناخته شود، آنگاه احتمال وقوع  $g_i^j$  برای هر گزینه  $a_k \in A_R$  به‌شرط وقوع تمامی ترکیبات محتمل در سایر معیارهای  $s_i$  به‌صورت رابطه ۲۷ محاسبه شود.

$$\delta_i^{a_k}(g_i^j | g_{s_1}^{l_{s_1}}, g_{s_2}^{l_{s_2}}, \dots, g_{s_n}^{l_{s_n}} \text{ for } s_i \in \{g_1, g_2, \dots, g_n\} \text{ and } l_{s_i} = 1, \dots, \alpha_{s_i}, s_i \neq i) \quad (\text{رابطه ۲۷})$$

- ۶. محاسبه تابع مطلوبیت کلی برای هر گزینه  $a_k \in A_R$  با استفاده از رابطه ۲۴.

۷. تقسیم بازه  $[g_i^*, g_i^*]$  به  $(\alpha_t - 1)$  فاصله مساوی، به طوری که نقطه پایانی هر بازه برای معیار  $\alpha$  و زیربازه  $t$ ام یعنی  $g_i^t$  به صورت رابطه ۲۸ تعریف می شود.

$$g_i^t = g_i^* + \frac{t-1}{\alpha_t-1} (g_i^* - g_i^*) \quad \forall t = 1, \dots, \alpha_t \quad \text{رابطه ۲۸}$$

۸. محاسبه مطلوبیت مقادیر  $g_i^j$  بر حسب مقادیر  $g_i^t$  با استفاده از رابطه ۲۹.

$$u_i[g_i^j] = u_i(g_i^t) + \frac{g_i(a) - g_i^t}{g_i^{t+1} - g_i^t} [u_i(g_i^{t+1}) - u_i(g_i^t)] \quad \text{رابطه ۲۹}$$

۹. تعریف متغیرهای  $w_{it}$ ، به طوری که  $w_{it} = u_i(g_i^{t+1}) - u_i(g_i^t)$  که  $i = 1, \dots, n, t = 1, \dots, \alpha_i$

۱۰. جای گذاری متغیرهای  $w_{it}$  در تابع مطلوبیت کلی ۲۴.

۱۱. تشکیل رابطه ۲۳ برای هر دو جفت گزینه متوالی در رتبه بندی اولیه مجموعه مرجع.

۱۲. حل مدل برنامه ریزی خطی ۳۰.

$$[\min]Z = \sum_{k=1}^m [\sigma^+(a_k) + \sigma^-(a_k)] \quad \text{رابطه ۳۰}$$

subject to

$$\left. \begin{aligned} \Delta(a_k, a_{k+1}) &\geq \delta \quad \text{if } a_k > a_{k+1} \\ \Delta(a_k, a_{k+1}) &= 0 \quad \text{if } a_k \sim a_{k+1} \end{aligned} \right\} \forall k$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^{\alpha_t-1} w_{it} = 1$$

$$w_{it} \geq 0, \sigma^+(a_k) \geq 0, \sigma^-(a_k) \geq 0 \quad \forall i, t, k$$

### یافته های پژوهش: مثال عددی

در این بخش برای نشان دادن قابلیت کاربرد مدل ارائه شده، کاربرد آن را در مثالی واقعی بررسی می کنیم. تصمیم گیری در رابطه با سرمایه گذاری سهام از جمله مسائل تصمیم گیری چندمعیاره است که در محیطی نامطمئن اتفاق می افتد، به طوری که نه تنها مقادیر ارزش هر معیار در هر گزینه قطعی نیست و از طرف دیگر بر اساس شاخص هایی تصمیم گیری صورت می گیرد، بلکه مقادیر ارزش برخی از آنها به برخی دیگر وابسته است. از همین رو فرض می کنیم سرمایه گذاری بخواهد در یکی از شرکت های پتروشیمی آبادان، پتروشیمی خارک و پتروشیمی سازند سرمایه گذاری کند. در ادامه مراحل بهره گیری از مدل در مثال با توجه به گام های ارائه شده در بخش ۶ ارائه می شوند.

گام ۱. در این مثال بر اساس رتبه بندی صورت گرفته در تحقیق آبادان و شجری (۱۳۹۴) از سه معیار سود هر سهم (EPS)<sup>۱</sup>، سود تقسیمی هر سهم (DPS)<sup>۲</sup> و نرخ بازده دارایی ها (ROA)<sup>۳</sup> که بر اساس این تحقیق دارای بیشترین اهمیت در انتخاب پرتفلیو سهام هستند، بهره گرفته می شود.

گام ۲. همان طور که در بخش های قبل گفته شد در انواع روش های مطلوبیت جمع پذیر، پیش از انجام مدل سازی، به رتبه بندی اولیه از گزینه های تصمیم توسط تصمیم گیرندگان نیاز است. در تحقیق آبادیان و شجری (۱۳۹۴) برای انتخاب سبد بهینه سرمایه گذاری به رتبه بندی شرکت های پتروشیمی عضو بورس پرداخته شده است. در این مثال از رتبه بندی ارائه شده در این تحقیق برای سه گزینه سرمایه گذاری پتروشیمی آبادان، پتروشیمی خارک و پتروشیمی شازند به عنوان گروه مرجع استفاده شده است.

گام ۳. برای تعیین احتمال برای ارزش هر معیار در هر گزینه فضای نمونه برای هر شاخص سوابق ارزش هر معیار در سال های گذشته است. جدول ۱ اطلاعات موجود در سازمان بورس و اوراق بهادار، مربوط به مقادیر هر معیار برای ۲۴ سال متوالی (از سال ۱۳۷۳ تا ۱۳۹۶) در این شرکت ها را نشان می دهد. این اطلاعات واقعی بوده و از نرم افزار ره آورد نوین استخراج شده است.

جدول ۱. اطلاعات موجود در سازمان بورس و اوراق بهادار، مربوط به سه معیار برای (۱۳۷۳ تا ۱۳۹۶)

اطلاعات مربوط به معیارهای شرکت پتروشیمی شازند				اطلاعات مربوط به معیارهای شرکت پتروشیمی خارک				اطلاعات مربوط به معیارهای شرکت پتروشیمی آبادان			
ROA	DPS	EPS	سال مالی	ROA	DPS	EPS	سال مالی	ROA	DPS	EPS	سال مالی
۲۱/۹۷	۶۰۰	۶۲۶	۱۳۹۶/۱۲/۲۹	۴۱/۱۸	۳۸۰۰	۴۸۱۶	۱۳۹۶/۱۲/۲۹	-۶/۰۴	۰	-۶۳۰	۱۳۹۶/۱۲/۲۹
۲۰/۰۲	۶۰۰	۷۵۴	۱۳۹۵/۱۲/۲۹	۲۵/۳۱	۱۸۰۰	۱۹۳۴	۱۳۹۵/۱۲/۲۹	-۶/۹	۰	-۶۳۴	۱۳۹۵/۱۲/۲۹
۲۹/۵۰	۱۳۵۰	۱۶۰۴	۱۳۹۴/۱۲/۲۹	۲۸/۸۲	۲۱۰۰	۲۱۴۶	۱۳۹۴/۱۲/۲۹	-۱۱/۱۰	۰	-۴۷۱	۱۳۹۴/۱۲/۲۹
۲۱/۱۸	۱۰۰۰	۱۱۲۸	۱۳۹۳/۱۲/۲۹	۲۴/۱۵	۳۵۰۰	۳۴۴۳	۱۳۹۳/۱۲/۲۹	۱۳/۲۱	۴۰۰	۵۲۵	۱۳۹۳/۱۲/۲۹
۱۳/۳۵	۵۰۰۰	۵۳۸۳	۱۳۹۲/۱۲/۲۹	۶۲/۱۶	۷۸۰۰	۹۱۴۵	۱۳۹۲/۱۲/۲۹	۱۹/۵۵	۲۰۰۰	۲۴۸۸	۱۳۹۲/۱۲/۲۹
۲۴/۷۲	۳۰۰۰	۳۳۶۳	۱۳۹۱/۱۲/۲۹	۵۹/۲۲	۷۵۰۰	۷۵۲۳	۱۳۹۱/۱۲/۲۹	۱۳/۹۹	۱۴۰۰	۱۴۹۲	۱۳۹۱/۱۲/۲۹
۱۴/۰۶	۱۱۰۰	۱۱۹۴	۱۳۹۰/۱۲/۲۹	۶۲/۰۴	۵۲۰۰	۵۹۱۴	۱۳۹۰/۱۲/۲۹	۶/۷۲	۵۰۰	۵۷۴	۱۳۹۰/۱۲/۲۹
۹/۰۴	۶۵۰	۷۳۰	۱۳۸۹/۱۲/۲۹	۳۶/۳۴	۲۵۰۰	۲۲۵۳	۱۳۸۹/۱۲/۲۹	۱۰/۵۱	۶۰۰	۹۰۷	۱۳۸۹/۱۲/۲۹
۸/۲۹	۱۰۰۰	۷۲۸	۱۳۸۸/۱۲/۲۹	۳۹/۹۲	۴۲۰۰	۲۹۳۶	۱۳۸۸/۱۲/۲۹	۹/۸۴	۳۷۰	۷۳۷	۱۳۸۸/۱۲/۲۹
۷/۹۸	۵۵۰	۶۱۳	۱۳۸۷/۱۲/۲۹	۴۶/۸۰	۳۲۰۰	۳۳۵۲	۱۳۸۷/۱۲/۲۹	۱۳/۵۵	۷۳۵	۸۳۷	۱۳۸۷/۱۲/۲۹
۱۷/۸۲	۶۷۵	۱۱۱۹	۱۳۸۶/۱۲/۲۹	۵۱/۶۶	۳۲۰۰	۳۳۶۰	۱۳۸۶/۱۲/۲۹	۲۱/۷۲	۸۷۵	۱۰۴۵	۱۳۸۶/۱۲/۲۹
۲۸/۸۲	۱۱۵۰	۱۵۶۲	۱۳۸۵/۱۲/۲۹	۴۷/۱۰	۲۸۰۰	۳۰۶۲	۱۳۸۵/۱۲/۲۹	۲۴/۱۹	۸۵۰	۹۶۳	۱۳۸۵/۱۲/۲۹
۲۷/۹۶	۱۵۰۰	۱۸۳۹	۱۳۸۴/۱۲/۲۹	۵۴/۳۴	۲۰۰۰	۲۰۹۱	۱۳۸۴/۱۲/۲۹	۲۷/۴۱	۸۰۰	۹۶۶	۱۳۸۴/۱۲/۲۹
۲۸/۲۱	۱۵۰۰	۱۸۴۶	۱۳۸۳/۱۲/۲۹	۴۴/۲۵	۱۵۰۰	۱۷۴۰	۱۳۸۳/۱۲/۲۹	۲۳/۴۷	۶۰۰	۱۰۰۷	۱۳۸۳/۱۲/۲۹
۲۵/۸۷	۱۲۵۰	۱۵۳۰	۱۳۸۲/۱۲/۲۹	۴۱/۷۳	۱۲۰۰	۱۳۳۰	۱۳۸۲/۱۲/۲۹	۲۰/۰۵	۱۳۰۰	۱۷۹۳	۱۳۸۲/۱۲/۲۹
۲۰/۴۰	۷۰۰	۱۰۰۲	۱۳۸۱/۱۲/۲۹	۳۶/۴۴	۸۵۰	۱۰۰۱	۱۳۸۱/۱۲/۲۹	۲۰/۷۳	۱۳۰۰	۱۶۴۹	۱۳۸۱/۱۲/۲۹
۲۹/۸۶	۱۲۰۰	۱۲۴۸	۱۳۸۰/۱۲/۲۹	۱۸/۴۲	۱۴۰۰	۱۴۴۸	۱۳۸۰/۱۲/۲۹	۲۷/۳۸	۱۴۷۵	۱۵۳۶	۱۳۸۰/۱۲/۲۹
۲۶/۹۸	۱۲۰۰	۱۲۴۶	۱۳۷۹/۱۲/۲۹	۱۶/۲۱	۱۲۲۰	۱۳۰۱	۱۳۷۹/۱۲/۲۹	۲۹/۳۸	۱۳۷۵	۱۴۰۱	۱۳۷۹/۱۲/۲۹
۱۶/۷۲	۹۰۰	۸۵۶	۱۳۷۸/۱۲/۲۹	۶/۹۵	۴۹۰	۵۴۰	۱۳۷۸/۱۲/۲۹	۳۷/۳۲	۱۴۵۰	۱۵۵۷	۱۳۷۸/۱۲/۲۹
۸/۲۷	۳۱۵	۲۶۶	۱۳۷۷/۱۲/۲۹	۴/۱۳	۱۵۲۵۸	۱۵۳۲۸	۱۳۷۷/۱۲/۲۹	۲۶/۰۱	۷۸۰	۸۴۹	۱۳۷۷/۱۲/۲۹
۹/۱۶	۲۵۵	۳۳۱	۱۳۷۶/۱۲/۲۹	۲۱/۷۰	۱۰۳۱۴	۲۶۸۴۷	۱۳۷۶/۱۲/۲۹	۲۱/۴۰	۶۷۵	۶۹۷	۱۳۷۶/۱۲/۲۹
۱/۲۳	۶	۱۴۷	۱۳۷۵/۱۲/۲۹	۲۶/۶۲	۳۸۴۲۲	۱۰۰۰۱۹	۱۳۷۵/۱۲/۲۹	۲۱/۴۵	۷۱۵	۸۲۴	۱۳۷۵/۱۲/۲۹
۱/۵۴	۱۱	۱۹۶	۱۳۷۴/۱۲/۲۹	۱۵/۸۲	۴۳۴۷۱	۱۱۳۱۶۹	۱۳۷۴/۱۲/۲۹	۶/۳۵	۵۶	۷۷۶	۱۳۷۴/۱۲/۲۹
۰/۸۴	۶	۱۳۳	۱۳۷۳/۱۲/۲۹	۳۶/۹۲	۹۱۸۰۹	۱۷۴۴۵۰	۱۳۷۳/۱۲/۲۹	۱۵/۲۵	۶۵۸	۱۸۰۱	۱۳۷۳/۱۲/۲۹

برای شناسایی مقادیر محتمل در هر معیار با طبقه‌بندی داده‌های مشاهده‌شده هر معیار (مقادیر این معیارها در ۲۴ سال) در چهار طبقه، از میانگین هر طبقه به‌عنوان نماینده مقادیر آن طبقه استفاده می‌کنیم. جدول ۲ مقادیر احتمال در هر یک از طبقات را نشان می‌دهد.

جدول ۲. مقادیر احتمال در هر یک از طبقات داده‌های مشاهده‌شده هر معیار

طبقه‌بندی معیار EPS در پتروشیمی سازند				طبقه‌بندی معیار EPS در پتروشیمی خارک				طبقه‌بندی معیار EPS در پتروشیمی آبادان			
احتمال	میانگین طبقه	حد بالا	حد پایین	احتمال	میانگین طبقه	حد بالا	حد پایین	احتمال	میانگین طبقه	حد بالا	حد پایین
۰/۷۱	۷۸۹	۱۴۴۵/۵	۱۳۳	۰/۸۸	۲۲۲۵۴	۴۳۹۶۷/۵	۵۴۰	۰/۱۲	-۲۴۴	۱۴۶/۵۰	-۶۳۴
۰/۲۱	۲۱۰۲	۲۷۵۸/۱	۱۴۴۵/۶	۰	۶۵۶۸۱	۸۷۳۹۵/۱	۴۳۹۶۷/۶	۰/۳۸	۵۳۷	۹۲۷/۱	۱۴۶/۶
۰/۰۴	۳۴۱۴	۴۰۷۰/۷	۲۷۵۸/۲	۰/۰۸	۱۰۹۱۰۹	۱۳۰۸۲۲/۷	۸۷۳۹۵/۲	۰/۳۸	۱۳۱۷	۱۷۰۷/۶	۹۲۷/۲
۰/۰۴	۴۷۲۷	۵۳۸۳/۱	۴۰۷۰/۸	۰/۰۴	۱۵۲۵۳۶	۱۷۴۲۵۰/۳	۱۳۰۸۲۲/۸	۰/۱۲	۲۰۹۸	۲۴۸۸/۲	۱۷۰۷/۷
طبقه‌بندی معیار DPS در پتروشیمی سازند				طبقه‌بندی معیار DPS در پتروشیمی خارک				طبقه‌بندی معیار DPS در پتروشیمی آبادان			
احتمال	میانگین طبقه	حد بالا	حد پایین	احتمال	میانگین طبقه	حد بالا	حد پایین	احتمال	میانگین طبقه	حد بالا	حد پایین
۰/۷۹	۶۳۰	۱۲۵۴/۵	۶	۰/۸۸	۱۱۹۰۵	۲۳۳۱۹/۷	۴۹۰	۰/۲۹	۲۵۰	۵۰۰	۰
۰/۱۳	۱۸۷۸	۲۵۰۳/۱	۱۲۵۴/۶	۰	۳۴۷۳۵	۴۶۱۴۹/۵	۲۳۳۱۹/۸	۰/۴۲	۷۵۰	۱۰۰۰/۱	۵۰۰/۱
۰/۰۴	۳۱۲۷	۳۷۵۱/۷	۲۵۰۳/۲	۰/۰۸	۵۷۵۶۴	۶۸۹۷۹/۳	۴۶۱۴۹/۶	۰/۲۵	۱۲۵۰	۱۵۰۰/۲	۱۰۰۰/۲
۰/۰۴	۴۳۷۵	۵۰۰۰/۱	۳۷۵۱/۸	۰/۰۴	۸۰۳۴۹	۹۱۸۰۹/۱	۶۸۹۷۹/۴	۰/۰۴	۱۷۵۰	۲۰۰۰/۳	۱۵۰۰/۳
طبقه‌بندی معیار ROA در پتروشیمی سازند				طبقه‌بندی معیار ROA در پتروشیمی خارک				طبقه‌بندی معیار ROA در پتروشیمی آبادان			
احتمال	میانگین طبقه	حد بالا	حد پایین	احتمال	میانگین طبقه	حد بالا	حد پایین	احتمال	میانگین طبقه	حد بالا	حد پایین
۰/۳۳	۵/۱۳	۹/۴۱	-۰/۸۴	۰/۲۰	۱۱/۳۸	۱۸/۶۴	۴/۱۳	۰/۱۳	-۵/۰۵	۱/۰۱	-۱۱/۱۰
۰/۱۳	۱۳/۷۱	۱۸	۹/۴۲	۰/۱۷	۲۵/۹	۳۳/۱۶	۱۸/۶۵	۰/۱۷	۷/۰۷	۱۳/۱۲	۱/۰۲
۰/۲۵	۲۲/۲۹	۲۶/۵۸	۱۸/۰۱	۰/۴۶	۴۰/۴۲	۴۷/۶۷	۳۳/۱۷	۰/۵۰	۱۹/۱۸	۲۵/۲۴	۱۳/۱۳
۰/۲۹	۳۰/۸۷	۳۵/۱۶	۲۶/۵۹	۰/۱۷	۵۴/۹۴	۶۲/۱۹	۴۷/۶۸	۰/۲۱	۳۱/۳۰	۳۷/۳۵	۲۵/۲۵

مجموعه مقادیر ممکن برای گزینه‌های مختلف در هر یک از سه معیار با در نظر گرفتن میانگین طبقات در جدول ۲ بر اساس رتبه‌بندی صورت‌گرفته در مجموعه مرجع در جدول ۳ ارائه شده است. رتبه‌بندی استفاده‌شده بر اساس رتبه‌بندی انجام‌شده در تحقیق آبادیان و شجری (۱۳۹۴) است که در تحقیق ذکرشده این رتبه‌بندی‌ها از میانگین رتبه‌های به‌دست‌آمده از تکنیک‌های الکتراه، تاپسیس<sup>۲</sup> و مجموع ساده وزنی<sup>۳</sup> به دست آمده است.

1. ELECTRE
2. TOPSIS
3. SAW



جدول ۳. اطلاعات مسئله بر اساس رتبه بندی ارائه شده در تحقیق آبادیان و شجری (۱۳۹۴)

پتروشیمی آبادان	پتروشیمی خارک	پتروشیمی شازند	
-۲۴۴	۲۲۲۵۴	۷۸۹	EPS
۵۳۷	۶۵۶۸۱	۲۱۰۲	
۱۳۱۷	۱۰۹۱۰۹	۳۴۱۴	
۲۰۹۸	۱۵۲۵۳۶	۴۷۲۷	
۲۵۰	۱۱۹۰۵	۶۳۰	DPS
۷۵۰	۳۴۷۳۵	۱۸۷۸	
۱۲۵۰	۵۷۵۶۴	۳۱۲۷	
۱۷۵۰	۸۰۳۴۹	۴۳۷۵	
-۵/۰۵	۱۱/۳۸	۵/۱۳	ROA
۷/۰۷	۲۵/۹	۱۳/۷۱	
۱۹/۱۸	۴۰/۴۲	۲۲/۲۹	
۳۱/۳۰	۵۴/۹۴	۳۰/۸۷	
۳	۱	۲	رتبه

**گام ۴.** برای تعیین وابستگی یا عدم وابستگی مقادیر گزینه‌ها در معیارهای مختلف به یکدیگر از آزمون علیت گرنجر<sup>۱</sup> روی داده‌های موجود برای این سه معیار استفاده شده و نتایج به دست آمده از این آزمون در جدول ۴ نشان داده شده است. شایان ذکر است در این آزمون طول وقفه بهینه یک محاسبه شده است. بر اساس نتایج حاصل از این آزمون مقادیر معیار سود هر سهم (EPS) و مقادیر معیار سود تقسیمی هر سهم (DPS) به مقادیر معیار نرخ بازده دارایی‌ها (ROA) وابسته علی است.

جدول ۴. نتایج به دست آمده از آزمون علیت گرنجر روی داده‌های موجود با استفاده از نرم افزار ایویوز<sup>۲</sup>

Pairwise Granger Causality Tests			
Lags: 1			
Prob.	F-Statistic	Obs	Null Hypothesis:
۱-E-۱۵	۱۰۷/۵۳۵	۷۱	EPS does not Granger Cause DPS
۲-E-۱۴	۹۳/۴۵۶۷		DPS does not Granger Cause EPS
۰/۴۹۳۳	۰/۴۷۴۵۰	۷۱	ROA does not Granger Cause DPS
۰/۶۹۵۶	۰/۱۵۴۳۴		DPS does not Granger Cause ROA
۰/۳۵۳۵	۰/۸۷۲۶۵	۷۱	ROA does not Granger Cause EPS
۰/۷۶۷۳	۰/۰۸۸۲۸		EPS does not Granger Cause ROA

**گام ۵.** برای محاسبه تابع مطلوبیت کلی از آنجا که بر اساس آزمون علیت معیار نرخ بازده (ROA) علت معیار سود هر سهم (EPS) است، باید برای هر گزینه احتمال وقوع سود هر سهم (EPS) در هر یک از طبقات به شرط وجود معیار نرخ بازده (ROA) در هر یک از طبقات ممکن در همان گزینه محاسبه شود. به طور مثال احتمال وقوع سود هر سهم (EPS)

1. Granger causality  
2. Eviews

در طبقه اول در گزینه اول ( $P(-634 \leq EPS \leq 146.5)$ ) به صورت رابطه ۳۱ محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned} & [P(-11.1 \leq ROA \leq 1.01) * \langle P(-634 \leq EPS \leq 146.5) | (-11.1 \leq ROA \leq 1.01) \rangle] \quad \text{رابطه ۳۱} \\ & + [P(1.02 \leq ROA \leq 13.12) * \langle P(-634 \leq EPS \leq 146.5) | (1.02 \leq ROA \leq 13.12) \rangle] \\ & + [P(13.13 \leq ROA \leq 25.24) * \langle P(-634 \leq EPS \leq 146.5) | (13.13 \leq ROA \leq 25.24) \rangle] \\ & + \left[ P(25.25 \leq ROA \leq 37.35) * \left\langle P \left( \begin{matrix} -634 \leq E \\ PS \leq 146.5 \end{matrix} \right) \middle| (25.25 \leq ROA \leq 37.35) \right\rangle \right] \end{aligned}$$

احتمال وقوع در هر یک از طبقات سود تقسیمی هر سهم (DPS) به شرط مقادیر ممکن برای معیار نرخ بازده دارایی‌ها (ROA) در همان گزینه محاسبه می‌شود. به‌طور مثال احتمال وقوع سود تقسیمی هر سهم (DPS) در طبقه اول در گزینه اول ( $0 \leq DPS \leq 500$ ) به صورت رابطه ۳۲ به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} & [P(-11.1 \leq ROA \leq 1.01) * \langle P(0 \leq DPS \leq 500) | (-11.1 \leq ROA \leq 1.01) \rangle] \quad \text{رابطه ۳۲} \\ & + [P(1.02 \leq ROA \leq 13.12) * \langle P(0 \leq DPS \leq 500) | (1.02 \leq ROA \leq 13.12) \rangle] \\ & + [P(13.13 \leq ROA \leq 25.24) * \langle P(0 \leq DPS \leq 500) | (13.13 \leq ROA \leq 25.24) \rangle] \\ & + [P(25.25 \leq ROA \leq 37.35) * \langle P(0 \leq DPS \leq 500) | (25.25 \leq ROA \leq 37.35) \rangle] \end{aligned}$$

گام ۶. با محاسبه احتمال وقوع سایر ارزش‌ها در هر سه معیار در گزینه اول تابع مطلوبیت کلی این گزینه بر اساس فرمول ارائه‌شده در رابطه ۲۴، به صورت رابطه ۳۳ به دست می‌آید. در این رابطه در شاخص‌های وابسته برای هر مقدار محتمل در هر گزینه، احتمال وقوع به شرط پیامدهای مختلف در شاخص علت محاسبه شده و در مطلوبیت آن مقدار محتمل ضرب شده و در نهایت مطلوبیت کلی گزینه از جمع این موارد محاسبه شده است.

رابطه ۳۳

$$\begin{aligned} \delta_1^{a_1} = & \left\{ \begin{aligned} & [P(-11.1 \leq ROA \leq 1.01) * \langle P(-634 \leq EPS \leq 146.5) | (-11.1 \leq ROA \leq 1.01) \rangle] \\ & + [P(1.02 \leq ROA \leq 13.12) * \langle P(-634 \leq EPS \leq 146.5) | (1.02 \leq ROA \leq 13.12) \rangle] \\ & + [P(13.13 \leq ROA \leq 25.24) * \langle P(-634 \leq EPS \leq 146.5) | (13.13 \leq ROA \leq 25.24) \rangle] \\ & + [P(25.25 \leq ROA \leq 37.35) * \langle P(-634 \leq EPS \leq 146.5) | (25.25 \leq ROA \leq 37.35) \rangle] \end{aligned} \right\} * u_1(-244) \\ & + \left\{ \begin{aligned} & [P(-11.1 \leq ROA \leq 1.01) * \langle P(146.51 \leq EPS \leq 927.01) | (-11.1 \leq ROA \leq 1.01) \rangle] \\ & + [P(1.02 \leq ROA \leq 13.12) * \langle P(146.51 \leq EPS \leq 927.01) | (1.02 \leq ROA \leq 13.12) \rangle] \\ & + [P(13.13 \leq ROA \leq 25.24) * \langle P(146.51 \leq EPS \leq 927.01) | (13.13 \leq ROA \leq 25.24) \rangle] \\ & + [P(25.25 \leq ROA \leq 37.35) * \langle P(146.51 \leq EPS \leq 927.01) | (25.25 \leq ROA \leq 37.35) \rangle] \end{aligned} \right\} * u_1(537) \\ & + \left\{ \begin{aligned} & [P(-11.1 \leq ROA \leq 1.01) * \langle P(927.02 \leq EPS \leq 1707.52) | (-11.1 \leq ROA \leq 1.01) \rangle] \\ & + [P(1.02 \leq ROA \leq 13.12) * \langle P(927.02 \leq EPS \leq 1707.52) | (1.02 \leq ROA \leq 13.12) \rangle] \\ & + [P(13.13 \leq ROA \leq 25.24) * \langle P(927.02 \leq EPS \leq 1707.52) | (13.13 \leq ROA \leq 25.24) \rangle] \\ & + [P(25.25 \leq ROA \leq 37.35) * \langle P(927.02 \leq EPS \leq 1707.52) | (25.25 \leq ROA \leq 37.35) \rangle] \end{aligned} \right\} * u_1(1317) \\ & + \left\{ \begin{aligned} & [P(-11.1 \leq ROA \leq 1.01) * \langle P(1707.53 \leq EPS \leq 2488.03) | (-11.1 \leq ROA \leq 1.01) \rangle] \\ & + [P(1.02 \leq ROA \leq 13.12) * \langle P(1707.53 \leq EPS \leq 2488.03) | (1.02 \leq ROA \leq 13.12) \rangle] \\ & + [P(13.13 \leq ROA \leq 25.24) * \langle P(1707.53 \leq EPS \leq 2488.03) | (13.13 \leq ROA \leq 25.24) \rangle] \\ & + [P(25.25 \leq ROA \leq 37.35) * \langle P(1707.53 \leq EPS \leq 2488.03) | (25.25 \leq ROA \leq 37.35) \rangle] \end{aligned} \right\} * u_1(2098) \\ & + \left\{ \begin{aligned} & [P(-11.1 \leq ROA \leq 1.01) * \langle P(0 \leq DPS \leq 500) | (-11.1 \leq ROA \leq 1.01) \rangle] \\ & + [P(1.02 \leq ROA \leq 13.12) * \langle P(0 \leq DPS \leq 500) | (1.02 \leq ROA \leq 13.12) \rangle] \\ & + [P(13.13 \leq ROA \leq 25.24) * \langle P(0 \leq DPS \leq 500) | (13.13 \leq ROA \leq 25.24) \rangle] \\ & + [P(25.25 \leq ROA \leq 37.35) * \langle P(0 \leq DPS \leq 500) | (25.25 \leq ROA \leq 37.35) \rangle] \end{aligned} \right\} * u_2(250) \\ & + \left\{ \begin{aligned} & [P(-11.1 \leq ROA \leq 1.01) * \langle P(500.01 \leq DPS \leq 1000.01) | (-11.1 \leq ROA \leq 1.01) \rangle] \\ & + [P(1.02 \leq ROA \leq 13.12) * \langle P(500.01 \leq DPS \leq 1000.01) | (1.02 \leq ROA \leq 13.12) \rangle] \\ & + [P(13.13 \leq ROA \leq 25.24) * \langle P(500.01 \leq DPS \leq 1000.01) | (13.13 \leq ROA \leq 25.24) \rangle] \\ & + [P(25.25 \leq ROA \leq 37.35) * \langle P(500.01 \leq DPS \leq 1000.01) | (25.25 \leq ROA \leq 37.35) \rangle] \end{aligned} \right\} * u_2(750) \end{aligned}$$

$$+ \left\{ \begin{array}{l} [P(-11.1 \leq ROA \leq 1.01) * \langle P(1000.02 \leq DPS \leq 1500.02) | (-11.1 \leq ROA \leq 1.01) \rangle] \\ + [P(1.02 \leq ROA \leq 13.12) * \langle P(1000.02 \leq DPS \leq 1500.02) | (1.02 \leq ROA \leq 13.12) \rangle] \\ + [P(13.13 \leq ROA \leq 25.24) * \langle P(1000.02 \leq DPS \leq 1500.02) | (13.13 \leq ROA \leq 25.24) \rangle] \\ + [P(25.25 \leq ROA \leq 37.35) * \langle P(1000.02 \leq DPS \leq 1500.02) | (25.25 \leq ROA \leq 37.35) \rangle] \end{array} \right\} * u_2(1250)$$

$$+ \left\{ \begin{array}{l} [P(-11.1 \leq ROA \leq 1.01) * \langle P(1500.03 \leq DPS \leq 2000.03) | (-11.1 \leq ROA \leq 1.01) \rangle] \\ + [P(1.02 \leq ROA \leq 13.12) * \langle P(1500.03 \leq DPS \leq 2000.03) | (1.02 \leq ROA \leq 13.12) \rangle] \\ + [P(13.13 \leq ROA \leq 25.24) * \langle P(1500.03 \leq DPS \leq 2000.03) | (13.13 \leq ROA \leq 25.24) \rangle] \\ + [P(25.25 \leq ROA \leq 37.35) * \langle P(1500.03 \leq DPS \leq 2000.03) | (25.25 \leq ROA \leq 37.35) \rangle] \end{array} \right\} * u_2(1750)$$

$$+ P(-11.1 \leq ROA \leq 1.01) * u_3(-5.05) + P(1.02 \leq ROA \leq 13.12) * u_3(7.07)$$

$$+ P(13.13 \leq ROA \leq 25.24) * u_3(19.18) + P(25.25 \leq ROA \leq 37.35) * u_3(31.30)$$

$$= 0.125 * u_1(-244) + 0.375 * u_1(537) + 0.42 * u_2(750) + 0.375 * u_1(1317)$$

$$+ 0.125 * u_1(2098) + 0.292 * u_2(250) + 0.25 * u_2(1250) + 0.042 * u_2(1750)$$

$$+ 0.125 * u_3(-5.05) + 0.167 * u_3(7.07) + 0.5 * u_3(19.18) + 0.21 * u_3(31.30)$$

گام ۷. برای هر معیار، بازه  $[g_i^*, g_i^*]$  را به سه فاصله مساوی تقسیم می‌کنیم. نقاط مرزی در فواصل تعیین شده برای هر معیار  $(g_i^t)$  عبارت‌اند از:

$$[g_1^*, g_1^*] = [-244 \quad 50683 \quad 101609 \quad 152536]$$

$$[g_2^*, g_2^*] = [250 \quad 26965 \quad 53679 \quad 80394]$$

$$[g_3^*, g_3^*] = [-5.05 \quad 14.95 \quad 34.94 \quad 54.94]$$

گام ۸. در این مرحله می‌توانیم مطلوبیت مقادیر محتمل برای هر معیار  $(u_i(g_i^j))$  را بر حسب مقادیر مطلوبیت نقاط مرزی برای هر معیار  $(u_i(g_i^t))$  محاسبه کنیم (مقادیر جدول ۵). محاسبه مطلوبیت مقادیر محتمل هر معیار، با توجه به اینکه مقادیر محتمل این معیار در کدام زیربازه قرار داشته باشد، با استفاده از رابطه ۲۹ صورت می‌گیرد.

جدول ۵. مطلوبیت مقادیر محتمل بر حسب مقادیر مطلوبیت نقاط مرزی برای هر معیار

$u_1(-244) = 0$	$u_2(250) = 0$	$u_3(-5.05) = 0$
$u_1(537) = 0.02u_1(50683)$	$u_2(750) = 0.02u_2(26965)$	$u_3(7.07) = 0.6u_3(14.95)$
$u_1(1317) = 0.03u_1(50683)$	$u_2(1250) = 0.04u_2(26965)$	$u_3(19.18) = 0.79u_3(14.95) + 0.21u_3(34.94)$
$u_1(2098) = 0.05u_1(50683)$	$u_2(1750) = 0.06u_2(26965)$	$u_3(31.30) = 0.18u_3(14.95) + 0.82u_3(34.94)$

گام ۹. متغیرهای  $w_{it}$  بر اساس فاصله بین مطلوبیت‌های نقاط مرزی متوالی این فاصله‌ها به شرح جدول ۶ است.

جدول ۶. مقادیر متغیرهای  $w_{it}$  بر اساس فاصله بین مطلوبیت‌های نقاط مرزی متوالی

$w_{11} = u_1(50683) - u_1(-244)$	$w_{21} = u_2(26965) - u_2(250)$	$w_{31} = u_3(14.95) - u_3(-5.05)$
$w_{12} = u_1(101609) - u_1(50683)$	$w_{22} = u_2(53679) - u_2(26965)$	$w_{32} = u_3(34.94) - u_3(14.95)$
$w_{13} = u_1(152536) - u_1(101609)$	$w_{23} = u_2(80394) - u_2(53679)$	$w_{33} = u_3(54.94) - u_3(34.94)$

گام ۱۰. با جای‌گذاری مقادیر  $u_i(g_i^j)$  مقدار تابع ارزش نهایی گزینه اول (پتروشیمی آبادان) بر حسب متغیرهای  $w_{it}$  به صورت رابطه ۳۴ به دست می‌آید.

$$u(a_1) = 0.25w_{11} + 0.02w_{21} + 0.81w_{31} + 0.28w_{32} \quad \text{رابطه ۳۴}$$

به همین ترتیب تابع ارزش نهایی برای سایر گزینه‌ها نیز، به روش توضیح داده شده برای گزینه اول محاسبه می‌شود.  
(رابطه‌های ۳۵ و ۳۶).

$$u(a_2) = 0.51w_{11} + 0.125w_{12} + 0.05w_{13} + 0.51w_{21} + 0.06w_{22} + 0.04w_{23} + 0.79w_{31} + 0.71w_{32} + 0.29w_{33} \quad \text{رابطه ۳۵}$$

$$u(a_3) = 0.03w_{11} + 0.48w_{21} + 0.83w_{31} + 0.33w_{32} \quad \text{رابطه ۳۶}$$

با در نظر گرفتن خطاهای  $\sigma^+(a_k)$  و  $\sigma^-(a_k)$  ارزش هر گزینه به شکل روابط (۳۷-۳۹) محاسبه می‌شود.

$$\hat{u}(a_1) = 0.25w_{11} + 0.02w_{21} + 0.81w_{31} + 0.28w_{32} - \sigma^+(a_1) + \sigma^-(a_1) \quad \text{رابطه ۳۷}$$

$$\hat{u}(a_2) = 0.51w_{11} + 0.125w_{12} + 0.05w_{13} + 0.51w_{21} + 0.06w_{22} + 0.04w_{23} + 0.79w_{31} + 0.71w_{32} + 0.29w_{33} - \sigma^+(a_2) + \sigma^-(a_2) \quad \text{رابطه ۳۸}$$

$$\hat{u}(a_3) = 0.03w_{11} + 0.48w_{21} + 0.83w_{31} + 0.33w_{32} - \sigma^+(a_3) + \sigma^-(a_3) \quad \text{رابطه ۳۹}$$

**گام ۱۱.** در ادامه  $\Delta(a_k, a_{k+1})$  از تفاضل توابع ارزش نهایی گزینه‌ها (برای هر دو گزینه مجاور) محاسبه می‌شود.  
(روابط ۴۰ و ۴۱).

$$\Delta(a_3, a_1) = -0.22w_{11} + 0.46w_{21} + 0.02w_{31} + 0.05w_{32} + \sigma^+(a_1) - \sigma^-(a_1) - \sigma^+(a_3) + \sigma^-(a_3) \quad \text{رابطه ۴۰}$$

$$\Delta(a_3, a_1) = -0.22w_{11} + 0.46w_{21} + 0.02w_{31} + 0.05w_{32} + \sigma^+(a_1) - \sigma^-(a_1) - \sigma^+(a_3) + \sigma^-(a_3) \quad \text{رابطه ۴۱}$$

مقادیر  $\Delta(a_k, a_{k+1})$  برای مواردی که گزینه  $a_k$  بر گزینه مجاور  $a_{k+1}$  برتری داشته باشد صفر نبوده و همواره از عدد ثابت کوچک  $\delta$  بزرگ‌تر است. این موضوع در مدل نهایی در قالب محدودیت اعمال می‌شود.

**گام ۱۲.** در مرحله آخر مدل نهایی برنامه‌ریزی خطی به صورت مدل رابطه ۴۲ ایجاد می‌شود.

$$[min]Z = \sum_{k=1}^{k=3} [\sigma^+(a_k) + \sigma^-(a_k)] \quad \text{رابطه ۴۲}$$

subject to

$$-0.22w_{11} + 0.46w_{21} + 0.02w_{31} + 0.05w_{32} - \sigma^+(a_3) + \sigma^-(a_3) + \sigma^+(a_1) - \sigma^-(a_1) \geq \delta$$

$$0.48w_{11} + 0.125w_{12} + 0.05w_{13} + 0.03w_{21} + 0.06w_{22} + 0.04w_{23} - 0.04w_{31} + 0.38w_{32} + 0.29w_{33}$$

$$-\sigma^+(a_2) + \sigma^-(a_2) + \sigma^+(a_3) - \sigma^-(a_3) \geq \delta$$

$$w_{11} + w_{12} + w_{13} + w_{21} + w_{22} + w_{23} + w_{31} + w_{32} + w_{33} = 1$$

$$w_{it} \geq 0 \quad i = 1, 2, 3 \quad t = 1, 2, 3$$

$$\sigma^+(a_k) \geq 0 \quad \sigma^-(a_k) \geq 0 \quad k = 1, 2, 3$$

با فرض  $\delta = 0.05$  و حل مدل در نرم‌افزار لینگو مقادیر به‌دست‌آمده برای متغیرهای مدل به مقادیر جدول ۷ حاصل می‌شود.

جدول ۷. مقادیر به‌دست‌آمده برای هر یک از متغیرهای مدل

$\sigma^+(a_1) = 0$	$\sigma^+(a_2) = 0$	$\sigma^+(a_3) = 0$	$\sigma^-(a_1) = 0$	$\sigma^-(a_2) = 0$	$\sigma^-(a_3) = 0$
$w_{11} = 0.15$	$w_{21} = 0.15$	$w_{31} = 0.7$	$w_{12} = 0$	$w_{22} = 0$	$w_{32} = 0$
$w_{13} = 0$	$w_{23} = 0$	$w_{33} = 0$			

با جای‌گذاری مقادیر خطای به‌دست‌آمده از حل مدل مقدار بهینه تابع هدف صفر حاصل می‌شود و با جای‌گذاری مقادیر  $w_{it}$  مطلوبیت کلی برای هر سه گزینه عبارت است از:

$$u(a_1) = 0.25 * 0.15 + 0.02 * 0.15 + 0.81 * 0.7 = 0.6$$

$$u(a_2) = 0.51 * 0.15 + 0.51 * 0.15 + 0.79 * 0.7 = 0.7$$

$$u(a_3) = 0.03 * 0.15 + 0.48 * 0.15 + 0.83 * 0.7 = 0.65$$

### نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در دنیای امروز اغلب مسائلی که برای تصمیم‌گیری به مدیران عرضه می‌شوند، دارای ابعاد متنوعی بوده و با چندین معیار فرموله می‌شوند. از طرفی از آنجا که سازمان‌ها معمولاً در محیط تجاری نامطمئن و با تغییرات زیاد فعالیت می‌کنند، اغلب پیامدهای یک مسئله تصمیم‌گیری با عدم قطعیت همراه است و در تصمیم‌گیری برای این مسائل از یک طرف با معیارهای زیادی که ارتباطات چندسویه دارند روبه‌رو هستند و از طرف دیگر به‌علت ناکافی بودن برخی از داده‌ها، این تصمیم‌گیری در شرایط عدم اطمینان صورت می‌گیرد. یکی از مدل‌های ارائه‌شده با توجه به مفهوم مطلوبیت در تصمیم‌گیری چندشاخصه مدل مطلوبیت جمع‌پذیر است که کاستی‌های بسیاری از مدل‌های پیشین در حوزه تئوری مطلوبیت چندمعیاره را برطرف می‌کند. با این حال این مدل نارسایی‌هایی دارد که عبارت‌اند از: ۱. عدم توجه به عدم قطعیت رخداد ارزش گزینه‌ها در شاخص‌های مختلف و ۲. عدم توجه به وابستگی میان ارزش گزینه‌ها در شاخص‌های مختلف به یکدیگر. نارسایی نخست با توسعه مدل مطلوبیت جمع‌پذیر تصادفی تا حدی پوشش داده شده اما مورد دوم همچنان وارد است. در این پژوهش تلاش شد مدلی ارائه شود که امکان وجود این وابستگی را در محاسبات خود لحاظ می‌کند. بدین منظور از مفهوم احتمال شرطی در توسعه مدل بهره گرفته شد، بدین صورت که ارزش هر گزینه در هر شاخص با توجه به احتمال وقوع مقادیر مختلف دیگر در شاخص‌های دیگر محاسبه شده و بدین ترتیب تمامی حالات ممکن وابستگی در محاسبه مقدار مطلوبیت نهایی هر گزینه مد نظر قرار می‌گیرد. نتایج کاربرد مدل در یک مثال عددی واقعی و هماهنگی حاصل از نتایج با مجموعه مرجع که در واقع بر اساس اطلاعات واقعی حاصل شده نشان از قابلیت کاربرد و اعتبار مدل پیشنهادی دارد. شایان ذکر است از این مدل در مثال‌های مختلفی استفاده شده که در تحقیق حاضر فقط یک مورد برای نمونه ارائه شده است. بنابراین پژوهش حاضر، شکاف تحقیقاتی ارائه‌شده پژوهش سیسکوس، یانسیس و دنیس (۲۰۱۶) را پوشش می‌دهد.

با این حال یکی از محدودیت‌های مدل پیشنهادی عدم بررسی امکان وجود جواب بهینه چندگانه در مدل است که ممکن است رتبه‌بندی‌های مختلفی ایجاد کند. بر این اساس، این وضعیت قلمرویی برای انجام پژوهش‌های بیشتر در این زمینه برای آینده ایجاد می‌کند. همچنین با توجه به تأثیر نحوه انجام تقسیمات دامنه توابع جزئی مطلوبیت در نتیجه مدل و اینکه این امر در مدل UTA به‌طور کلی قانونی ندارد، پیشنهاد می‌شود در آینده ضمن یک تحقیق، برای انجام تقسیمات بازه‌ای از روش‌های مختلف استفاده شده و نتایج مدل با هم مقایسه شود یا روشی منطقی بدین منظور ارائه شود. از طرفی مدل‌های UTA و سایر توسعه‌های صورت‌گرفته و از جمله مدل مقاله حاضر با توجه به اصول موضوعه تئوری مطلوبیت انتظاری طراحی شده‌اند. با مبنا قرار دادن تئوری چشم‌انداز در مطلوبیت برخی از مفروضات تئوری مطلوبیت انتظاری کنار گذاشته می‌شوند. یکی از موارد تأکیدشده در تئوری چشم‌انداز امکان وابستگی مطلوبیت‌ها است. بنابراین می‌توان در تحقیقات بعدی با ملاک قرار دادن تئوری چشم‌انداز در مطلوبیت، مدل‌های دسته UTA و به‌ویژه مدل پژوهش حاضر را که به وابستگی به‌صورت کلیدی توجه می‌کند، توسعه داد.

## منابع

- آبادیان، مرضیه؛ شجری، هوشنگ (۱۳۹۵). روش چندشاخصه برای انتخاب سبد سهام بهینه با استفاده از متغیرهای تحلیل بنیادی در شرکت‌های پتروشیمی عضو بورس. *مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*، ۲۶، ۱-۲۶.
- امینی، حامد؛ راستی برزکی، مرتضی (۱۳۹۵). ارائه دو روش جدید برای مسائل تصمیم‌گیری با معیارهای چندگانه با وجود برهم‌کنش بین معیارها. *مدیریت صنعتی*، ۸(۴)، ۵۱۵-۵۳۲.
- سرورخواه، علی؛ آذر، عادل؛ بابایی کفاکی، سامان؛ شفیعی نیک‌آبادی، محسن (۱۳۹۶). استفاده از تحلیل استواری وزنی در انتخاب استراتژی (مورد مطالعه: مرکز تحقیقات و نوآوری صنایع خودروی سایپا). *مدیریت صنعتی*، ۹(۴)، ۶۶۵-۶۹۰.
- سلاطی، فاطمه؛ ماکویی، احمد (۱۳۹۳). ارائه تابع ارزش (مطلوبیت) اولویت‌بندی پروژه‌های تحقیقاتی در مراکز تحقیق و توسعه با استفاده از روش UTA (مطالعه موردی شرکت منابع آب ایران). *مطالعات مدیریت صنعتی*، ۱۱(۳۱)، ۱۹-۳۳.
- مهرگان، محمدرضا (۱۳۹۲). *مدلهای تصمیم‌گیری با اهداف چندگانه*. تهران: انتشارات دانشگاه تهران.

## References

- Abadian, M., Shajari, H. (2017). Multi-attribute method for selecting the optimal stock portfolio using fundamental analysis variables in the petrochemical companies members of Stock Exchange. *Financial Engineering and Portfolio Management*, 7(26), 1-26. (in Persian)
- Amini, H., Rasti, B.M. (2017). The interactivity between the criteria in MCDM problem. *Journal of Industrial Management*, 8(4), 515-532. (in Persian)
- Angilella, S., Greco, S., Lamantia, F., & Matarazzo, B. (2003). Assessing non-additive utility for multicriteria decision aid. *European Journal of Operational Research*, 3(158), 734-744.
- Beuthe, M. Scannella, G. (2001). Comparative analysis of UTA multi-criteria methods. *European Journal of Operational Research*, (130), 246-262.
- Despotis, D.K., Zopounidis, C. (1993). *Building additive utilities in the presence of non-monotonic.: Building additive utilities in the presence of non-monotonic preference*. In: Pardalos, P.M.,

- Siskos, Y, Zopounidis, C. (eds.) *Advances in Multicriteria Analysis*, 101–114. Kluwer Academic, Dordrecht.
- Eberhard, A., Schreider, S., & Stojkov, L. (2007). Construction of the utility function using a non-linear best fit optimisation approach In *Proceedings of the International congress on modelling and simulation MODSIM07. Christchurch*, 10–14, December 2007.
- Figueira, J., Salvatore, G., & Matthias, E. (2005). *Multiple Criteria Decision Analysis*. Springer, New York, NY.
- Figueira, J. R, Greco, S., & Słowiński, R. (2009). Building a set of additive value functions representing a reference preorder and intensities of preference: GRIP method. *European Journal of Operational Research*, (195), 460–486.
- Jacquet-Lagrez, E., Siskos, J. (1982). Assessing a set of additive utility functions for multicriteria decision-making, the UTA method. *European journal of operational research*, 10 (2), 151-164.
- Mehregan, M. R. (2013), *Multiple Objective Decision Making Models*, University of Tehran Press, Tehran. (in Persian)
- Nguyen, D.V. (2013). Global maximization of UTA functions in multi-objective optimization. *European Journal of Operational Research*, (228), 397–404.
- Pachauri, B., Kumar, A., Dhar, J. (2014). Oftware reliability growth modeling with dynamic faults and release time optimization using GA and MAUT. *Applied Mathematics and Computation*, (242), 500–509.
- Patiniotakis, I., Apostolou, D., Mentzas, G. (2011). Fuzzy UTASTAR: A method for discovering utility functions from fuzzy data. *Expert Systems with Applications*, (38), 15463–15474.
- Salati, M., Makoui, A. (2015). Offer the value function (utility) to prioritize research projects in R & D centers using the UTA method (Case of Water Resources company in Iran). *Industrial Management Studies*, 11(31), 19-33. (in Persian)
- Scholza, M., Franz, N., Hinz, O. (2017). Effects of decision space information on MAUT-based systems that support purchase decision processes. *Decision Support Systems*, (97), 43–57.
- Shanmuganathan, M., Kajendran, K., Sasikumar, A.N., Mahendran, M. (2018). Multi Attribute Utility Theory – An Over View. *International Journal of Scientific & Engineering Research*, 9(3), 698-706.
- Siskos, J. (1983). Analyse de systèmes de décision multicritère en univers aléatoire. *Control Eng.* 10(3–4), 193–212.
- Siskos, Y., & Jacquet, L. (1982). Assessing a set of additive utility functions for multi criteria decision making, The UTA method. *European Journal of Operational Research*, 10(2), 151–164.
- Siskos, Y., Yannacopoulos, D. (1985). UTASTAR: An ordinal regression method for building additive value functions. *Investigação Operacional*, 5 (1), 39-53.
- Siskos, Y., Grigoroudis, E. & Matsatsinis, N.F. (2016). UTA methods. *Multiple criteria decision analysis*, pp. 315-362. Springer, New York, NY.
- Sorourkhah, A., Azar, A., Babaie-Kafaki, S., Shafiei Nik Abadi, M. (2017). Using Weighted-Robustness Analysis in Strategy Selection (Case Study: Saipa Automotive Research and Innovation Center). *Industrial Management Journal*, 9(4), 665-690. (in Persian)