

توسعه شاخص بهره‌وری مالک‌کوئیسیت به کمک مبادلات هدفمند در تحلیل پوششی داده‌ها

محمد رضا علیرضائی^۱، محمد رضا رفیعی ثانی^۲

چکیده: چنانچه علاوه بر ارزیابی داخلی واحدهای تصمیم‌گیرنده - ارزیابی واحدها به کمک تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) - یک ارزیابی خارجی مبتنی بر اطلاعات موجود واحدها در دسترس باشد، می‌توان به کمک دیدگاه مبادلات در DEA، این ارزیابی خارجی را با مدل‌های DEA تخمین زد. در این مقاله، ابتدا به کمک مبادلات هدفمند تولیدشده توسط مدل GTDEA، فضای امکان تولید هدفمند معرفی شده، سپس با در نظر گرفتن این فضا به عنوان تکنولوژی پایه به جای تکنولوژی بازده به مقیاس ثابت، شاخص مالک‌کوئیسیت توسعه داده می‌شود. این توسعه در شاخص مالک‌کوئیسیت باعث می‌شود نتایج به دست آمده از این شاخص، با معرفی عامل جدیدی به نام ارزیابی خارجی، حاوی اطلاعات بیشتر و دقیق‌تری از واحدهای تصمیم‌گیرنده باشد. در ادامه، با اعمال ارزیابی خارجی در شاخص مالک‌کوئیسیت، تجزیه‌های جدیدی از این شاخص ارائه می‌شود؛ به گونه‌ای که این تجزیه‌ها قادر خواهند بود علاوه بر محاسبه تأثیر عوامل تغییرات کارایی محض و تغییرات کارایی قیاسی، تأثیر تغییرات تکنولوژی هدفمند و عامل ارزیابی خارجی را نیز در بهره‌وری واحدها محاسبه کنند. در پایان با ارائه مثالی، چگونگی محاسبه شاخص مالک‌کوئیسیت و تجزیه‌های آن تشریح می‌شود.

واژه‌های کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها، شاخص مالک‌کوئیسیت، مبادلات هدفمند، مدل GTDEA.

۱. استادیار گروه ریاضی کاربردی، دانشکده ریاضی دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

۲. دانشجوی دکتری گروه ریاضی کاربردی، دانشکده ریاضی دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۴/۰۸/۲۴

تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۵/۰۵/۲۷

نویسنده مسئول مقاله: محمد رضا رفیعی ثانی

E-mail: mr_rafiee@iust.ac.ir

مقدمه

تحلیل پوششی داده‌ها (DEA)^۱، روشی برای ارزیابی واحدهای تصمیم‌گیرنده (DMU)^۲ است که در زمینه‌های مختلف مدیریتی و تصمیم‌گیری به کار گرفته می‌شود. ساختار ریاضی و انعطاف‌پذیری زیاد مدل‌های DEA، این امکان را فراهم می‌آورد که جنبه‌های مختلف واحدهای تصمیم‌گیرنده را در ارزیابی آنها بررسی کنیم و نتایج واقعی‌تری داشته باشیم.

یکی از مفاهیمی که از مدل‌های DEA برای توسعه آن استفاده می‌شود، شاخص مالمکوئیست (MI)^۳ است که از مهم‌ترین شاخص‌های محاسبه رشد بهره‌وری محسوب می‌شود. در ساختار این شاخص، مدل‌های DEA به منظور محاسبه توابع فاصله^۴ بر مبنای تکنولوژی‌های تولید به کار گرفته می‌شوند. برای مثال، در تجزیه FGLR^۵، تکنولوژی پایه با بازده به مقیاس ثابت (CRS)^۶ در نظر گرفته شده و شاخص مالمکوئیست به دو عامل تغییرات کارایی (EC)^۷ و تغییرات تکنولوژی (TC)^۸ تجزیه می‌شود. همچنین شاخص مالمکوئیست در تجزیه FGNZ^۹ دو تکنولوژی با بازده به مقیاس ثابت و متغیر (VRS)^{۱۰} را فرض گرفته و عواملی شامل تغییرات کارایی محض (PEC)^{۱۱}، تغییرات کارایی قیاسی (SEC)^{۱۲} و تغییرات تکنولوژی را ارائه می‌دهد. مطالعات تجربی نشان داده‌اند که در مواقعی، ارزیابی خارجی مبتنی بر اطلاعات موجود واحدها در دسترس است و نتایج این ارزیابی با نتایج ارزیابی داخلی واحدهای تصمیم‌گیرنده تفاوت دارد؛ به طوری که در نظر گرفتن و ادغام آن در ارزیابی داخلی واحدها، می‌تواند نتایج این ارزیابی را بیشتر از گذشته به واقعیت نزدیک کند. از سویی دیگر، متداول‌ترین نوع ادغام اطلاعات اضافه در مدل‌های DEA، استفاده از مبادله‌های تولیدی (یا به طور معادل محدودیت‌های وزنی) است که نشان‌دهنده تغییراتی شدنی و مشابه در برخی پارامترهای ورودی و خروجی تمام واحدهای تصمیم‌گیرنده هستند.

-
1. Data Envelopment Analysis
 2. Decision Making Units
 3. Malmquist Index
 4. Distance Function
 5. FGLR (Fare, Grosskof, Lindgren, Roos)
 6. Constant Return to Scale
 7. Efficiency Changes
 8. Technology Changes
 9. FGNZ (Fare, Grosskof, Norris and Zhang)
 10. Variable Return to Scale
 11. Pure Efficiency Changes
 12. Scale Efficiency Changes

در این مقاله ابتدا به کمک مبادلات هدفمند تولیدشده توسط مدل GTDEA، فضای امکان تولید مبادلات هدفمند تعریف می‌شود. ویژگی این فضا این است که ارزیابی واحدها در آن مبتنی بر اطلاعات در دسترس آنهاست که با عنوان ارزیابی خارجی بر مدل اعمال شده است. سپس با در نظر گرفتن فضای امکان تولید هدفمند به عنوان تکنولوژی پایه به جای فضای CRS، دو تغییر در شاخص مالک‌کوئیسیت ایجاد می‌شود. نخست آن که تغییرات تکنولوژی در شاخص مالک‌کوئیسیت توسعه یافته، تغییرات هدفمند را نشان می‌دهد و دوم، شاخص مالک‌کوئیسیت توسعه یافته قادر خواهد بود تأثیر عامل جدیدی با عنوان ارزیابی خارجی را بر بهره‌وری کل واحدها بررسی کند. این توسعه در شاخص مالک‌کوئیسیت باعث می‌شود نتایج به دست آمده از این شاخص، علاوه بر در برگرفتن یک عامل جدید، مبتنی بر اطلاعات موجود واحدها باشد.

پیشینه پژوهش

در این بخش مهم‌ترین مطالعات انجام گرفته در خصوص مبحث مبادله و مالک‌کوئیسیت را مرور می‌کنیم.

پیشینه نظری

امروزه تحلیل پوششی داده‌ها به عنوان ابزار مهم مدیریتی برای ارزیابی و رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیرنده در کانون توجه پژوهشگران این عرصه قرار گرفته و پژوهش‌های تئوری و کاربردی زیادی را در شاخه تحقیق در عملیات به خود اختصاص داده است. برای نمونه، علیرضائی و رفیعی (۱۳۸۹) با ادغام مفاهیم DEA و AHP به رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیرنده پرداختند. خسروی و شاهرودی (۱۳۹۳) روش تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای را به منظور بررسی و سنجش کارایی شرکت‌های برق منطقه‌ای ایران به کار گرفتند. محمودآبادی، طاهری و مهدویان (۱۳۹۳) از رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها به منظور ارزیابی فعالیت‌های تحقیق و توسعه در ایران استفاده کردند. مؤمنی، رستمی، رضوی و کیخسرو (۱۳۹۳) رتبه‌بندی گروهی واحدهای بانکی را به کمک تحلیل پوششی داده‌ها انجام دادند.

مبحث مبادله یکی از مباحث مهم در تحلیل پوششی داده‌هاست که توسط پادینوفسکی (۲۰۰۴) و در جهت تکمیل مبحث محدودیت‌های وزنی مطرح شد. همچنین پادینوفسکی (۲۰۰۷) چگونگی ارتباط بین مبادله‌ها و محدودیت‌های وزنی معادل را با ارائه یک مثال عددی توضیح داد. پادینوفسکی و بوزدین چیمووا (۲۰۱۳) پیامدهای الحاق مبادلات و محدودیت‌های وزنی در مدل‌های DEA را بررسی کردند. علیرضائی و بلوری (۲۰۱۲) ضمن معرفی مفهوم مبادلات نسبتی، به کارگیری این نوع مبادلات را بررسی کردند. علیرضائی و رفیعی (۱۳۹۳) مدلی

موسوم به مدل مبادله‌ای توسعه‌یافته (GTDEA) ارائه دادند که در آن ترکیبی بهینه از مبادلات موجود به‌گونه‌ای انتخاب می‌شود که ارزیابی خارجی و داخلی واحدهای تصمیم‌گیرنده بیشترین همبستگی را با یکدیگر داشته باشند. این پژوهش که مرجع اصلی مقاله حاضر است، فرایند انتخاب مبادلات هدفمند را به‌منظور ساخت فضای امکان تولید هدفمند فراهم می‌آورد.

شاخص مالمکوئیست مفهومی است که نخستین بار توسط مالمکوئیست (۱۹۵۳) به‌عنوان شاخص اندازه‌گیری مصرف ورودی‌ها تعریف شد. پس از آن، کیوز، کریستنسن و دیورت (۱۹۸۲) این شاخص را برای اندازه‌گیری تغییرات بهره‌وری نسبی واحدهای تصمیم‌گیرنده در دوره‌های زمانی مختلف معرفی کردند و بعدها مدل‌های DEA توسط فار، گرسکویف، لیندگرن و روز (۱۹۹۲) برای اندازه‌گیری آن استفاده شد. در واقع، فار و همکارانش (۱۹۹۲) با در نظر گرفتن بازده به مقیاس ثابت، از مدل‌های DEA برای محاسبه تابع فاصله موجود در شاخص مالمکوئیست استفاده کردند و تجزیه‌ای دو قسمتی از این شاخص ارائه دادند که در این تجزیه شاخص مالمکوئیست از دو عامل تغییرات تکنولوژی و تغییرات کارایی تکنیکی به‌دست می‌آید. پس از آن، فار و همکارانش (فار، گرسکویف، نوریس و ژانگ، ۱۹۹۴) با در نظر گرفتن بازده به مقیاس متغیر، این شاخص را توسعه دادند و با معرفی عامل جدیدی با نام کارایی قیاسی، تجزیه‌ای سه قسمتی شامل تغییرات کارایی محض، تغییرات کارایی قیاسی و تغییرات تکنولوژی ارائه کردند. علیرضائی و افشاریان (۲۰۱۰) با در نظر گرفتن تکنولوژی مبادلات، عامل جدیدی با نام قانون‌مداری تعریف کردند و بر این اساس، تجزیه‌ای چهار قسمتی از شاخص مالمکوئیست ارائه دادند. در این تجزیه، علاوه‌بر عوامل موجود در تجزیه سه قسمتی، عامل تغییرات قانون‌مداری نیز اضافه شد.

مدل مبادله‌ای و مبادله‌های هدفمند

فرض کنید مجموعه‌ای از n واحد تصمیم‌گیرنده داریم که در آن DMU_j $j = 1, 2, \dots, n$ با بردار ورودی $X_j \in R^m$ و بردار خروجی $Y_j \in R^s$ مشخص می‌شود.

چارنز و همکاران (۱۹۷۸) فضای امکان تولید CRS را از مجموعه‌ای از اصول موضوعه به‌صورت منحصربه‌فرد معرفی کردند (رابطه ۱).

$$PPS_{CRS} = \left\{ (x_i, y_r) \left| \begin{array}{l} x_i \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, m, \\ y_r \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj}, \quad r = 1, 2, \dots, s \end{array} \right. \right\} \quad \text{رابطه ۱}$$

پس از آن بنکر و همکاران (۱۹۸۴) با حذف اصل بی‌کرانی اشعه از مجموعه اصول معرفی شده توسط چارلز و همکارانش (۱۹۷۸)، فضای امکان تولید VRS زیر را نتیجه گرفتند:

$$PPS_{VRS} = \left\{ \begin{array}{l} (x_i, y_r) \left| x_i \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}, i = 1, 2, \dots, m, y_r \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj}, \right. \\ r = 1, 2, \dots, s, \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \end{array} \right\} \quad \text{رابطه ۲}$$

حال فرض کنید k قضاوت به‌عنوان مبادله به‌صورت $t = 1, 2, \dots, k$ (P_t, Q_t) داریم که در آن بردار $P_t \in R^m$ و $Q_t \in R^s$ به‌ترتیب نشان‌دهنده مبادله‌های ورودی و خروجی است. پادینوفسکی (۲۰۰۴) با اضافه کردن اصل «شدنی بودن مبادلات» به مجموعه اصول موضوعه، فضای امکان تولید با حضور مبادلات را به‌صورت زیر نتیجه گرفت:

$$PPS_{TO} = \left\{ \begin{array}{l} (x_i, y_r) \left| x_i \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + \sum_{t=1}^k \pi_t p_{it}, i = 1, 2, \dots, m, \right. \\ y_r \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} + \sum_{t=1}^k \pi_t q_{rt}, r = 1, 2, \dots, s \end{array} \right\} \quad \text{رابطه ۳}$$

اکنون فرض کنید $R = (r_1, r_2, \dots, r_n)$ نشان‌دهنده بردار ارزیابی خارجی واحدهای تصمیم‌گیرنده باشد. همان‌طور که در مقاله علی‌رضائی و رفیعی (۱۳۹۳) آمده است، مقادیر این بردار می‌تواند براساس اطلاعات در دسترس واحدها یا به‌کمک ارزیابی غیر DEA از واحدها محاسبه شود.

براساس مجموعه مبادلات تعریف‌شده، مجموعه تمام ترکیبات ممکن برای انتخاب مبادله‌ها را می‌توان به‌صورت رابطه ۴ نشان داد (علی‌رضائی و رفیعی، ۱۳۹۳).

$$\Omega = \{ Z = (z_1, z_2, \dots, z_k) \mid z_t \in \{0, 1\}, t = 1, 2, \dots, k \} \quad \text{رابطه ۴}$$

در رابطه ۴، بردار $Z = (z_1, z_2, \dots, z_k)$ $z_t \in \{0, 1\}$ $t = 1, 2, \dots, k$ تعیین‌کننده ترکیبی از مبادلات ارائه‌شده کارشناس است. بنابراین به ازای هر ترکیب (به ازای هر Z)، یک مقدار کارایی برای واحدها به‌دست می‌آید که با بردار $\theta(Z) = (\theta_1(Z), \theta_2(Z), \dots, \theta_n(Z))$ نمایش داده می‌شود. برای مثال فرض کنید تعداد ۷ مبادله از سوی کارشناسان در نظر گرفته شده است. در این صورت بردار $Z = (1, 0, 0, 1, 1, 0, 0)$ ترکیبی از مبادلات متشکل از مبادله‌های اول، چهارم و

پنجم را مشخص می‌کند. در واقع اگر مؤلفه z_i در بردار Z برابر با یک باشد، مبادله t ام انتخاب شده و اگر برابر با صفر باشد انتخاب نمی‌شود (علیرضائی و رفیعی، ۱۳۹۳).
 اکنون با معرفی مجموعه ترکیبات شدنی از مبادلات، مدل GTDEA به صورت رابطه ۵ خواهد بود (علیرضائی و رفیعی، ۱۳۹۳).

$$\begin{aligned} \text{GTDEA MODEL} \quad & \max \quad \bar{\gamma}(Z) \\ & \text{s.t.} \quad Z \in \Omega \end{aligned} \quad (\text{رابطه ۵})$$

که در آن $\bar{\gamma}(Z)$ ضریب همبستگی بین بردار ارزیابی خارجی (R) و بردار کارایی‌های حاصل از واحدها ($\theta(Z)$)، با در نظر گرفتن آرایشی از مبادلات است که بردار Z آن را فراهم آورده است. در واقع این مدل ترکیبی بهینه از مبادلات را به گونه‌ای تعیین می‌کند که کارایی واحدهای تحت بررسی بیشترین همبستگی را با بردار ارزیابی خارجی داشته باشد.

شاخص مالکوییست

در این بخش به معرفی شاخص مالکوییست و تجزیه‌های شناخته شده آن می‌پردازیم که تابع فاصله آنها به کمک مدل‌های DEA محاسبه می‌شود.

فرض کنید X_o و Y_o به ترتیب بردار ورودی و خروجی DMU_0 و t و $t+1$ معرف دوره‌های زمانی باشند. برای محاسبه شاخص مالکوییست و تجزیه‌های آن باید ۶ تابع فاصله به صورت زیر تعریف شود:

$$D_{CRS}^t(X_o^t, Y_o^t): \text{تابع فاصله با مشاهدات دوره } t \text{ و تکنولوژی CRS دوره } t$$

$$D_{CRS}^{t+1}(X_o^{t+1}, Y_o^{t+1}): \text{تابع فاصله با مشاهدات دوره } t+1 \text{ و تکنولوژی CRS دوره } t+1$$

$$D_{VRS}^t(X_o^t, Y_o^t): \text{تابع فاصله با مشاهدات دوره } t \text{ و تکنولوژی VRS دوره } t$$

$$D_{VRS}^{t+1}(X_o^{t+1}, Y_o^{t+1}): \text{تابع فاصله با مشاهدات دوره } t+1 \text{ و تکنولوژی VRS دوره } t+1$$

$$D_{CRS}^t(X_o^{t+1}, Y_o^{t+1}): \text{تابع فاصله با مشاهدات دوره } t+1 \text{ و تکنولوژی CRS دوره } t$$

$$D_{CRS}^{t+1}(X_o^t, Y_o^t): \text{تابع فاصله با مشاهدات دوره } t \text{ و تکنولوژی CRS دوره } t+1$$

هر یک از توابع فاصله شش گانه بالا را می‌توان به کمک مدل‌های DEA ورودی محور (یا خروجی محور) برای تمام واحدهای تحت بررسی محاسبه کرد. برای نمونه، توابع فاصله $D_{CRS}^{t+1}(X_o^t, Y_o^t)$ و $D_{VRS}^{t+1}(X_o^{t+1}, Y_o^{t+1})$ را می‌توان به کمک مدل‌های ورودی محور زیر برای واحد تحت بررسی به دست آورد:

$$D_{VRS}^{t+1}(X_o^{t+1}, Y_o^{t+1}) = \min \theta_o^{t+1} \quad \text{رابطه (۶)}$$

$$s.t \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj}^{t+1} \geq y_{ro}^{t+1} \quad r=1, 2, \dots, s$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}^{t+1} \leq \theta_o^{t+1} x_{io}^{t+1} \quad i=1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j \geq 0, \theta_o^{t+1} \text{ signfree } j=1, 2, \dots, n$$

$$D_{CRS}^{t+1}(X_o^t, Y_o^t) = \min \theta_o^t \quad \text{رابطه (۷)}$$

$$s.t \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj}^{t+1} \geq y_{ro}^t \quad r=1, 2, \dots, s$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}^{t+1} \leq \theta_o^t x_{io}^t \quad i=1, 2, \dots, m$$

$$\lambda_j \geq 0, \theta_o^t \text{ signfree } j=1, 2, \dots, n$$

سایر توابع فاصله مشابه مدل‌های ۶ و ۷ به دست می‌آیند.

پس از محاسبه توابع فاصله شش‌گانه بالا برای هر واحد، می‌توان مقادیر تغییرات کارایی، تغییرات تکنولوژی، تغییرات کارایی محض و تغییرات کارایی قیاسی را به کمک روابط زیر محاسبه کرد (برای توضیحات بیشتر درباره چگونگی تشکیل روابط رجوع کنید به (فار و همکاران، ۱۹۹۲ و فار و همکاران، ۱۹۹۴):

تغییرات کارایی: این عامل، تغییرات کارایی DMU در دست بررسی را تحت تکنولوژی پایه (در اینجا تکنولوژی CRS) در دوره $t+1$ نسبت به دوره t محاسبه می‌کند.

$$EC = \frac{D_{CRS}^{t+1}(X_o^{t+1}, Y_o^{t+1})}{D_{CRS}^t(X_o^t, Y_o^t)} \quad \text{رابطه (۸)}$$

تغییرات تکنولوژی: این عامل تغییرات تکنولوژی پایه (در اینجا تکنولوژی CRS) را برای DMU در دست بررسی در دوره $t+1$ نسبت به دوره t محاسبه می‌کند.

$$TC = \left[\frac{D_{CRS}^t(X_o^t, Y_o^t)}{D_{CRS}^{t+1}(X_o^t, Y_o^t)} \cdot \frac{D_{CRS}^t(X_o^{t+1}, Y_o^{t+1})}{D_{CRS}^{t+1}(X_o^{t+1}, Y_o^{t+1})} \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{رابطه (۹)}$$

تغییرات کارایی محض: این عامل تغییرات کارایی DMU در دست بررسی را تحت تکنولوژی کوچک‌تر (در اینجا تکنولوژی VRS) در دوره $t+1$ نسبت به دوره t محاسبه می‌کند.

$$PEC = \frac{D_{VRS}^{t+1}(X_o^{t+1}, Y_o^{t+1})}{D_{VRS}^t(X_o^t, Y_o^t)} \quad \text{رابطه ۱۰}$$

تغییرات کارایی قیاسی: این عامل تغییرات کارایی قیاسی (نسبت کارایی DMU در تکنولوژی CRS به کارایی آن در تکنولوژی VRS) DMU در دست بررسی را در دوره $t+1$ نسبت به دوره t محاسبه می‌کند.

$$SEC = \left[\frac{D_{VRS}^t(X_o^t, Y_o^t)}{D_{CRS}^t(X_o^t, Y_o^t)} \cdot \frac{D_{CRS}^{t+1}(X_o^{t+1}, Y_o^{t+1})}{D_{VRS}^{t+1}(X_o^{t+1}, Y_o^{t+1})} \right] \quad \text{رابطه ۱۱}$$

با محاسبه روابط بالا، شاخص مالمکوئیست و تجزیه‌های FGLR و FGNZ از رابطه‌های زیر محاسبه می‌شوند (فار و همکاران، ۱۹۹۲ و فار و همکاران، ۱۹۹۴).
تجزیه FGLR از شاخص مالمکوئیست:

$$MI = EC \times TC \quad \text{رابطه ۱۲}$$

تجزیه FGNZ از شاخص مالمکوئیست:

$$MI = PEC \times SEC \times TC \quad \text{رابطه ۱۳}$$

روش‌شناسی پژوهش

در این بخش ابتدا براساس مبادلات هدفمند تولیدشده با مدل GTDEA، فضای امکان تولید جدیدی معرفی می‌شود، سپس به کمک این فضا شاخص مالمکوئیست توسعه داده خواهد شد. با در نظر گرفتن مفروضات قسمت قبل، فرض کنید تعداد C مبادله بهینه زیر، خروجی مدل GTDEA باشد.

$$(P'_t, Q'_t) \quad t=1, 2, \dots, c \quad \text{رابطه ۱۴}$$

مبادلات بالا (رابطه ۱۴) ترکیبی بهینه از مبادلات ارائه شده از سوی کارشناس است، با این تفاوت که این ترکیب بیشترین همبستگی را بین کارایی‌های مدل DEA و ارزیابی خارجی (R) ایجاد می‌کند.

اکنون با در نظر گرفتن مجموعه مبادلات هدفمند بالا، فضای امکان تولید هدفمند با حضور این مبادلات به صورت زیر خواهد بود:

$$PPS_{TTO} = \left\{ \begin{array}{l} (x_i, y_r) \left| x_i \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + \sum_{h=1}^c \pi_h p'_{ih}, \quad i=1,2,\dots,m \right. \\ y_r \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} + \sum_{h=1}^c \pi_h q'_{rh}, \quad r=1,2,\dots,s \end{array} \right\} \quad \text{رابطه ۱۵}$$

با توجه به تعاریف تکنولوژی‌های معرفی شده، تکنولوژی TTO بین تکنولوژی CRS و TO قرار می‌گیرد؛ زیرا اولاً این فضا شامل مبادلاتی است که فضای CRS را گسترش می‌دهند و ثانیاً تعداد این مبادلات از تعداد مجموعه مبادلات اولیه کمتر است. بنابراین رابطه زیر را داریم:

$$PPS_{VRS} \subseteq PPS_{CRS} \subseteq PPS_{TTO} \subseteq PPS_{TO} \quad \text{رابطه ۱۶}$$

از این رو فضای PPS_{TTO} می‌تواند به عنوان تکنولوژی پایه در محاسبه شاخص مالکوییست و تجزیه‌های آن قرار گیرد و این شاخص را توسعه دهد که جزئیات آن در زیر تشریح می‌شود. ابتدا بر اساس فضای PPS_{TTO} ، چهار تابع فاصله در دوره‌های t و $t+1$ به صورت زیر معرفی می‌شوند:

$$\begin{aligned} D_{TTO}^t(X_o^t, Y_o^t) &: \text{تابع فاصله با مشاهدات دوره } t \text{ و تکنولوژی TTO دوره } t \\ D_{TTO}^{t+1}(X_o^{t+1}, Y_o^{t+1}) &: \text{تابع فاصله با مشاهدات دوره } t+1 \text{ و تکنولوژی TTO دوره } t+1 \\ D_{TTO}^t(X_o^{t+1}, Y_o^{t+1}) &: \text{تابع فاصله با مشاهدات دوره } t+1 \text{ و تکنولوژی TTO دوره } t \\ D_{TTO}^{t+1}(X_o^t, Y_o^t) &: \text{تابع فاصله با مشاهدات دوره } t \text{ و تکنولوژی TTO دوره } t+1 \end{aligned}$$

برای محاسبه توابع چهارگانه بالا از مدل مبادله‌ای هدفمند به صورت زیر استفاده می‌کنیم.

$$D_{TTO}^t(X_o^t, Y_o^t) = \min \theta_o^t \quad \text{رابطه ۱۷}$$

$$\begin{aligned} s.t. \quad & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj}^t + \sum_{h=1}^c \pi_h q_{rh}^t \geq y_{ro}^t \quad r=1,2,\dots,s \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}^t + \sum_{h=1}^c \pi_h p_{ih}^t \leq \theta_o^t x_{io}^t \quad i=1,2,\dots,m \\ & \lambda_j, \pi_h \geq 0, \quad \theta_o^t \text{ signfree} \quad j=1,2,\dots,n \quad h=1,2,\dots,c \end{aligned}$$

$$D_{TTO}^{t+1}(X_o^t, Y_o^t) = \min \theta_o^t \quad \text{رابطه ۱۸}$$

$$s.t \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj}^{t+1} + \sum_{h=1}^c \pi_h q_{rh}^{t+1} \geq y_{ro}^t \quad r=1,2,\dots,s$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}^{t+1} + \sum_{h=1}^c \pi_h p_{ih}^{t+1} \leq \theta_o^t x_{io}^t \quad i=1,2,\dots,m$$

$$\lambda_j, \pi_h \geq 0, \theta_o^t \text{ signfree } j=1,2,\dots,n \quad h=1,2,\dots,c$$

توابع $D_{TTO}^{t+1}(X_o^{t+1}, Y_o^{t+1})$ و $D_{TTO}^t(X_o^t, Y_o^t)$ به طور مشابه محاسبه می‌شوند. پس از محاسبه توابع فاصله چهارگانه بالا برای هر واحد، با تغییر تکنولوژی پایه از حالت CRS به حالت TTO، رابطه‌های جدیدی از تغییرات تکنولوژی و کارایی (رابطه‌های ۸ و ۹) حاصل می‌شوند که این رابطه‌ها را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد:

تغییرات کارایی توسعه یافته (EEC)^۱: این عامل تغییرات کارایی DMU در دست بررسی را تحت تکنولوژی پایه (در اینجا تکنولوژی TTO) در دوره $t+1$ نسبت به دوره t محاسبه می‌کند.

$$EEC = \frac{D_{TTO}^{t+1}(X_o^{t+1}, Y_o^{t+1})}{D_{TTO}^t(X_o^t, Y_o^t)} \quad \text{رابطه ۱۹}$$

تغییرات تکنولوژی توسعه یافته (ETC)^۲: این عامل تغییرات تکنولوژی پایه (در اینجا تکنولوژی TTO) را برای DMU در دست بررسی در دوره $t+1$ نسبت به دوره t محاسبه می‌کند.

$$ETC = \left[\frac{D_{TTO}^t(X_o^t, Y_o^t)}{D_{TTO}^{t+1}(X_o^t, Y_o^t)} \cdot \frac{D_{TTO}^t(X_o^{t+1}, Y_o^{t+1})}{D_{TTO}^{t+1}(X_o^{t+1}, Y_o^{t+1})} \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{رابطه ۲۰}$$

در واقع رابطه‌های ۱۹ و ۲۰ همان رابطه‌های ۸ و ۹ هستند با این تفاوت که تکنولوژی پایه برای محاسبه توابع فاصله از حالت CRS به حالت TTO تغییر پیدا کرده است. به کمک رابطه‌های ۱۹ و ۲۰ می‌توان شاخص مالمکوئیست توسعه یافته^۳ را به صورت زیر محاسبه کرد.

$$EMI = EEC \times ETC \quad \text{رابطه ۲۱}$$

-
1. Expanded Efficiency Changes
 2. Expanded Technology Changes
 3. Expanded Malmquist Index

رابطه ۲۱ رابطه‌ای مشابه رابطه ۱۲ است با این تفاوت که شاخص مالک‌کوئیسیت توسعه یافته، تحت تکنولوژی پایه TTO به دست آمده است. اکنون با در نظر گرفتن دو فضای PPS_{TTO} و PPS_{CRS}، عامل ارزیابی خارجی (EEF) را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

تعریف ۱: عامل ارزیابی خارجی برای DMU₀ از تقسیم میزان کارایی DMU₀ در فضای PPS_{TTO} به میزان کارایی آن در فضای PPS_{CRS} به دست می‌آید. در واقع عامل ارزیابی خارجی تأثیر مبادلات هدفمند را در میزان کارایی واحد تحت بررسی می‌سنجد. بنابراین اگر EEF برای واحدی برابر ۱ باشد، بدان معناست که واحد در دست بررسی دارای ارزیابی داخلی و خارجی یکسانی است و اگر EEF برای یک واحد کمتر از ۱ باشد، یعنی ارزیابی داخلی و خارجی آن واحد با یکدیگر متفاوت بوده است. با تعریف EEF می‌توان تغییرات عامل ارزیابی خارجی (EEFC) را در دوره‌های زمانی به کمک رابطه زیر محاسبه کرد:

تغییرات عامل ارزیابی خارجی: این عامل تغییرات عامل ارزیابی خارجی (نسبت کارایی DMU در تکنولوژی TTO به کارایی آن در تکنولوژی CRS) DMU در دست بررسی را در دوره t + ۱ نسبت به دوره t محاسبه می‌کند.

$$EEFC = \left[\frac{D_{CRS}^t(X_o^t, Y_o^t)}{D_{TTO}^t(X_o^t, Y_o^t)} \cdot \frac{D_{TTO}^{t+1}(X_o^{t+1}, Y_o^{t+1})}{D_{CRS}^{t+1}(X_o^{t+1}, Y_o^{t+1})} \right] \quad \text{رابطه ۲۲}$$

در واقع مفهوم عامل ارزیابی خارجی مشابه مفهوم کارایی قیاسی و رابطه ۲۲ رابطه‌ای مشابه رابطه ۱۱ است.

اکنون با توجه به رابطه‌های ۱۹ تا ۲۲، تجزیه‌ای سه قسمتی از شاخص مالک‌کوئیسیت توسعه یافته را می‌توان به صورت زیر نتیجه گرفت:

$$EMI = EC \times EEFC \times ETC \quad \text{رابطه ۲۳}$$

علاوه بر این، با در نظر گرفتن تکنولوژی VRS و اضافه کردن عامل‌های PEC و SEC، تجزیه جدید چهار قسمتی زیر از شاخص مالک‌کوئیسیت توسعه یافته نتیجه می‌شود:

-
1. External Evaluation Factor
 2. External Evaluation Factor Changes

$$EMI = PEC \times SEC \times EEFC \times ETC$$

(رابطه ۲۴)

یافته‌های پژوهش

بر اساس آنچه گفته شد، دیدگاه پیشنهادی این مقاله اهداف زیر را محقق می‌سازد:

۱. بررسی تغییرات کارایی و تکنولوژی واحدها در فضای مبادلات هدفمند: به کمک رابطه‌های ۱۹ و ۲۰ می‌توان تغییرات کارایی و تکنولوژی واحدها را در فضای مبادلات هدفمند محاسبه کرد. از آنجا که تکنولوژی مبادلات هدفمند براساس واقعیت‌های موجود واحدها ساخته شده است، بررسی تغییرات کارایی و تکنولوژی آنها در این فضا می‌تواند نتایجی به مراتب مفیدتر از تغییرات کارایی و تکنولوژی در فضای CRS داشته باشد که در آن واقعیت‌های موجود واحدها محاسبه نشده باشد.

۲. بررسی عوامل ارزیابی خارجی: در دیدگاه پیشنهادی، عامل ارزیابی خارجی برای هر واحد تصمیم‌گیرنده، میزان همسویی ارزیابی‌های خارجی و داخلی آن واحد را می‌سنجد. بررسی این عامل در طول دوره‌های زمانی از طریق رابطه ۲۲، این امکان را فراهم می‌آورد که ضمن شناسایی عوامل مهم در همسویی ارزیابی‌ها، از آنها در واقعی‌تر کردن هر چه بیشتر نتایج ارزیابی استفاده کنیم.

۳. توسعه شاخص مالمکوئیست: در دیدگاه پیشنهادی این پژوهش، شاخص مالمکوئیست با بررسی تکنولوژی مبادلات هدفمند و تغییرات عامل ارزیابی خارجی، توسعه داده شد. در واقع با این دیدگاه، اکنون شاخص مالمکوئیست قادر خواهد بود علاوه بر بررسی تغییرات کارایی محض، تغییرات کارایی قیاسی و تغییرات تکنولوژی توسعه‌یافته، تغییرات عامل ارزیابی خارجی را برای واحدهای تصمیم‌گیرنده در طول دوره‌های مختلف زمانی محاسبه کند و تأثیر آنها را در بهره‌وری کل به‌دست آورد و با موشکافی بیشتری نسبت به شاخص مالمکوئیست قبلی به بررسی بهره‌وری کل واحدها بپردازد.

برای بررسی بیشتر دیدگاه پیشنهادی و نحوه محاسبه شاخص مالمکوئیست توسعه‌یافته و تجزیه‌های آن، این دیدگاه را با مثال عددی توضیح می‌دهیم.

مثال عددی: مجموعه‌ای از ۲۰ دانشکده با دو ورودی (تعداد کارمندان آموزشی و تعداد کارمندان پژوهشی) و سه خروجی (تعداد دانشجویان کارشناسی، تعداد دانشجویان تحصیلات تکمیلی و تعداد مقالات چاپ‌شده) را در دو دوره زمانی ۱ و ۲ به صورت جدول‌های ۱ و ۲ در نظر بگیرید (داده‌های این مثال توسعه داده‌های مثال پادینوفسکی (۲۰۰۷) است).

جدول ۱. داده‌های مربوط به دانشکده‌ها در دوره زمانی اول

تعداد مقالات	تعداد دانشجویان تحصیلات تکمیلی	تعداد دانشجویان کارشناسی	تعداد کارمندان پژوهشی	تعداد کارمندان آموزشی	دانشکده‌ها
۵۱۲	۱۴۵	۱۵۴۰	۷۰	۱۰۰	۱
۴۱۰	۱۲۳	۱۴۰۸	۱۲۳	۱۲۰	۲
۳۰۷	۱۰۰	۶۹۰	۲۰	۵۰	۳
۱۸۲	۱۰۲	۶۷۴	۱۷	۶۷	۴
۶۱۵	۱۸۰	۱۶۸۶	۲۰	۹۸	۵
۳۴۲	۱۲۰	۹۸۲	۱۲	۷۶	۶
۶۰۱	۱۲۵	۱۵۲۰	۷۲	۱۰۹	۷
۷۸۰	۲۰۱	۱۳۱۲	۱۰۰	۱۱۵	۸
۶۴۰	۱۸۴	۴۵۲	۳۵	۴۲	۹
۲۱۳	۱۲۶	۸۱۲	۱۰	۵۱	۱۰
۱۸۶	۱۴۵	۱۷۱۲	۲۷	۱۴	۱۱
۲۲۰	۱۲۳	۱۰۱۲	۴۲	۳۷	۱۲
۴۰۱	۲۰۱	۸۹۵	۷۱	۵۶	۱۳
۲۱۶	۱۰۵	۹۹۹	۶۶	۸۴	۱۴
۲۴۰	۳۰۱	۱۰۲۴	۱۰۴	۹۱	۱۵
۳۰۰	۲۱۵	۱۰۲۱	۱۱۲	۹۵	۱۶
۲۵۶	۳۶	۸۵۱	۲۴۵	۶۵	۱۷
۹۱۵	۸۴۲	۹۱۵	۱۲۵	۷۸	۱۸
۹۲۴	۸۵۳	۲۱۳	۲۴۳	۴۸	۱۹
۲۷۵	۸۵۵	۳۶۵	۱۲۷	۷۵	۲۰

جدول ۲. داده‌های مربوط به دانشکده‌ها در دوره زمانی دوم

دانشکده‌ها	تعداد کارمندان آموزشی	تعداد کارمندان پژوهشی	تعداد دانشجویان کارشناسی	تعداد دانشجویان تحصیلات تکمیلی	تعداد مقالات
۱	۱۰۰	۷۰	۱۲۵۰	۳۲۵	۴۱۵
۲	۱۲۰	۱۲۳	۹۸۰	۲۱۳	۵۱۱
۳	۵۰	۲۰	۵۲۳	۲۱۴	۴۱۲
۴	۶۷	۱۷	۷۱۵	۲۸۰	۲۲۰
۵	۹۸	۲۰	۱۵۱۱	۲۴۵	۷۰۰
۶	۷۶	۱۲	۹۲۸	۱۵۴	۴۲۵
۷	۱۰۹	۷۲	۱۶۲۰	۲۲۵	۴۰۱
۸	۱۱۵	۱۰۰	۱۱۱۲	۳۰۱	۴۵۰
۹	۴۲	۳۵	۴۷۰	۲۸۴	۹۵۰
۱۰	۵۱	۱۰	۱۱۲۰	۲۱۰	۱۱۲
۱۱	۱۴	۲۷	۱۱۲۲	۵۱۲	۲۴۸
۱۲	۳۷	۴۲	۱۱۲۲	۲۱۵	۲۴۵
۱۳	۵۶	۷۱	۱۱۰۰	۴۰۱	۲۱۵
۱۴	۸۴	۶۶	۹۰۰	۲۴۵	۲۱۷
۱۵	۹۱	۱۰۴	۱۲۴۴	۵۰۱	۳۰۰
۱۶	۹۵	۱۱۲	۱۲۱۱	۱۱۵	۷۰۰
۱۷	۶۵	۲۴۵	۹۵۱	۱۳۶	۴۵۶
۱۸	۷۸	۱۲۵	۷۱۵	۹۴۲	۹۹۵
۱۹	۴۸	۲۴۳	۲۲۴	۸۷۵	۹۹۴
۲۰	۷۵	۱۲۷	۹۶۵	۷۵۵	۵۷۵

برای اینکه فرایند انتخاب مبادله‌ها به کمک مدل GTDEA انجام شود، نیازمند ارزیابی خارجی از واحدها هستیم که این ارزیابی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$r_j = \frac{y_{1j}}{x_{1j}} \quad j=1,2,\dots,n \quad (\text{رابطه ۲۵})$$

در رابطه بالا، y_{1j} و x_{1j} به ترتیب خروجی و ورودی اول دانشکده نام و r_j میزان ارزیابی خارجی برای دانشکده نام است. در واقع، با توجه به اینکه مبحث آموزشی از عوامل مهمی در ارزیابی دانشکده‌هاست، نسبت تعداد دانشجویان کارشناسی به تعداد کارمندان آموزشی دانشکده‌ها می‌تواند به عنوان یک ارزیابی کارشناسی از دانشکده‌ها ارائه شود.

برای تخمین ارزیابی خارجی به کمک مدل‌های DEA، باید مجموعه‌ای از مبادلات را به مدل DEA به گونه‌ای اضافه کنیم که ضمن قابل قبول بودن، بیشترین همبستگی ممکن بین ارزیابی‌های داخلی و خارجی واحدها ایجاد شود. برای این منظور، ابتدا مجموعه‌ای از مبادلات توسط کارشناسان برای واحدهای تصمیم‌گیرنده به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$TO1: (0, 0, -2, 1, 0) \quad TO2: (0, 0, 1, -1, 0) \quad TO3: (0, 1, 0, 0, 0.5)$$

$$TO4: (0.5, -1, 0, 0, 0) \quad TO5: (1, 0, 0.5, 0, 0) \quad TO6: (0, 0, 2, 0, -1)$$

اکنون به کمک مدل GTDEA، ترکیبی از مبادلات بالا به صورتی انتخاب می‌شود که در هر دوره زمانی، بیشترین همبستگی را بین ارزیابی داخلی و خارجی واحدها داشته باشیم. نتایج مدل GTDEA در دوره‌های زمانی ۱ و ۲ در جدول ۳ آمده است.

جدول ۳. مبادلات انتخابی به کمک مدل GTDEA در دوره‌های زمانی اول و دوم

ضریب همبستگی بهینه	مبادلات انتخاب شده	
۰/۹	$TO1: (0, 0, -2, 1, 0)$ $TO3: (0, 1, 0, 0, 0.5)$ $TO5: (1, 0, 0.5, 0, 0)$	دوره زمانی اول
۰/۸	$TO3: (0, 1, 0, 0, 0.5)$ $TO5: (1, 0, 0.5, 0, 0)$ $TO6: (0, 0, 2, 0, -1)$	دوره زمانی دوم

بنا بر نتایج به دست آمده از مدل GTDEA در جدول ۳، مبادلات اول، سوم و پنجم در دوره اول و مبادلات سوم، پنجم و ششم در دوره دوم انتخاب می‌شوند. به این مبادلات که بیشترین ضریب همبستگی را بین ارزیابی‌های داخلی و خارجی در هر دوره زمانی فراهم می‌کنند، مبادلات هدفمند گفته می‌شود. بنابراین، مبادلات هدفمند در دوره اول ضریب همبستگی ۰/۹ و در دوره

دوم ضریب همبستگی ۰/۸ را بین ارزیابی‌های داخلی و خارجی به وجود می‌آورند که بیشترین ضریب‌های همبستگی ممکن در هر دوره است.

اکنون می‌توان فضای مبادلات هدفمند را به کمک مبادلات هدفمند انتخاب‌شده بالا در دوره‌های زمانی اول و دوم، تشکیل داد و به کمک این فضا و روابط مربوط به آن که در بخش روش‌شناسی پژوهش آمده است، شاخص مالکونیست توسعه‌یافته و تجزیه‌های آن را به دست آورد. جدول‌های ۴ و ۵ نتایج محاسبه شاخص مالکونیست و تجزیه‌های آن را در حالات اولیه و توسعه‌یافته نشان می‌دهند.

جدول ۴. شاخص مالکونیست و تجزیه‌های آن

شاخص مالکونیست	تغییرات تکنولوژی	تغییرات کارایی قیاسی	تغییرات کارایی محض	دانشکده‌ها
۱/۰۱۰	۱/۲۷۷	۱/۱۲۲	۰/۷۰۵	۱
۱/۰۳۵	۱/۱۲۵	۱/۰۷۵	۰/۸۵۵	۲
۱/۴۶۱	۱/۳۰۱	۱/۰۴۹	۱/۰۷۱	۳
۲/۱۳۴	۱/۳۹۱	۱/۲۱۵	۱/۲۶۲	۴
۱/۱۰۲	۱/۱۰۲	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۵
۱/۱۴۸	۱/۱۴۸	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۶
۰/۸۹۳	۱/۰۶۸	۰/۵۹۷	۱/۴۰۱	۷
۰/۷۵۸	۱/۳۵۴	۱/۸۲۵	۰/۳۱۸	۸
۱/۴۴۸	۱/۴۴۸	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۹
۱/۳۷۶	۱/۳۷۶	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱۰
۱/۴۳۸	۱/۴۳۸	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱۱
۱/۳۰۱	۱/۱۴۴	۱/۱۵۴	۰/۹۸۶	۱۲
۱/۲۱۹	۱/۸۱۹	۰/۹۸۲	۰/۶۸۳	۱۳
۱/۳۱۷	۱/۲۸۵	۱/۰۴۱	۰/۹۸۵	۱۴
۱/۴۱۴	۲/۲۵۶	۰/۳۳۷	۱/۸۵۸	۱۵
۱/۶۳۹	۱/۳۵۲	۰/۴۸۲	۲/۵۱۴	۱۶
۱/۶۸۸	۱/۱۵۹	۱/۰۴۱	۱/۳۹۹	۱۷
۱/۱۰۵	۱/۷۷۹	۰/۶۲۱	۱/۰۰۰	۱۸
۱/۰۷۲	۱/۰۷۴	۰/۹۹۹	۱/۰۰۰	۱۹
۱/۰۰۲	۲/۵۵۲	۰/۳۹۳	۱/۰۰۰	۲۰

جدول ۵. شاخص مالک‌نویست توسعه یافته و تجزیه‌های آن

شاخص مالک‌نویست توسعه یافته	تغییرات تکنولوژی توسعه یافته	تغییرات فاکتور ارزیابی خارجی	تغییرات کارایی قیاسی	تغییرات کارایی محض	دانشکده‌ها
۰/۸۴۰	۱/۰۶۲	۱/۰۰۰	۱/۱۲۲	۰/۷۰۵	۱
۰/۹۹۷	۱/۰۸۵	۱/۰۰۰	۱/۰۷۵	۰/۸۵۵	۲
۱/۲۱۳	۱/۱۳۰	۰/۹۵۵	۱/۰۴۹	۱/۰۷۱	۳
۱/۳۴۳	۱/۰۳۶	۰/۸۴۵	۱/۲۱۵	۱/۲۶۲	۴
۱/۰۵۵	۱/۰۵۵	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۵
۱/۱۱۳	۱/۰۶۰	۱/۰۵۱	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۶
۰/۸۴۰	۱/۰۰۵	۱/۰۰۰	۰/۵۹۷	۱/۴۰۱	۷
۰/۶۷۷	۱/۱۶۷	۱/۰۰۰	۱/۸۲۵	۰/۳۱۸	۸
۱/۴۳۳	۱/۴۳۳	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۹
۱/۱۹۹	۱/۰۸۶	۱/۱۰۴	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱۰
۰/۹۱۵	۰/۹۱۵	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱۱
۱/۱۳۸	۰/۹۴۷	۱/۰۵۶	۱/۱۵۴	۰/۹۸۶	۱۲
۰/۸۲۰	۱/۱۵۷	۱/۰۵۷	۰/۹۸۲	۰/۶۸۳	۱۳
۰/۹۹۴	۰/۹۵۹	۱/۰۱۱	۱/۰۴۱	۰/۹۸۵	۱۴
۱/۲۶۸	۱/۰۹۷	۱/۸۴۴	۰/۳۳۷	۱/۸۵۸	۱۵
۱/۸۶۵	۱/۱۸۸	۱/۲۹۵	۰/۴۸۲	۲/۵۱۴	۱۶
۱/۶۸۴	۱/۲۱۳	۰/۹۵۳	۱/۰۴۱	۱/۳۹۹	۱۷
۱/۰۸۷	۱/۳۳۷	۱/۳۰۸	۰/۶۲۱	۱/۰۰	۱۸
۱/۰۷۲	۱/۱۵۸	۰/۹۲۷	۰/۹۹۹	۱/۰۰۰	۱۹
۱/۴۷۵	۰/۹۸۸	۳/۸۰۰	۰/۳۹۳	۱/۰۰۰	۲۰

همان‌طور که در جدول‌های ۴ و ۵ مشاهده می‌شود، تغییرات کارایی محض و تغییرات کارایی قیاسی که بر اساس تکنولوژی‌های CRS و VRS محاسبه شده‌اند، در هر دو جدول مقادیر مشابهی دارند. از این رو به تشریح و مقایسه سایر ستون‌های جدول‌های ۴ و ۵ پرداخته می‌شود.

با توجه به ستون تغییرات تکنولوژی در جدول ۴، مشاهده می‌شود که در تکنولوژی CRS و بدون حضور مبادلات هدفمند، تمام واحدها تغییرات مثبتی دارند و شاهد پیشرفت تکنولوژی در دوره دوم نسبت به دوره اول هستیم، این در حالی است که در تکنولوژی مبادلات هدفمند (ستون تغییرات تکنولوژی توسعه یافته در جدول ۵)، شاهد تغییرات منفی در بعضی از واحدها از جمله واحدهای ۱۱، ۱۲، ۱۴ و ۲۰ هستیم که نشان‌دهنده پیشرفت نکردن واحدهای یادشده در دوره دوم نسبت به دوره اول است. با توجه به اینکه در تکنولوژی مبادلات هدفمند، مرز کارایی با دقت بیشتر و بر اساس اطلاعات موجود واحدها ساخته شده است؛ بررسی تغییرات این تکنولوژی اطلاعات بیشتر و مفیدتری را نسبت به تغییرات تکنولوژی CRS (تکنولوژی بدون مبادلات) فراهم می‌آورد.

در ستون تغییرات عامل ارزیابی خارجی در جدول ۵، مقادیر بیشتر از ۱ نشان‌دهنده این است که واحدهای یادشده از لحاظ همسویی با ارزیابی خارجی موفق عمل کرده‌اند و نتایج کوچک‌تر از ۱ ناموفق بودن واحدهای مربوطه را در همسویی با ارزیابی خارجی نشان می‌دهند. در مجموع، مقادیر این ستون میزان تأثیر عامل ارزیابی خارجی را در رشد بهره‌وری آن واحد معین می‌کنند. با مقایسه ستون‌های شاخص مالکوییست در جدول ۴ و شاخص مالکوییست توسعه یافته در جدول ۵، مشاهده می‌شود که ۷ واحد از ۲۰ واحد در دست بررسی، دارای شاخص مالکوییست توسعه یافته کوچک‌تر از ۱ هستند، در حالی که تنها ۲ واحد از ۲۰ واحد دارای شاخص مالکوییست کوچک‌تر از ۱ هستند. این تفاوت نتایج، از تفاوت سطح تکنولوژی مبادلات هدفمند و تکنولوژی CRS و همچنین اضافه شدن تغییرات عامل ارزیابی خارجی در حالت توسعه یافته نشئت می‌گیرد. طبیعی است که نتایج شاخص مالکوییست توسعه یافته با در نظر گرفتن اطلاعات بیشتری از واحدها و بررسی دقیق‌تر عوامل مؤثر در ارزیابی واحدها، مفیدتر و البته واقعی‌تر از نتایج واحدهای در دست بررسی هستند.

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این مقاله، به کمک مبادلات هدفمند ایجادشده توسط مدل GTDEA، فضای امکان تولید جدیدی موسوم به فضای مبادلات هدفمند ایجاد شد که در این فضا، ارزیابی واحدها همسو با ارزیابی خارجی آنها انجام می‌شود. پس از معرفی این فضا، شاخص مالکوییست به گونه‌ای توسعه یافت که بتواند علاوه بر محاسبه تغییرات کارایی و تکنولوژی که قبلاً انجام می‌شد، تغییرات تکنولوژی هدفمند و تغییرات عامل ارزیابی خارجی را نیز محاسبه کند. این توسعه از شاخص مالکوییست و تجزیه‌های جدید ارائه شده از آن، نتایج دقیق‌تر و موثکافانه‌تری از

وضعیت واحدها در طول دوره‌های زمانی به دست می‌دهد. به بیان دیگر، بررسی عامل جدید ارزیابی خارجی در شاخص بهره‌وری و تأمل بیشتر در تغییرات تکنولوژی توسعه یافته به کمک مبادلات هدفمند، موجب می‌شود که شاخص توسعه یافته نتایج واقعی تری را از بهره‌وری کل واحدها ارائه دهد.

با اینکه دیدگاه پیشنهادی این مقاله نگرشی نو در مبحث شاخص مالک‌کوئیسیت ارائه می‌دهد، خود می‌تواند زمینه مطالعات بعدی را نیز فراهم کند. برای نمونه، اگر به جای انتخاب مبادلات هدفمند به کمک مدل GTDEA، به تعیین مبادلات هدفمندی پردازیم که بین ارزیابی خارجی و داخلی واحدها همبستگی بیشتری ایجاد کند؛ نتایج به دست آمده برای شاخص مالک‌کوئیسیت توسعه یافته و تجزیه‌های آن، نتایج واقعی تری خواهد بود. علاوه بر آن، به کارگیری دیدگاه پیشنهادی این مقاله در یک نمونه کاربردی واقعی و بررسی نتایج آن می‌تواند از جمله توسعه‌های کاربردی در این زمینه باشد.

References

- Alirezaee, M.R. & Afsharian, M. (2010). Improving the discrimination of data envelopment analysis models in multiple time periods. *International Transactions in Operational Research*, 17(5), 667-679.
- Alirezaee, M.R. & Boloori, F. (2012). Proportional production trade-offs in DEA, *Asia-pacific journal of operational research*, 29(6), 1317-1334.
- Alirezaee, M.R. & Rafiee Sani, M.R. (2010). A Development on AHP/DEA Methodology for Ranking Decision Making Units. *Journal of industrial management*, 2(5), 83-102. (in Persian)
- Alirezaee, M.R. & Rafiee Sani, M.R. (2014). Trade-off Selection by Generalized Trade-Off Data Envelopment Analysis. *Journal of industrial management*, 6(3), 555-572. (in Persian)
- Banker, R.D., Charnes, A. & Cooper, W.W. (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiency in data envelopment analysis. *Management Science*, 30(9), 1078-1092.
- Caves, D.C., Christensen, L. R. & Dievert, W.E. (1982). The economic theory of index number and the measurement of input, output, and productivity. *Econometrica*, 50(6), 1393-1414.
- Charnes, A., Cooper, W.W. & Rhodes, E., (1978). Measuring the efficiency of the decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2(6), 429-444.

- Fare, R., Grosskopf, S., Lindgren, B. & Roose, P. (1992). Productivity change in Swedish analysis pharmacies 1980–1989: a nonparametric Malmquist approach. *Journal of Productivity Analysis*, 3(1), 85–102.
- Fare, R., Grosskopf, S., Norris, M. & Zhang, A. (1994). Productivity growth, technical progress, and efficiency changes in industrial country. *The American Economic Review*, 84(1), 66–83.
- Khosravi, M. & Shahroodi, K. (2014). Applying Network DEA Model in Evaluating Efficiency of Power Transmission Sector, in Iran Electricity Industry. *Journal of industrial management*, 6(2), 263-282. (in Persian)
- Mahmoudabadi, M.Z., Taheri Mehrjardi, M.H., Mahdavian, A. (2014). Evaluation of R&D Activities in Iran: Data Envelopment Analysis Approach. *Journal of industrial management*, 6(1), 55-74. (in Persian)
- Malmquist, S. (1953). Index numbers and indifferent surfaces. *Trabajos de Estadística*, 4(2): 209–242.
- Momeni, M., Rostami Malkhalifeh, M., Razavi, S.M. & Keykhosro, Y. (2014). Group Ranking of Bank Units According to Data Envelopment Analysis Approach. *Journal of industrial management*, 6(1), 181-196. (in Persian)
- Podinovski, V.V. & Bouzdine Chameeva, T. (2013). Weight Restrictions and Free Production in Data Envelopment Analysis. *Operations Research*, 61(2), 426-437.
- Podinovski, V.V. (2004). Production trade-offs and weight restrictions in data envelopment analysis. *The Journal of the Operational Research Society*, 55(4), 1311–1322.
- Podinovski, V.V. (2007). Improving data envelopment analysis by the use of production trade-offs. *The Journal of the Operational Research Society*, 58(7), 1261–1270.