

بهینه‌سازی سبد سهام

با حداقل میانگین انحرافات مطلق کارایی‌های متقاطع

ارمغان علی‌پور جورشری^۱، کیخسرو یاکیده^۲، غلامرضا محفوظی^۳

چکیده: سرمایه‌گذاری در بازار سهام همواره با این مسئله اساسی همراه بوده که دارایی نقدی چگونه بین سهام شرکت‌ها تخصیص یابد تا منافع سرمایه‌گذار را تأمین کند. پژوهش حاضر تلاش می‌کند با ارائه دو رویکرد جدید، سرمایه‌گذاران را در انتخاب سبد سهام بهینه به‌شکل مؤثرتری یاری دهد. در پژوهش حاضر رویکرد استفاده از کارایی متقاطع به جای بازده سهم‌ها، به‌عنوان مبنای اطلاعاتی برای حل مدل حداقل میانگین انحرافات مطلق از میانگین پیشنهاد شده که در آن از شاخص‌های مالی به‌عنوان داده اولیه برای تشکیل سبد بهره می‌برد. رویکرد دیگر، الگوریتمی دو مرحله‌ای است که در آن هنگام استفاده از شاخص‌های مالی، الزام بخش‌بندی بازار به صنایع مختلف در کانون توجه قرار گرفته است. در انتها معیار شارپ نشان می‌دهد میان رویکردهای ارائه‌شده و روش‌های رایج تفاوت بارزی وجود دارد. نتایج به‌دست آمده نشان‌دهنده عملکرد مطلوب این دو رویکرد نسبت به روش‌های مشابه است.

واژه‌های کلیدی: پرتفوی، کارایی متقاطع، مدل RAM، معیار شارپ، میانگین انحرافات مطلق.

۱. کارشناس ارشد مدیریت صنعتی، دانشکده ادبیات و علوم انسانی، دانشگاه گیلان، رشت، ایران

۲. استادیار گروه مدیریت دانشکده ادبیات و علوم انسانی، دانشگاه گیلان، رشت، ایران

۳. استادیار گروه مدیریت دانشکده ادبیات و علوم انسانی، دانشگاه گیلان، رشت، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۸/۲۴

تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۶/۰۵/۲۷

نویسنده مسئول مقاله: کیخسرو یاکیده

E-mail: yakideh@guilan.ac.ir

مقدمه

سرمایه‌گذاری در چارچوب سبد سهام، در پرتو اندیشه‌های مارکوویتز و شارپ روند تکاملی پیموده و کاربرد برنامه‌ریزی ریاضی، دقت سرمایه‌گذاری در سبد سهام را افزایش داده است (دارابی، وقفی، حبیب‌زاده و آهنگری، ۱۳۹۵)؛ اما مدل ریاضی مارکوویتز محدودیت‌هایی دارد که مهم‌ترین آنها درجه دوم بودن این مدل است.

مارکوویتز (۱۹۵۲) سوابق بازده سهام‌ها را مبنای اطلاعاتی مدل خود قرار داد؛ به گونه‌ای که میانگین بازده تاریخی یک سهم امید بازده یا نشانگر بازده آتی تلقی شد و واریانس بازده تاریخی که گویای نوسانات و بی‌ثباتی در سابقه تاریخی بود، ریسک سهم تعریف شد. اما مدل مارکوویتز غیرخطی است و به همین دلیل محققان بسیاری به ارائه روش‌های فرا ابتکاری برای حل آن پرداختند و برخی دیگر مدل‌های خطی جایگزینی ارائه دادند که از آن جمله می‌توان به پژوهش‌های دنگ، لین و لو (۲۰۱۲)، الهی و یوسفی (۱۳۹۳) و قدسی، تهرانی و بشیری (۱۳۹۴) اشاره کرد. میان تلاش‌های اولیه از این دست، مدل کونو و یامازاکی (۱۹۹۱) که برای رفع مشکل درجه دوم بودن معیار ریسک در مدل مارکوویتز ارائه شد، مدلی خطی، ساده، فهم‌پذیر و کارآمدی است. در این مدل معیار میانگین انحرافات مطلق از میانگین که در این مقاله به اختصار میانگین انحرافات مطلق گفته می‌شود، به‌عنوان معیار ریسک در نظر گرفته شده است.

همه تلاش‌ها در ادبیات ریسک و سرمایه‌گذاری در یک راستا شکل نگرفته‌اند. برخی تلاش‌ها استفاده از بازده تاریخی به‌عنوان مبنای بهینه‌سازی را نقد کرده و در صدد جایگزین کردن داده‌های دیگر به جای این داده‌ها برآمدند. یکی از روندهای قابل شناسایی در ادبیات ریسک و سرمایه‌گذاری، گرایش به استفاده از نسبت‌های مالی شرکت‌ها در بهینه‌سازی سبد سهام است. نسبت‌های مالی و اطلاعات موجود در ترازنامه و صورت سود و زیان ترازنامه در آخرین دوره، به‌روزترین اطلاعاتی است که می‌تواند نشان‌دهنده وضعیت آتی یک سهم باشد. لیم، اوه و ژو (۲۰۱۴) با کاربرد نسبت‌های مالی به‌عنوان ورودی‌ها و خروجی‌های تحلیل پوششی داده‌ها، به تولید داده‌های جایگزین برای بازده تاریخی پرداختند. روش کارایی متقاطع در تحلیل پوششی داده‌ها می‌تواند به هر یک از واحدها یا شرکت‌های ارزیابی‌شده، به جای یک نمره کارایی، مجموعه‌ای از نمرات متفاوت کارایی را نسبت دهد. لیم و همکارانش (۲۰۱۴) این نمرات را با بازده تاریخی در مدل مارکوویتز جایگزین کرده و امکان استفاده از این منبع اطلاعاتی جدید را نشان دادند. اما در ادبیات موضوع هنوز سابقه‌ای از اجرای مدل‌های دیگر بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از این منبع اطلاعاتی مشاهده نمی‌شود. بنابراین اجرای مدل‌های دیگر با استفاده

از کارایی متقاطع و بررسی عملکرد آنها در دنیای واقعی، بخشی از تلاش‌های انجام نشده در حوزه پژوهش بهینه‌سازی سبد سهام است.

در این پژوهش برای تشکیل سبد سهام، مدل کونو و یامازاکی (۱۹۹۱) بر مبنای اطلاعاتی کارایی متقاطع به کار رفته تا در عمل و با توجه به شواهد واقعی از بازار بورس اوراق بهادار تهران، کارآمدی مدل کونو و یامازاکی (۱۹۹۱) روی کارایی متقاطع نشان داده شود، البته این تنها تفاوت پژوهش حاضر با پژوهش‌های پیشین نیست. کاربرد کارایی متقاطع به‌عنوان مبنای اطلاعاتی بهینه‌سازی سبد سهام، مستلزم رعایت یک ملاحظه است. نسبت‌های مالی در بخش‌های مختلف صنعت، عرف‌های متفاوت دارند و در کنار هم قرار دادن همه شرکت‌های موجود در تحلیل کنار هم می‌تواند نقد شود. در پاسخ به این ملاحظه، در پژوهش پیش رو یک الگوریتم دو مرحله‌ای با معیار حداقل میانگین انحرافات مطلق از میانگین ارائه شده که در آن از نسبت‌های مالی و بازده به‌صورت هم‌زمان برای تشکیل سبد سهام بهینه استفاده می‌شود. هدف از تلاش‌ها در حوزه بهینه‌سازی سبد سهام، ارائه راه حل برای تشکیل سبدی است که انتظار می‌رود در دنیای واقعی به کسب سود بیشتر برای سرمایه‌گذار منجر شود. در این پژوهش دو روش برای بهبود تحقیق لیم و همکارانش (۲۰۱۴) ارائه شده و عملکرد روش‌ها با رجوع به شواهد واقعی از بازار بورس اوراق بهادار تهران بررسی می‌شود.

پیشینه نظری و تجربی پژوهش

مرور ادبیات به دو بخش دسته‌بندی شده است تا جنبه‌های مختلف موضوع بررسی شود. ابتدا در بخش بهینه‌سازی سبد سهام، به مرور تاریخچه این مهم و تشریح مدل کونو و یامازاکی (۱۹۹۱) پرداخته می‌شود، سپس در بخش تولید داده با تحلیل پوششی داده‌ها برای بهینه‌سازی سبد سهام، کاربرد کارایی متقاطع تشریح خواهد شد.

بهینه‌سازی سبد سهام

در نظریه مارکوویتز میانگین بازده تاریخی یک سهم، امید بازده یا نشانگر بازده آتی تلقی شده و واریانس بازده تاریخی که بیان‌کننده نوسان‌ها و بی‌ثباتی در سابقه بازده است، ریسک سهم تعریف می‌شود. مارکوویتز نشان داد بازده یک سبد ترکیب خطی بازده سهم‌های آن است، ولی ریسک سهم ترکیب خطی ریسک سهم‌های آن نیست و باید به‌طور مستقل تعریف شود. نظریه مارکوویتز با ارائه بیان ریاضی از ریسک سبد سهام، توانست تشکیل سبد و تنوع‌بخشی به دارایی‌ها را تئوریزه کند. او نشان داد ریسک سهام از مجموع وزنی ریسک سهم‌های آن کمتر است؛ چون در یک سبد تغییر نامطلوب در یک سهم ممکن است با تغییر مطلوب در سهم دیگر

جبران شود. نظریه مارکوویتز به نظریه مدرن سرمایه‌گذاری شهرت پیدا کرد. مدتی بعد، از بازده تاریخی به‌عنوان مبنای بهینه‌سازی انتقاد شد. میانگین سوابق تاریخی بازده سهم نمی‌تواند معیار مناسبی برای ارزیابی و انتخاب سهم باشد. برای مثال، فرض کنید سهام شرکتی همیشه بازده بالایی داشته، ولی در آخرین سال زیان داده است؛ اگر میانگین بازده در دوره‌های گذشته را مبنای قضاوت قرار دهیم، بازده بالا در دوره‌های گذشته زیان اخیر آن را جبران می‌کند و میانگین معقولی نشان می‌دهد، در حالی که وضع اخیر سهام شرکت مطلوب نیست و عقل حکم می‌کند روی آن سرمایه‌گذاری نشود. استفاده از نسبت‌های مالی در آخرین دوره زمانی، ایده دیگری است که محققان از آن استقبال کرده‌اند. هدف استفاده از نسبت‌های مالی، به‌دست آوردن تخمین معقولی از وضع آتی شرکت در آینده است. میان محققان کسانی مثل سامارا، ماتسانسینی و زاپوندینی (۲۰۰۸)، کیدوناس، ماوروتاس و پیساراسا (۲۰۰۹) و شارما و مهرا (۲۰۱۶) با نسبت‌دادن ترکیب خطی نسبت‌های مالی به سبد به‌عنوان شاخصی از سبد که می‌تواند نشان‌دهنده بازده آن باشد، به مدل‌سازی مسئله بهینه‌سازی سبد سهام پرداختند.

ادریسینگ و ژانگ (۲۰۰۸) از ترکیب شاخص‌های مالی و مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها بهره گرفتند. نتایج پژوهش آنها نشان‌دهنده همبستگی معنادار میان کارایی حاصل از مدل تحلیل پوششی داده‌ها و بازده شرکت‌ها بود. پس از آنها لیم و همکارانش (۲۰۱۴) با کاربرد نسبت‌های مالی ادریسینگ و ژانگ (۲۰۰۸) به‌عنوان ورودی‌ها و خروجی‌های تحلیل پوششی داده‌ها، به تولید داده‌های جایگزین برای بازده تاریخی پرداختند و این نمرات را جایگزین بازده تاریخی در مدل مارکوویتز کردند. در پژوهش حاضر از این منبع اطلاعاتی برای بهینه‌سازی سبد سهام استفاده می‌شود. اما سامارا و همکاران (۲۰۰۸)، کیدوناس، ماوروتاس و ساراسا (۲۰۰۹) و شارما و مهرا (۲۰۱۶) هنگام استفاده از نسبت‌های مالی، بازار را به دو یا چند بخش محدود طبقه‌بندی کردند. در پژوهش‌هایی که از نسبت‌های مالی استفاده می‌شود، لازم است به تفاوت عرف‌های رایج بین صنایع مختلف توجه شود. در پژوهش حاضر، الگوریتم جدیدی ارائه می‌شود که به تفاوت صنایع به‌طور کامل توجه می‌کند.

مرور ادبیات مدیریت ریسک و سرمایه‌گذاری نشان داد از معیارهای ریسکی که نوسان بالا و پایین میانگین را همزمان در نظر می‌گیرند، انتقاد شد و ادبیات مدیریت ریسک به سمت تعریف معیارهای ریسکی که فقط نوسان‌های نامطلوب یا پایین‌تر از میانگین را مد نظر قرار می‌دادند، گرایش پیدا کرد. مجموعه مدل‌های بهینه‌سازی سبد سهام که معیارهای ریسک نامطلوب را مبنای قرار می‌دادند، به نظریه فرامدرن شهرت یافتند؛ اما با ظهور نظریه فرامدرن، تلاش‌ها در حوزه نظریه مدرن متوقف نشد. از یک سو بسیاری تلاش‌ها مثل مانسینی، اگریزاک، اسپرانزا و گرازیبا

(۲۰۱۵)، چانگ، مید، بیزلی و شاریها (۲۰۰۰) و او، کیم و مین (۲۰۰۵) به ارائه راه حل‌های فراابتکاری برای حل مدل غیرخطی مارکوویتز معطوف شد و از سوی دیگر، به پیروی از شارپ (۱۹۷۱) تلاش‌های زیادی برای خطی‌سازی مدل‌های بهینه‌سازی سبد سهام انجام گرفت. از جمله تلاش‌هایی که در آنها معیار ریسک با هدف خطی کردن در بهینه‌سازی سبد سهام تغییر کرد، می‌توان به تلاش پژوهشگرانی مانند کونو و یامازاکی (۱۹۹۱)، شالیت و بیتزاک (۲۰۰۵)، پیاریستودولو و دتزار (۲۰۰۴) و مانسینی، اگریزاک، ولودزیمیر و اسپرانزا (۲۰۰۳) اشاره کرد. در این میان مدل کونو و یامازاکی مدل ساده، فهم‌پذیر و قابل اعتنایی است. آنها مدلی برای انتخاب سبد سهام ارائه کردند که در آن میانگین انحرافات مطلق از میانگین به‌عنوان معیار ریسک استفاده می‌شود. این مدل یک مدل خطی است و برخلاف مدل مارکوویتز با مشکلات محاسباتی مواجه نمی‌شود.

نکته مهم این است که در دفاع از معیارهای ریسک می‌توان به بحث استدلالی پرداخت. برای مثال مدل کونو و یامازاکی (۱۹۹۱) را به دلیل خطی بودن بر مدل مارکوویتز برتری داد یا مدل‌های بهینه‌سازی بر مبنای معیارهای ریسک نامطلوب را که نوسان‌های بالای میانگین را ریسک نمی‌انگارند، بر مدلی مبتنی بر معیار میانگین انحرافات مطلق برتری داد، اما از آنجا که ریسک یک سرمایه‌گذاری تمام و کمال در نوسان‌های یک مجموعه داده منعکس نمی‌شود، بهتر است عملکرد مدل‌ها و معیارهای ریسک روی داده‌های واقعی بررسی شود. به‌علاوه منبع اطلاعاتی کارایی متقاطع که در این تحقیق استفاده می‌شود، قدری با منبع اطلاعاتی بازده تاریخی متفاوت است. وجود نوسان‌های بالای میانگین در بازده تاریخی ممکن است نشانه‌ای از ریسکی بودن وضعیت شرکت نباشد، اما وجود نوسان‌ها در کارایی متقاطع به لحاظ ریاضی، هنگامی اتفاق می‌افتد که واحد تحت ارزیابی در برخی شاخص‌ها خوب و در برخی دیگر در مقایسه با بقیه شرکت‌ها بد باشد (لیم و همکاران، ۲۰۱۴). چون سخن از نسبت‌های مالی است، مدلی کارآمد محسوب می‌شود که بدتر بودن برخی از آنها را به ریسک محاسبه‌شده تبدیل کند. در این پژوهش مدل کونو و یامازاکی (۱۹۹۱) مبنای بهینه‌سازی سبد سهام قرار می‌گیرد. بخش‌های بعد پیشینه پژوهش به تشریح این مدل، نحوه تولید داده‌های کارایی متقاطع و طرح لزوم بخش‌بندی بازار اختصاص داده شده است.

در ادبیات بهینه‌سازی سبد منبع اطلاعاتی که معمولاً برای اجرای مدل به کار می‌رود، سوابق بازده سهم‌ها در T دوره گذشته است. میانگین بازده سهم در T دوره گذشته امید بازده آتی و نوسان‌های بازده سهم که ممکن است با معیار واریانس یا میانگین انحرافات مطلق یا هر معیار دیگری محاسبه شود، ریسک سهم در نظر گرفته می‌شود. روشن است که بازده سبد در هر دوره

زمانی ترکیب خطی بازده سهام‌هاست و امید ریاضی بازده سبد عبارت خواهد بود از ترکیب خطی امید ریاضی بازده سهام‌ها که در رابطه ۱ نمایش داده شده است.

$$\sum_{t=1}^T \frac{1}{T} \sum_{j=1}^n r_{jt} x_j = \sum_{j=1}^n \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_{jt} x_j = \sum_{j=1}^n \mu_j x_j \quad \text{رابطه ۱}$$

در این رابطه، r_{jt} بازده یک سهم در زمان t ؛ x_j سهم هر سهم در سبد؛ μ_j میانگین بازده سهم j ام در طول T دوره گذشته است. اما در مورد ریسک سبد این طور نیست، یعنی ریسک سبد ترکیب خطی ریسک سهام‌ها نیست و باید به طور مستقل با معیار ریسک تعریف شود. در مدل کونو و یامازاکی (۱۹۹۱) ریسک که میانگین انحرافات مطلق است به صورت رابطه ۲ تعریف می‌شود.

$$\delta(x) = E\{|R_x - E\{R_x\}|\} \quad \text{رابطه ۲}$$

$\delta(x)$ میانگین انحرافات مطلق؛ $E\{R_x\}$ بازده مورد انتظار سبد؛ R_x متغیر تصادفی بازده سبد سهام و x_j وزن واحد j ام در سبد است. با فرض وجود اطلاعات T دوره زمانی، می‌توان R_x متغیر تصادفی بازده سبد سهام را متغیری گسسته با T مقدار فرض کرد. از آنجا که بازده سبد ترکیب خطی بازده سهام‌هاست، می‌توان آن را به شکل رابطه ۳ نمایش داد.

$$R_x = \sum_{j=1}^n r_{jt} x_j \quad t = 1, 2, \dots, T \quad \text{رابطه ۳}$$

$E\{R_x\}$ عبارت است از میانگین متغیر تصادفی بازده سبد که با ترکیب خطی میانگین بازده سهام‌ها برابر است. بنابراین رابطه ۴ برقرار است.

$$E\{R_x\} = \sum_{j=1}^n \mu_j x_j \quad \text{رابطه ۴}$$

از آنجا که $E\{R_x\}$ در حل یک مسئله با T دوره بازده یک عدد ثابت است و R_x متغیر تصادفی گسسته بازده مجموعه‌ای از T عدد است، تغییر متغیر مطابق رابطه‌های ۵ و ۶ به سادگی مسئله کمک می‌کند.

$$\sum_{j=1}^n \mu_j x_j = \mu \quad \text{رابطه ۵}$$

$$\sum_{j=1}^n r_{jt} x_j = y_t \quad t = 1, 2, \dots, T \quad \text{رابطه ۶}$$

بنابراین میانگین انحرافات مطلق را می‌توان به شکل رابطه ۷ نشان داد.

$$\delta(x) = \sum_{t=1}^T p_t (|y_t - \mu|) \quad \text{رابطه ۷}$$

p_t در اینجا ضریبی برابر با $1/T$ است. تغییر متغیر مطابق رابطه ۸ باز هم به ساده‌تر شدن رابطه‌ها کمک می‌کند.

$$|y_t - \mu| = d_t \quad \text{رابطه ۸}$$

بنابراین مدل بهینه‌سازی سبب سهام با حداقل میانگین انحرافات مطلق را می‌توان به شکل رابطه ۹ ارائه کرد.

$$\delta^*(x) = \text{Min} \sum_{t=1}^T p_t d_t \quad \text{رابطه ۹}$$

$$|y_t - \mu| = d_t \quad t = 1, 2, \dots, T$$

$$\sum_{j=1}^n \mu_j x_j = \mu$$

$$\sum_{j=1}^n r_{jt} x_j = y_t \quad t = 1, 2, \dots, T$$

$$p_t = \frac{1}{T}$$

$$\sum_{j=1}^n x_j = 1$$

در این مدل، μ بازده مورد انتظار سبب؛ p_t احتمال رخ دادن در زمان t ، و y_t بازده سبب در زمان t است. رابطه ۹ به دلیل وجود عبارت قدر مطلق با برنامه‌ریزی خطی حل نمی‌شود، اما خوشبختانه تبدیل قدر مطلق به قیود خطی کار دشواری نیست. قدر مطلق یک مقدار بزرگ‌تر یا مساوی آن مقدار و قرینه آن مقدار است. بنابراین به جای رابطه ۸، رابطه‌های ۱۰ و ۱۱ را می‌توان ارائه داد.

$$d_t \geq y_t - \mu \quad t = 1, \dots, T \quad \text{رابطه (۱۰)}$$

$$d_t \geq -(y_t - \mu) \quad t = 1, \dots, T \quad \text{رابطه (۱۱)}$$

بنابراین مدل خطی بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از حداقل میانگین انحرافات مطلق، به روش کونو و یامازاکی (۱۹۹۱) به صورت رابطه ۱۲ ارائه می‌شود.

$$\min \sum_{t=1}^T p_t d_t \quad \text{رابطه (۱۲)}$$

$$d_t \geq y_t - \mu \quad t = 1, \dots, T$$

$$d_t \geq -(y_t - \mu) \quad t = 1, \dots, T$$

$$y_t = \sum_{j=1}^n r_{jt} x_j \quad t = 1, \dots, T$$

$$\mu = \sum_{j=1}^n \mu_j x_j$$

$$\mu \geq \mu_0$$

$$d_t \geq 0 \quad t = 1, \dots, T$$

$$x \in Q$$

در این مدل با توجه به قید $d_t \geq 0$ ، اگر $y_t - \mu \geq 0$ برقرار باشد، آنگاه قید $d_t \geq -(y_t - \mu)$ به قید زائد تبدیل می‌شود و اگر $y_t - \mu \geq 0$ برقرار نباشد، قید $d_t \geq y_t - \mu$ به صورت قید زائد در خواهد آمد (لی، هان و ژیا، ۲۰۱۶).

تولید داده با تحلیل پوششی داده‌ها برای بهینه‌سازی سبد سهام

همان‌گونه که گفته شد، در ادبیات بهینه‌سازی سبد منابع اطلاعاتی که معمولاً برای اجرای مدل به کار می‌رود، سوابق بازده سهام‌ها در T دوره گذشته است؛ اما ادریسینگ و ژانگ (۲۰۰۸) به نسبت‌های مالی توجه کردند. آنها سودآوری و رشد (ROA، ROE، حاشیه سود خالص، سود هر سهم، نرخ رشد درآمدها، نرخ رشد سود خالص، نرخ رشد هر سهم) که از جنس نتیجه‌گیری هستند را به عنوان خروجی‌ها در نظر گرفتند و نسبت‌های نقدینگی، اهرمی و فعالیت (گردش حساب‌های دریافتی، گردش موجودی کالا، گردش دارایی، نسبت جاری، نسبت آنی، ضریب

مالکانه، نسبت بدهی، بدهی به حقوق صاحبان سهام، بدهی بلندمدت به حقوق صاحبان سهام) را نیز به عنوان ورودی‌های یک مدل تحلیل پوششی داده‌ها قرار دادند؛ زیرا برنامه و استراتژی‌های عملیاتی هر شرکت تلقی می‌شوند. تحلیل پوششی داده‌ها مجموعه گسترده‌ای از مدل‌ها را شامل می‌شود که به طور خلاصه با تخصیص مطلوب‌ترین وزن‌ها به ورودی‌ها و خروجی‌های هر شرکت، ارزیابی خوش‌بینانه‌ای از آن شرکت به دست می‌دهند. این ارزیابی مبتنی حداکثرسازی نسبت موزون خروجی‌ها به ورودی‌هاست که در رابطه ۱۳ برای واحد o نشان داده شده است. فعلاً در اینجا از تشریح قیود این حداکثرسازی اجتناب می‌شود.

$$E_o = \text{Max} \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{ro}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{io}} \quad (\text{رابطه ۱۳})$$

در این رابطه، y_{ro} خروجی r ام واحد o و x_{io} ورودی i ام این واحد است. ادریسینگ و ژانگ (۲۰۰۸) نشان دادند با در نظر گرفتن این شاخص‌های ورودی و خروجی، برای یک مدل تحلیل پوششی داده‌ها، آنچه به عنوان نمره کارایی محاسبه می‌شود را می‌توان قوت مالی شرکت نامید؛ چرا که در تحقیق آنان، نمره نه تنها با بازده همبستگی داشت، بلکه با بازده آتی و بازده دو دوره بعد نیز همبستگی نشان می‌داد. اما با در نظر گرفتن یک مجموعه نسبت مالی برای هر شرکت، یک عدد قوت مالی محاسبه می‌شود که نمی‌تواند جایگزین مجموعه‌ای از داده‌های بازده شود که معمولاً در بهینه‌سازی سبد سهام به کار می‌رود.

لیم و همکارانش (۲۰۱۴) از جدول کارایی متقاطع به عنوان مبنای جدید بهینه‌سازی سبد سهام استفاده کردند و با اجرای مدل مارکوویتز روی آن، قابلیت کاربرد این روش را نشان دادند. در روش کارایی متقاطع، کارایی هر واحد بر اساس وزن‌های واحدهای دیگر محاسبه می‌شود (مؤمنی، ۱۳۹۳).

واحد	A	B
A	E_{AA}	E_{AB}
B	E_{BA}	E_{BB}

$$E_{kj} = \frac{\sum_{r=1}^s u_r^k y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i^k x_{ij}} \quad (\text{رابطه ۱۴})$$

u_r^k وزن مطلوب خروجی r ام واحد k است و v_i^k وزن مطلوب ورودی i ام واحد k است که در ارزیابی واحد j به کار برده می‌شود. y_{rj} خروجی r ام واحد j و x_{ij} ورودی i ام واحد j است که ارزیابی متقاطع شده است.

زمانی که مطابق رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها، نمره کارایی یک شرکت با تخصیص بهترین وزن‌ها برای آن شرکت محاسبه می‌شود، یک تعبیر از این کار در واقع ارزیابی شرکت در بهترین

شرایط محتمل است. حال وقتی در قالب کارایی متقاطع، وزن‌های بهینه واحد A برای محاسبه کارایی واحد B به کار برده می‌شود، در واقع کارایی واحد B در موقعیتی محاسبه می‌شود که شرایط به نفع واحد A بوده است. شرایط حاکم بر بازار در هر صورت به نفع یکی از شرکت‌های موجود در تحلیل است. بنابراین نمرات هر سطر در ماتریس کارایی متقاطع، در واقع کارایی شرکت در موقعیت‌های مختلف است که فرض شده به نفع شرکت یا رقیبان متعدد شرکت است. بر این اساس متوسط کارایی متقاطع هر شرکت، نشان‌دهنده امید یا سرجمع وضعیت‌هایی است که احتمال می‌رود شرکت در آینده با آن مواجه شود. اما نوسانات موجود در نمرات کارایی متقاطع وقتی واحد تحت ارزیابی از حیث همه شاخص‌های ورودی و خروجی نسبت به بقیه واحدها در موقعیت رتبه‌ای مشابه باشد، کم خواهد بود. هر چه موقعیت واحد تحت ارزیابی از حیث برخی شاخص‌ها با موقعیت این شاخص از حیث برخی دیگر متفاوت باشد، نمرات کارایی متقاطع نوسان‌های بیشتری نشان می‌دهد (لیم و همکاران، ۲۰۱۴). این واقعیت از آنجا نشئت می‌گیرد که مدل تحلیل پوششی داده‌ها، مطلوب‌ترین وزن‌ها را به هر واحد تخصیص می‌دهد. حال اگر واحد از حیث برخی شاخص‌ها بد و از حیث برخی دیگر خوب باشد، با تخصیص وزن‌های بالا به شاخص‌های خوب کارایی متقاطع بالا ایجاد شده و با تخصیص وزن بالا به شاخص‌های بد، کارایی متقاطع پایین پیدا می‌کند. بنابراین عدم توازن در ورودی‌ها و خروجی‌های یک واحد به نوسان‌های بیشتر کارایی متقاطع منجر می‌شود. از آنجا که عدم توازن در وضعیت نسبت‌های مالی می‌تواند نشان‌دهنده وضعیت آتی نامساعد باشد، به نظر می‌رسد معیارهای ریسک مدرن که نوسان‌های بالا و پایین را جریمه می‌کنند، برای فرموله کردن ریسک با این منبع اطلاعاتی مناسب‌تر باشند.

برای به دست آوردن نمرات کارایی و وزن‌های هر واحد به منظور تشکیل جدول کارایی متقاطع، به یک مدل تحلیل پوششی داده‌ها نیاز داریم. در پژوهش لیم و همکارانش (۲۰۱۴) از مدل RAM استفاده شده است، این مدل ویرایشی از مدل جمعی با بازده به مقیاس متغیر است که دارای خاصیت ثبات در مقابل تغییر واحد اندازه‌گیری ورودی‌ها و خروجی‌ها و ثبات نسبت به انتقال محورهای خروجی و ورودی است. این ویژگی امکان اجرای آن را روی داده‌های منفی فراهم می‌کند. مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها اغلب در دو فرم دوگان ارائه می‌شوند که یکی فرم مضربی و دیگری فرم پوششی نامیده می‌شود. فرمی از مدل تحلیل پوششی داده‌ها که برای محاسبه کارایی متقاطع کاربرد دارد، فرم مضربی است. فرم مضربی مدل RAM به صورت مدل زیر است.

$$\text{Min } e_k^d = \sum_{i=1}^m v_i x_{ik} - \sum_{r=1}^s u_r y_{rk} - w \quad (\text{رابطه ۱۵})$$

$$\text{s. t. } \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + w \leq 0$$

$$u \geq \frac{1}{m+s} R^+, v \geq \frac{1}{m+s} R^-$$

بازه‌های R_r^+ و R_i^- در مدل (رابطه ۱۵) به صورت رابطه‌های ۱۶ و ۱۷ تعریف می‌شوند.

$$R_i^- = \hat{x}_{ij} - \check{x}_{ij} \quad (i = 1, \dots, m) \quad (\text{رابطه ۱۶})$$

$$R_r^+ = \hat{y}_{rj} - \check{y}_{rj} \quad (r = 1, \dots, s) \quad (\text{رابطه ۱۷})$$

y_{rj} خروجی نام واحد j و x_{ij} ورودی نام واحد i است. منظور از واحد j در اینجا همه واحدهای موجود در تحلیل است. این مدل برای تک تک واحدها اجرا می‌شود تا مطلوب‌ترین وزن‌ها را برای هر واحد مشخص کند. y_{ro} خروجی نام واحد 0 یا واحد تحت ارزیابی؛ x_{io} ورودی نام واحد تحت ارزیابی؛ \hat{x}_{ij} بیشترین مقدار ورودی نام؛ \check{x}_{ij} کمترین مقدار ورودی نام در بین واحدها؛ \hat{y}_{rj} بیشترین مقدار خروجی نام و \check{y}_{rj} کمترین مقدار خروجی نام بین همه واحدهاست. در این روابط همه واحدها با اندیس j نشان داده شده‌اند.

باید توجه داشت که با حل مدل RAM مقدار ناکارایی به دست می‌آید، مقدار کارایی یک منهای مقدار ناکارایی است. با استفاده از وزن‌های بهینه به دست آمده در ارزیابی هر واحد و جایگذاری آن در تابع هدف مدل نظیر واحدهای دیگر، مقدار ناکارایی سایر واحدها مشخص شده و جدول کارایی متقاطع تشکیل می‌شود. لیم و همکارانش (۲۰۱۴) نمرات کارایی متقاطع هر شرکت را به جای سوابق بازده شرکت به کار بردند. بر این اساس میانگین کارایی متقاطع نشان‌دهنده بازده مورد انتظار هر سهم و واریانس کارایی متقاطع به عنوان ریسک هر سهم در نظر گرفته شد. اگر واریانس کارایی متقاطع یک سید می‌تواند بیان‌کننده ریسک آن سید باشد، میانگین انحرافات مطلق هم می‌تواند ریسک را نمایندگی کند، در واقع این مفهوم ایده اولیه پژوهشگران در این پژوهش بوده است. در واقع تجربه لیم و همکارانش (۲۰۱۴) روی کارایی متقاطع، این بار به جای مدل مارکوویتز با مدل خطی کونو و یامازاکی (۱۹۹۱) و با حداقل کردن میانگین انحرافات مطلق تکرار شده است. سابقه استفاده از این منبع اطلاعاتی قبلاً با تئوری بازی (گودرزی، یاکیده و محفوظی، ۱۳۹۵)، روش تصمیم‌گیری هورویتز (گودرزی، یاکیده و

محفوظی، ۱۳۹۵) و ارزش در معرض خطر شرطی (یاکیده، قلی‌زاده و کاظمی، ۱۳۹۵) گزارش شده است؛ اما سابقه‌ای از کاربرد مدل خطی کونو و یامازاکی (۱۹۹۱) روی این منبع اطلاعاتی گزارش نشده است. گفتنی است هنگامی که از شاخص‌های مالی به‌عنوان داده برای مقایسه سهام‌ها و تشکیل سبد سهام استفاده شود، اینکه هر سهم به کدام بخش از صنعت تعلق دارد اهمیت می‌یابد. در بخش بعد به لزوم بخش‌بندی بازار هنگام استفاده از نسبت‌های مالی و سابقه آن در ادبیات موضوع پرداخته می‌شود.

مسئله پژوهش

در روش لیم و همکارانش (۲۰۱۴) مدل شناخته‌شده مارکوویتز با استفاده از داده‌های کارایی متقاطع اجرا می‌شود. در واقع لیم و همکارانش کارایی متقاطع را به جای بازده تاریخی سهم‌ها به‌عنوان اطلاعات مبنا در بهینه‌سازی سبد سهام به‌کار بردند. مسئله اصلی این تحقیق بررسی همزمان دو ایده برای بهبود پژوهش لیم و همکارانش است و برای تحقق این دو ایده، دو روش پیشنهاد شده است. این دو ایده عبارت‌اند از:

۱. به‌کارگیری مدل کونو و یامازاکی به جای مدل مارکوویتز بر مبنای اطلاعات کارایی متقاطع: مدل کونو و یامازاکی مدل ساده و فهم‌پذیری است که در آن میانگین انحرافات مطلق از میانگین به‌عنوان معیار ریسک استفاده می‌شود و امید ریاضی بازده سبد عبارت است از ترکیب خطی امید ریاضی بازده سهم‌ها. مدل یاد شده یک مدل خطی است و برخلاف مدل مارکوویتز با مشکلات محاسباتی مواجه نمی‌شود. این مدل در قسمت‌های قبل تشریح شد و شکل نهایی آن در قالب رابطه ۱۲ آمده است. شایان ذکر است که در این پژوهش مدل کونو و یامازاکی روی داده‌های حاصل از کارایی متقاطع به اجرا درآمده که می‌توان آن را تجربه انحصاری پژوهش قلمداد کرد. کارایی متقاطع با استفاده از اجرای مدل تحلیل پوششی داده‌ها حاصل می‌شود و در این مدل شاخص‌های مالی به‌عنوان ورودی و خروجی به‌کار رفته‌اند.

۲. ملاحظه ضرورت بخش‌بندی بازار هنگام استفاده از کارایی متقاطع: هنگامی که از شاخص‌های مالی به‌عنوان منبع اطلاعاتی در بهینه‌سازی سبد سهام استفاده شود، توجه به اینکه هر سهم به کدام بخش از صنعت تعلق دارد، ضروری است؛ زیرا نسبت‌های مالی در هر گروهی از شرکت‌ها یا بخشی از بازار اقتصادی عرف‌هایی دارد. برای مثال، در برخی صنایع داشتن بدهی‌های بالا معمول است و در برخی بدهی‌های بالا مقبول نیست. بنابراین وقتی قرار باشد شرکت‌ها بر اساس نسبت‌های مالی مقایسه شوند، خیلی عقلانی نیست که همه شرکت‌ها از همه صنایع با هم مورد مقایسه قرار گیرند. در نتیجه لازم است مقایسه در بخش‌ها جدا جدا انجام

شود. تجارب مرتبط با استفاده از نسبت‌های مالی اغلب به این مهم توجه نکرده‌اند؛ از جمله لیم و همکارانش (۲۰۱۴) که نسبت‌های مالی را برای تولید کارایی متقاطع در نظر گرفتند و هیچ نوع بخش‌بندی بین شرکت‌ها انجام ندادند. میان پژوهش‌های داخلی گودرزی و همکارانش (۱۳۹۵) که کارایی متقاطع و تئوری بازی‌ها را برای بهینه‌سازی سبد سهام به کار بردند یا در تجربه‌ای دیگر که گودرزی و همکارانش (۱۳۹۵) کارایی متقاطع را برای بهینه‌سازی سبد سهام با روش تصمیم‌هورویتز تلفیق کردند، اگرچه از نسبت‌های مالی بهره بردند، به لزوم بخش‌بندی بازار توجهی نکردند. اما این مهم از نظر برخی پژوهشگران مثل سامارا و همکاران (۲۰۰۸)، کیدوناس و همکاران (۲۰۰۹) و شارما و مهرا (۲۰۱۶) دور نماند. البته در این موارد هم بازار تنها به چند بخش محدود طبقه‌بندی شده است. در این پژوهش طبقه‌بندی بر اساس معیار ISIC که یک طبقه‌بندی مرجع برای کلیه فعالیت‌های اقتصادی است، انجام می‌گیرد و یک الگوریتم دو مرحله‌ای ارائه می‌شود که به‌طور کامل به تفاوت میان بخش‌ها توجه می‌کند. ناگفته نماند این نوع بخش‌بندی به زمان و محاسبات گسترده‌ای نیاز دارد.

روش پیشنهادی

در این پژوهش دو روش بهینه‌سازی سبد سهام بر مبنای حداقل کردن میانگین انحرافات مطلق پیشنهاد شده است. در هر دو روش، مبنای اطلاعاتی برای بهینه‌سازی سبد سهام همانند لیم و همکارانش (۲۰۱۴) کارایی متقاطع بوده است. روش اول اعمال مدل کونو و یامازاکی (۱۹۹۱) روی داده‌های کارایی متقاطع و روش دوم الگوریتم دو مرحله‌ای است که ملاحظه بخش‌بندی بازار در آن در نظر گرفته شده است. در بخش بعد ابتدا به بررسی این دو روش پرداخته می‌شود، سپس در بخش تجزیه و تحلیل و مقایسه که نتیجه عملی به‌کارگیری معیار میانگین انحرافات مطلق روی کارایی متقاطع و نیز نتیجه عملی ملاحظه بخش‌بندی بازار است، بررسی می‌شود.

روش پیشنهادی نخست: بهینه‌سازی با مدل کونو و یامازاکی روی کارایی متقاطع

۱. شاخص‌های مالی شرکت‌ها مشخص می‌شوند.
۲. با استفاده از اجرای مدل RAM روی شاخص‌های مالی، وزن‌های بهینه شاخص‌ها برای هر شرکت مشخص می‌شود.
۳. با جایگذاری وزن‌های بهینه هر شرکت در ارزیابی شرکت‌های دیگر، جدول کارایی متقاطع به دست می‌آید.
۴. با اجرای مدل حداقل میانگین انحرافات مطلق روی کارایی متقاطع، سبد بهینه مشخص می‌شود.

توجه به این نکته مهم است که این الگوریتم تکرار روش لیم و همکارانش (۲۰۱۴) است، با این تفاوت که به جای مدل مارکوویتز در آن از مدل کونو و یامازاکی استفاده می‌شود. به‌منظور بررسی، در قسمت تجزیه و تحلیل و مقایسه، این روش با روش لیم و همکارانش (۲۰۱۴) مقایسه شده است.

روش پیشنهادی دوم: بهینه‌سازی با مدل کونو و یامازاکی با الگوریتم دو مرحله‌ای

۱. بازار بر اساس معیار ISIC به صنایع مختلف تفکیک می‌شود.
 ۲. شاخص‌های مالی شرکت‌های هر صنعت جداگانه مشخص می‌شوند.
 ۳. از طریق اجرای مدل RAM روی شاخص‌های مالی هر صنعت، وزن‌های بهینه شاخص‌ها برای هر شرکت به دست می‌آید.
 ۴. با جای‌گذاری وزن‌های بهینه هر شرکت در ارزیابی شرکت‌های دیگر، جدول کارایی متقاطع برای هر صنعت مشخص می‌شود.
 ۵. با اجرای مدل حداقل میانگین انحرافات مطلق روی کارایی متقاطع هر صنعت، سبد بهینه هر صنعت مشخص می‌شود.
 ۶. بازده شرکت‌های موجود در سبدهای سهام صنایع استخراج شده و بازده سبد هر صنعت با توجه به وزن شرکت‌های موجود در آن، در چند دوره زمانی محاسبه و ثبت می‌شود.
 ۷. سبد هر صنعت یک واحد در نظر گرفته شده، بازده سبد مبنای مدل حداقل میانگین انحرافات مطلق قرار می‌گیرد و سبدهای از صنایع ساخته می‌شود.
 ۸. حاصل ضرب وزن هر صنعت در سبد صنایع در وزن شرکت‌های سبد آن صنعت، وزن هر شرکت را در سبد نهایی مشخص می‌کند.
- توجه به این نکته مهم است که در این الگوریتم برای تشکیل سبد سهام از هر دو منبع اطلاعاتی بازده و شاخص‌های مالی استفاده می‌شود.

تجزیه و تحلیل و مقایسه

در این پژوهش از نسبت‌های مالی و بازده شرکت‌های موجود در بورس اوراق بهادار تهران با اعمال دو محدودیت زیر استفاده شده است تا عملکرد روش‌های پیشنهادی در مقایسه با روش لیم و همکارانش (۲۰۱۴) بررسی شود:

- حذف شرکت‌هایی که داده‌های مد نظر را به‌طور کامل بیان نکرده باشند.
- حذف شرکت‌هایی که سال مالی آنها تاریخی غیر از پایان اسفند هر سال باشد.

۱۸۵ شرکت از فیلتر این دو محدودیت عبور کردند. بازه زمانی ۱۳۸۹/۰۱/۰۱ تا ۱۳۹۴/۱۲/۲۹ در نظر گرفته شد. نسبت‌های مالی در هر سال نیز از نرم‌افزار ره‌آورد نوین ۳ استخراج گردید. به‌منظور حل مدل‌ها از نرم‌افزار GAMS استفاده شده است تا داده‌های کارایی متقاطع با مدل RAM تولید شده و مدل کونو و یامازاکی با استفاده از آنها اجرا شود. بازده سبد هر سال، در سال بعد ثبت شده است. برای استخراج بازده سهام‌ها از سایت رسمی شرکت مدیریت فناوری بورس تهران بهره برده شده است.

در این پژوهش برای مقایسه عملکرد روش‌های مختلف، معیار شارپ (۱۹۶۴) بهره گرفته شده است. شارپ عموماً برای بررسی عملکرد یک سبد سهام به‌کار می‌رود. شارپ از تقسیم متوسط بازده اضافه سبد بر انحراف معیار بازده سبد به‌دست می‌آید. منظور از بازده اضافه در اینجا، بازده بیشتر از بازده سرمایه‌گذاری بدون ریسک است که معمولاً بازده سرمایه‌گذاری در بانک‌های مطمئن در نظر گرفته می‌شود. اگر \overline{TR}_p متوسط بازده کل سبد سهام در طول چند دوره زمانی مشخص و \overline{RF} متوسط نرخ بازده بدون ریسک در طول همان دوره‌ها باشد، $\overline{TR}_p - \overline{RF}$ بازده مازاد یا صرف ریسک سهام نامیده می‌شود. معیار شارپ از تقسیم صرف ریسک بر SD_p یعنی انحراف معیار بازده سبد سهام، در طول همان دوره‌ها، مطابق رابطه ۱۸ به‌دست می‌آید.

$$RVAR = \frac{\overline{TR}_p - \overline{RF}}{SD_p} \quad \text{رابطه ۱۸}$$

انحراف معیار بازده سبد سهام، معیار ریسک سبد است. بنابراین معیار شارپ که در واقع نسبت بازده اضافه به ریسک سبد است، بیان می‌کند که به ازای تحمل یک واحد ریسک چه میزان بازده اضافه از سبد حاصل شده است. به‌طور واضح، سبدي که مقدار شارپ بیشتری داشته باشد، سبدي با عملکرد بهتر محسوب می‌شود. از این معیار برای بررسی عملکرد یک روش بهینه‌سازی سبد هم می‌توان استفاده کرد (لیم و همکاران، ۲۰۱۴). برای این کار لازم است روش در دوره‌های زمانی به‌کار گرفته شده و سبد حاصل از اجرای روش در هر دوره مشخص شود. یک روش ممکن است در هر دوره، سبد متفاوتی ارائه کند. در واقع وقتی شارپ برای ارزیابی سبد به‌کار می‌رود، چیزی که در تمام دوره‌ها ثابت می‌ماند سبد و چیزی که تغییر می‌کند بازده سبد در دوره‌های مورد مطالعه است. اما وقتی این معیار برای بررسی یک روش به‌کار می‌رود چیزی که در تمام دوره‌ها ثابت می‌ماند روش است که در هر دوره تکرار می‌شود و سبد و بازده آن در هر دوره می‌تواند متفاوت باشد. برای اینکه روشن شود عملکرد سبد چگونه در دنیای واقعی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد، لازم است تأکید شود که منظور از بازده سبد، بازده سبد در دوره

بعد از تشکیل آن است. روشن است روشی که در سال‌های مورد مطالعه توانسته باشد نسبت بازده اضافه مثبت به ریسک بیشتری تولید کند، از سبد دیگر بهتر است. معمول است که شارپ سبد یا روش، با شارپ بازار یا با شارپ روش دیگر مقایسه شود. در این پژوهش شارپ دو روش پیشنهادی با شارپ روش لیم و همکاران (۲۰۱۴) و شارپ بازار مقایسه می‌شود.

در جدول ۱ سبدهای سهام رویکرد حل مدل حداقل میانگین انحرافات مطلق بر مبنای جدول کارایی متقاطع آورده شده است. این جدول شامل نام شرکت‌های موجود در سبد هر سال (۱۳۹۴-۱۳۹۰)، وزن شرکت در سبد، بازده شرکت و بازده سبد بهینه در سال بعد از تشکیل سبد است. وزن شرکت در سبد، در واقع همان نسبتی است که مدل به سرمایه‌گذار پیشنهاد می‌کند تا سرمایه‌گذار سرمایه خود را بر اساس این نسبت‌ها به سهام‌ها اختصاص دهد. وجود سهم‌هایی با بازده منفی در سبد پیشنهادی در سال‌های خاص، می‌تواند انعکاسی از وضعیت بحرانی بورس در آن سال‌ها یا عدم توفیق مدل در شناسایی سهم‌های خوب باشد. گفتنی است منظور از بازده در اینجا بازده واقعی سهمی که مدل پیشنهاد کرده در سال بعد از پیشنهاد مدل است. توجه شود که مدل بر اساس داده‌های گذشته سهمی را پیشنهاد می‌کند، اما ممکن است سال بعد آن شرکت یا کل بازار وضعیت بحرانی پیدا کند.

جدول ۱. سبد سهام حداقل میانگین انحرافات مطلق بر مبنای کارایی متقاطع

سال	نام شرکت	وزن شرکت در سبد	بازده شرکت	بازده سبد
۹۰	آلومینیوم ایران	۰/۹۱۶	-۰/۰۰۳۰	۰/۰۰۷۵
	پلاسکو کار سایپا	۰/۰۸۴	۰/۱۲۲۴	
۹۱	سیمان قاین	۰/۷۵۶	۰/۳۲۵۱	۰/۴۰۵۵
	معدنی املاح ایران	۰/۲۴۴	۰/۶۵۴۳	
۹۲	پالایش نفت بندرعباس	۰/۰۴۶	۱/۵۶۱۰	۲/۲۱۹۵
	سیمان فارس نو	۰/۹۵۴	۲/۲۵۱۲	
۹۳	آهنگری تراکتور	۰/۱۴۱	-۰/۱۳۳۴	۰/۴۵۴۲
	دشت مرغاب	۰/۸۵۹	۰/۵۵۰۶	
۹۴	ارتباطات سیار	۰/۹۶۷	۰/۴۱۲۷	۰/۴۵۰۰
	پارس خودرو	۰/۰۳۳	۱/۵۴۴۷	

جدول ۲. سبد سهام حداقل میانگین انحرافات مطلق با بخش بندی بازار

سال	نام شرکت	وزن شرکت	بازده شرکت	نام صنعت	وزن سبد صنعت	بازده سبد صنعت	بازده سبد نهایی
۹۰	بهنوش	۰/۹۷۳	-۰/۱۰۵۲	محصولات غذایی و آشامیدنی به جز قند	۰/۰۹۷	-۰/۰۹۸۰	۱/۷۷۰۳
	لبنیات پاک	۰/۰۲۷	۰/۱۶۱۹				
	قند قزوین	۰/۱۲۹	۳/۵۰۹۱	قند و شکر	۰/۹۰۳	۱/۹۷۱۰	
	قند نقش جهان	۰/۸۷۱	۱/۷۴۳۲				
۹۱	قند اصفهان	۰/۹۳۰	-۰/۰۲۵۶	قند و شکر	۰/۱۴۴	-۰/۰۱۷۵	-۰/۱۶۶۱
	قند قزوین	۰/۰۷۰	۰/۰۸۹۲				
	سیمان صوفیان	۰/۰۴۵	۰/۲۹۵۶	سیمان، آهک، گچ	۰/۸۵۶	۰/۱۹۷۱	
	سیمان فارس نو	۰/۹۵۵	۰/۱۹۲۵				
۹۲	پالایش نفت تبریز	۰/۹۷	۰/۷۳۰۶	فرآورده‌های نفتی کک، سوخت هسته‌ای	۰/۹۲۵	۰/۸۴۷۰	-۰/۸۰۱۳
	نفت پارس	۰/۰۳	۴/۶۱۳۴				
	صنایع پتروشیمی کرمانشاه	۰/۹۷	۰/۱۸۱۱	محصولات شیمیایی	۰/۰۷۵	۰/۲۳۷۴	
	معدنی املاح ایران	۰/۳	۲/۰۵۷۶				
۹۳	ایرانیاسا	۰/۹۷۶	-۰/۰۱۲۸	لاستیک و پلاستیک	۰/۳۰۳	-۰/۰۲۱۹	-۰/۱۶۲۲
	لاستیک سهند	۰/۰۲۴	-۰/۳۸۹۶				
	شیشه دارویی رازی	۰/۰۶۷	۲/۰۸۵۷	سایر محصولات کانی غیر فلزی	۰/۶۹۷	-۰/۲۲۳۲	
	فرآورده‌های نسوز ایران	۰/۹۳۳	-۰/۳۸۹۰				
۹۴	دارو لقمان	۰/۰۳۸	-۰/۱۹۶۹	مواد و محصولات دارویی	۰/۰۵۵	۰/۱۱۵۵	-۰/۷۵۷۰
	فرآورده تزریقی	۰/۹۶۲	۰/۱۲۷۹				
	ایران ترانسفو	۰/۹۶۱	۰/۸۲۱۴	ماشین آلات و دستگاه‌های برقی	۰/۹۴۵	۰/۷۹۴۳	
	سازه پویش	۰/۰۳۹	۰/۱۲۶۵				

در جدول ۲ سبدهای سهام رویکرد الگوریتم دو مرحله‌ای با بخش‌بندی بازار آورده شده است. در مرحله اول وزن شرکت‌ها در سبد صنعت به‌دست آمده و با قرار دادن بازده سبدهای صنایع به‌عنوان ورودی‌های مرحله دوم، سبد بهینه صنایع تشکیل شده است. حاصل ضرب وزن هر صنعت در وزن سهم‌های سبد بهینه آن صنعت، وزن‌های سبد بهینه نهایی را مشخص کرده است. این وزن‌ها برای رعایت اختصار در جدول گزارش نشده‌اند، اما برای نمونه، وزن شرکت بهنوش که در سال ۹۰ در سبد صنعت خودش وزن $0/973$ را دارد و وزن صنعت محصولات غذایی آشامیدنی به جز قند که $0/097$ است، به طریق زیر حساب می‌شود:

$$0/973 \times 0/097 = 0/0944 \quad \text{بهنوش}$$

اعداد شارپ به‌دست آمده از این دو روش، به همراه شارپ بازار و شارپ روش لیم و همکاران (۲۰۱۴) در جدول ۳ آمده است. شواهد به نفع روش پیشنهادی شامل کاربرد مدل کونو و یامازاکی (۱۹۹۱) روی کارایی متقاطع و از آن بیشتر به نفع الگوریتم دو مرحله‌ای ابتکاری است.

جدول ۳. مقایسه عملکرد رویکردها با استفاده از معیار شارپ

اعداد شارپ	روش
۰/۶۷۶	حل مدل حداقل میانگین انحرافات مطلق بر مبنای جدول کارایی متقاطع
۰/۷۳۰	الگوریتم دو مرحله‌ای بخش‌بندی
۰/۴۱۳	شارپ روش لیم و همکاران (۲۰۱۴)
۰/۳۳۲	شارپ بازار

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این پژوهش به تشکیل سبد سهام با استفاده از دو رویکرد ابتکاری و تشریح این دو رویکرد پرداخته شد. استفاده از بازده به‌عنوان مبنای سنتی برای تشکیل سبد سهام مورد نقد قرار گرفت و مبنای جدید جدول کارایی متقاطع که از شاخص‌های مالی به‌عنوان داده استفاده می‌کند، به‌کار گرفته شد. در روش پیشنهادی اول، مدل حداقل میانگین انحرافات مطلق بر مبنای داده‌های کارایی متقاطع برای بهینه‌سازی سبد سهام به‌کار گرفته شد که سابقه‌ای از آن در ادبیات موضوع مشاهده نمی‌شود. در روش دوم، یک الگوریتم دو مرحله‌ای ابتکاری ارائه شد که در آن از شاخص‌های مالی و بازده به‌صورت توأمان به‌عنوان داده برای تشکیل سبد سهام استفاده می‌شود. روش دو مرحله‌ای بهینه‌سازی سبد سهام با معیار ریسک میانگین انحرافات مطلق که تجربه

انحصاری این تحقیق است، در پاسخ به لزوم مقایسه نسبت‌های مالی بین شرکت‌های مشابه و فعال در یک صنعت ارائه شد؛ چرا که داده‌های کارایی متقاطع از طریق نسبت‌های مالی تولید می‌شوند. روش‌های پیشنهادی در کنار روش لیم و همکارانش (۲۰۱۴) که اجرای مدل مارکوویتز روی کارایی متقاطع است، روی داده‌های ۱۸۵ شرکت بورس اوراق بهادار تهران در یک بازه زمانی پنج‌ساله به اجرا درآمد. روش ریاضی برای اثبات برتری یک معیار ریسک یا یک منبع اطلاعاتی یا یک مدل بهینه‌سازی وجود دارد. آنچه مهم است عملکرد مدل در دنیای واقعی است که می‌تواند شواهدی از بهتر بودن یک روش فراهم کند. یک روش مجموعه‌ای از معیار ریسک، مدل بهینه‌ساز و منبع یا منابع اطلاعاتی است. در این پژوهش نتیجه عملکرد روش‌ها، با جمع‌آوری سوابق واقعی بازده سال بعد سید حاصل از هر روش، در یک دوره ۵ ساله بررسی شد و معیار شارپ برای کمی کردن این بررسی و ایجاد امکان مقایسه بین روش‌ها به کار گرفته شد. نتایج نشان داد اعداد شارپ به دست آمده از رویکرد الگوریتم دو مرحله‌ای، بالاتر از زمانی است که حل مدل بدون بخش‌بندی بازار انجام می‌گیرد. همچنین کاربرد مدل کونو و یامازاکی (۱۹۹۱) روی داده‌های کارایی متقاطع، عملکرد بهتری از مدل مارکوویتز نشان می‌دهد. اگر مدل حداقل میانگین انحرافات مطلق با استفاده از بازده به‌عنوان مینا حل شود، عدد شارپ آن $0/129$ به دست می‌آید که بسیار کمتر از اعداد شارپ به دست آمده از دو رویکرد پیشنهادی این پژوهش است.

به‌کارگیری مدل‌های متنوع بهینه‌سازی سید سهام روی منبع اطلاعاتی کارایی متقاطع و ثبت نتایج واقعی آن پیشنهادی برای تحقیقات آتی است. اما پیشنهاد کاربردی تحقیق، به‌کارگیری مدل کونو و یامازاکی طبق الگوریتم دو مرحله‌ای است که در آن بازار به صنایع مختلف بخش‌بندی می‌شود.

گفتنی است هدف این تحقیق ارائه پیشنهاد خرید سهم از شرکت‌های مشخصی نیست؛ بلکه ارائه روشی برای اجرا با استفاده از آخرین داده‌های موجود در بازار است.

فهرست منابع

- الهی، م.؛ یوسفی، م.؛ زارع مهرجردی، ی. (۱۳۹۳). بهینه‌سازی سید سهام با رویکرد میانگین - واریانس و با استفاده از الگوریتم فراابتکاری جست‌وجوی شکار. *تحقیقات مالی*، ۱۶(۱)، ۵۶-۳۷.
- دارابی، ر.؛ وقفی، ح.؛ حبیب‌زاده، ج.؛ آهنگری، م. (۱۳۹۵). انتخاب پرتفوی بهینه سهام در شرکت‌های پذیرفته شده بورس اوراق بهادار تهران به روش ICID. *دانش مالی تحلیل اوراق بهادار (مطالعات مالی)*، ۳۱(۹)، ۱۱۱-۱۲۲.

قدوسی، س.؛ تهرانی، ر.؛ بشیری، م. (۱۳۹۴). بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از روش تبرید شبیه‌سازی شده. *تحقیقات مالی*، ۱۷(۱)، ۱۵۸-۱۴۱.

گودرزی، م.؛ یاکیده، ک.؛ محفوظی، غ. (۱۳۹۵). بهینه‌سازی سبد سهام با تلفیق تحلیل پوششی داده‌ها و روش تصمیم‌گیری هورویتز. *پژوهش‌های نوین در تصمیم‌گیری*، ۱(۴)، ۱۶۵-۱۴۳.

گودرزی، م.؛ یاکیده، ک.؛ محفوظی، غ. (۱۳۹۵). بهینه‌سازی سبد سهام با تلفیق کارایی متقاطع و نظریه بازی‌ها. *مدیریت صنعتی*، ۸(۴)، ۷۰۶-۶۸۵.

مؤمنی، م. (۱۳۹۳). *مباحث نوین تحقیق در عملیات*. تهران: گنج شایگان.

یاکیده، ک.؛ قلی‌زاده، م.؛ کاظمی میانگسکری، م. (۱۳۹۵). بهینه‌سازی سبد سهام بر مبنای کارایی‌های متقاطع با مدل خطی حداقل ارزش در معرض خطر شرطی. *پژوهش‌های نوین در ریاضی*، ۲(۶)، ۳۳-۴۷.

Chang, T. J., Meade, N., Beasley, J. E., Sharaiha, Y. M. (2000). Heuristics for cardinality constrained portfolio optimisation. *Computers and Operations Research*, 27(1), 271-302.

Darabi, R., Vaghfi, H., Habibzadeh, J., & Ahangari, M. (2016). Select Optimal Portfolio of Stock in Companies Listed at Tehran Stock Exchange, *Financial Knowledge of Securities Analysis*, 9(31), 11-122. (in Persian)

Deng, G. F., Lin, W. T., & Lo, C. C. (2012). Markowitz-based portfolio selection with cardinality constraints using improved particle swarm optimization. *Expert Systems with Applications*, 39(4), 4558-4566.

Edirisinghe, N. C. P., & Zhang, X. (2008). Portfolio selection under DEA-based relative financial strength indicators: case of US industries. *Journal of the Operational Research Society*, 59(6), 842-856.

Elahi, M., Yoosefi, M. (2014). Mean-variance portfolio optimization approach using the Search Algorithm for hunting. *Journal of financial research*, 16(1), 37-56. (in Persian)

Goodarzi, M., Yakideh, K., Mahfoozi, GH. (2016). Portfolio optimization by combining data envelopment analysis and decision-making Hurwicz method, *Modern Researches in Decision Making*, 4(1), 165-143. (in Persian)

Goodarzi, M., Yakideh, K., Mahfoozi, GH. (2017). Portfolio optimization by synthesis of cross efficiency and Game theory, *Journal of Industrial Management*, 8(4), (2017), 685-706. (in Persian)

- Konno, H., & Yamazaki, H. (1991). Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its applications to Tokyo stock market. *Management science*, 37(5), 519-531.
- Li, P., Han, Y., Xia, Y. (2016). Portfolio Optimization Using Asymmetry Robust Mean Absolute Deviation Model. *Finance Research Letters*, 21(44), 1-10.
- Lim, S., Oh, K. W., & Zhu, J. (2014). Use of DEA cross-efficiency evaluation in portfolio selection: An application to Korean stock market. *European Journal of Operational Research*, 236(1), 361-368.
- Mansini, R., Ogryczak, W. & Speranza, M.G. (2003). LP Solvable Models for Portfolio Optimization: A Classification and Computational Comparison. *IMA Journal of Management Mathematics*, 14, 187-220.
- Mansini, R., Ogryczak, W., Grazia, M.C. (2015). *Linear and Mixed Integer Programming for Portfolio Optimization*, New York: AG Switzerland.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The journal of finance*, 7(1), 77-91.
- Momeni, M. (2015). *New Operational Research Topics*. Gange Shaygan, Tehran. (in Persian)
- Oh, K. J., Kim, T. Y., & Min, S. (2005). Using genetic algorithm to support portfolio optimization for index fund management. *Expert Systems with Applications*, 28(2), 371-379.
- Papahristodoulou, C., Dotzauer, E. (2004). Optimal portfolios using linear programming models. *Journal of the Operational Research Society*, 55, 1169-1177.
- Qodsi, S., Tehrani, R., Bashiri, M. (2015). Portfolio optimization with simulated annealing algorithm. *Journal Of Financial Research*, 17(1), 141-158. (in Persian)
- Samaras, G. D., Matsatsinis, N. F., & Zopounidis, C. (2008). A multi criterion DSS for stock evaluation using fundamental analysis. *European Journal of Operational Research*, 187(3), 1380-1401.
- Shalit, H., & Yitzhaki, S. (2005). The mean-gini efficient portfolio frontier. *Journal of Financial Research*, 28(1), 59-75.
- Sharma, A., Mehra, A. (2016). Financial analysis based sectoral portfolio optimization under second order stochastic dominance. *Annals of Operations Research*, 256(1), 171-197.
- Sharpe, W. F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium underconditions of risk. *The journal of finance*, 19(3), 425-442.

- Sharpe, W. F. (1971). A linear programming approximation for the general portfolio analysis problem. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 6(5), 1263-1275.
- Xidonas, P., Mavrotas, G., & Psarrasa, J. (2009). A multi criteria methodology for equity selection using financial analysis. *Computers and Operations Research*, 36, 3187-3203.
- Yakideh, K., Gholizadeh, M.H., Kazmi, M. (2017). Portfolio Optimization Based on Cross Efficiencies By Linear Model of Conditional Value at Risk Minimization. *New research in Mathematics*, 2(6), 33-47. (in Persian)