

## بهینه‌سازی سبد سهام با تلفیق کارایی متقاطع و نظریه بازی‌ها

مهشید گودرزی<sup>۱</sup>، کیخسرو یاکیده<sup>۲</sup>، غلامرضا محفوظی<sup>۳</sup>

**چکیده:** مسئله بهینه‌سازی سبد سهام، یکی از مهم‌ترین مسائل سرمایه‌گذاری است. اغلب مدل‌های ریاضی که برای حل این مسئله ارائه شده‌اند، بر مبنای سوابق بازده سهام‌ها به حل مسئله پرداخته‌اند. به تازگی، استفاده کارایی متقاطع حاصل از مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها به جای سوابق بازده، در کانون توجه قرار گرفته است. در این پژوهش جدول کارایی متقاطع که مجموعه نشانگرهایی از وضعیت هر شرکت در شرایط محتمل آینده است، به‌عنوان جدول بازده در یک بازی دو نفره جمع صفر بین سرمایه‌گذار و بازار در نظر گرفته می‌شود. در این بازی فرض می‌شود سرمایه‌گذار قادر است شرکت مدنظر را برای سرمایه‌گذاری برگزیند و بازار می‌تواند وضعیت را به نفع هر یک از شرکت‌ها که خواست، برگرداند. فرض جمع صفر، یک تقابل بین سرمایه‌گذار و بازار را تداعی می‌کند که مناسب روحیه احتیاط در برابر بازار است. سبد بهینه سهام را احتمالات بهینه حاصل از حل مدل بازی برای انتخاب سیاست بهینه خریدار مشخص می‌کند. نتایج نشان می‌دهد عملکرد روش پیشنهادی در مقایسه با عملکرد سبد بازار قابل قبول است.

واژه‌های کلیدی: بهینه‌سازی سبد سهام، کارایی متقاطع، نظریه بازی‌ها.

۱. کارشناس ارشد مدیریت صنعتی، دانشکده ادبیات و علوم انسانی، دانشگاه گیلان، رشت، ایران

۲. استادیار گروه مدیریت، دانشکده ادبیات و علوم انسانی، دانشگاه گیلان، رشت، ایران

۳. استادیار گروه مدیریت، دانشکده ادبیات و علوم انسانی، دانشگاه گیلان، رشت، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۴/۲۸

تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۵/۰۸/۰۹

نویسنده مسئول مقاله: کیخسرو یاکیده

E-mail: yakideh@guilan.ac.ir

## مقدمه

در هر تصمیم‌گیری برای سرمایه‌گذاری، دو عامل ریسک و بازده اهمیت ویژه‌ای دارند. سرمایه‌گذاران در صورتی ریسک را می‌پذیرند که به ازای آن سود مناسبی عایدشان شود. شخص سرمایه‌گذار در بازار سهام با هدف افزایش ثروت و اجتناب از خطرات با این پرسش مواجه است که «چه سهم و چه میزان از هر سهم را بخرم؟». تا کنون مدل‌های متنوعی برای تعیین سبد بهینه ارائه شده است و همچنان این موضوع به‌طور گسترده‌ای در کانون توجه پژوهشگران قرار دارد. بهینه‌سازی سبد سهام، به‌مفهوم انتخاب ترکیب بهینه‌ای از دارایی‌هاست که می‌تواند در کنار بیشینه‌سازی بازده مورد انتظار، ریسک را به‌طور همزمان کمینه کند (اوریاخی، لوکاس و بسلی، ۲۰۱۱). مارکوویتز که در سال ۱۹۵۲ با تحلیل تئوری سبد سهام براساس فرمول میانگین - واریانس مدلی با هدف بیشینه‌کردن مقدار سود و کمینه‌سازی مقدار ریسک ارائه کرد، از پیشگامان این عرصه به‌شمار می‌رود. علی‌رغم اهمیت این مدل، هم از لحاظ اتکا به سوابق بازده سهم در دوره‌های گذشته و هم از نظر استفاده از واریانس به‌عنوان معیار ریسک، قابل نقد است. آخرین وضعیت هر شرکت بهتر از سوابق آن، امید به آینده شرکت را مشخص می‌کند. مدل مارکوویتز آخرین وضعیت شرکت نادیده گرفته می‌شود، چون سوابق بازده قبلی به‌راحتی آخرین وضعیت را جبران می‌کند. از این رو، شاید بهتر باشد به‌جای استفاده از بازده تاریخی، مجموعه‌ای از شاخص‌های مالی که گویای آخرین وضعیت مالی شرکت‌اند، مبنای بهینه‌سازی سبد سهام قرار گیرد. ایده استفاده از نسبت‌های مالی برای قضاوت درباره آینده شرکت را می‌توان ابتدا در تحقیق ادریسینگ و ژانگ (۲۰۰۸) مشاهده کرد. آنها با استفاده از مجموعه شاخص‌های مالی و به‌کمک روش تحلیل پوششی داده‌ها<sup>۱</sup>، نمرات کارایی هر شرکت را محاسبه کردند. این ایده بعدها مورد اقبال محققان قرار گرفت که در این میان، پژوهش لیم، اوه و ژو (۲۰۱۴) با تکمیل و اصلاح پژوهش ادریسینگ و ژانگ (۲۰۰۸) شایان توجه است. لیم و همکاران (۲۰۱۴) شاخص‌های مالی پیشنهادی ادریسینگ و ژانگ (۲۰۰۸) را برای محاسبه جدول کارایی متقاطع<sup>۲</sup> به‌کار بردند و کارایی‌های متقاطع را به‌جای سوابق بازده در چارچوب مدل میانگین - واریانس مارکوویتز، مبنای بهینه‌سازی سبد سهام قرار دادند. کارایی محاسبه‌شده در تحلیل پوششی داده‌ها، نوعی ارزیابی خوش‌بینانه از هر شرکت است که با تخصیص بهترین وزن‌ها به هر شرکت حاصل می‌شود. کارایی متقاطع نوعی ارزیابی از هر شرکت با تخصیص وزن‌های مطلوب برای شرکت‌های رقیب است. بر همین اساس نمره‌های کارایی متقاطع را می‌توان نشانه‌ای از وضعیت شرکت در مجموعه‌ای از شرایط قلمداد کرد که هر یک به نفع شرکت یا یکی از رقیب است.

1. Data Envelopment Analysis (DEA)
2. Cross Efficiency

اما مشکل دیگر مدل مارکویتز که در پژوهش لیم و همکاران (۲۰۱۴) به آن توجه نشده، استفاده از واریانس به‌عنوان معیار ریسک است. این معیار بازده‌های مثبت بالای میانگین که برای سرمایه‌گذار جذاب است را نیز نامطلوب قلمداد می‌کند. تلاش‌های زیادی برای ارائه شاخص‌های بهتر ریسک انجام شده است. در این پژوهش، روشی ابتکاری برای بهینه‌سازی سبد سهام معرفی می‌شود که مبتنی بر استفاده از جدول کارایی متقاطع است. اما اجتناب از ریسک در این روش با کنترل و حداقل‌سازی معیارهای ریسک در قالب برنامه ریاضی، انجام نمی‌شود. در این روش فرض می‌شود نوعی محیط تخصصی بین سرمایه‌گذار و بازار وجود دارد که در قالب یک بازی دونفره جمع صفر بیان می‌شود. در این پژوهش با این فرض، ارائه جواب بهینه برای سرمایه‌گذار مطابق با اصل عقلایی اجتناب از زیان در نظریه بازی‌هاست و از ریسک اجتناب می‌شود. منظور از جمع صفر آن است که مقدار برد یک بازیگر به‌طور دقیق با میزان باخت بازیگر مقابل مساوی است، یعنی جمع جبری برد خالص آنها برابر با صفر است (لیبرمن و هیلیر، ۲۰۰۷). در هر بازی، هر یک از بازیگران برای پیروزی بیشتر خود، باید ترکیب مناسب و بهینه‌ای از سیاست‌ها را انتخاب کند. در اینجا هر یک از شرکت‌های موجود در تحلیل، سیاست‌های دو سوی بازی را مشخص می‌کنند به این صورت که سرمایه‌گذار با انتخاب یک شرکت، در واقع سهم آن شرکت را می‌خرد و بازار با انتخاب هر شرکت، وضعیت را به نفع آن شرکت برمی‌گرداند. به بیان دیگر، شرکت‌ها از سویی سیاست خریدار و از سویی سیاست بازار در نظر گرفته می‌شوند. در این پژوهش، جدول کارایی متقاطع به‌عنوان جدول بازده در نظریه بازی‌ها در نظر گرفته شده است. جدول بازده مشخص می‌کند که در اثر تلاقی یک سیاست از خریدار و یک سیاست از بازار، چه نفعی برای خریدار حاصل می‌شود. از آنجا که هر بازیگر از زیان اجتناب می‌کند با فرض بازی جمع صفر، بازار که به‌عنوان یک بازیگر در صدد اجتناب از زیان است، در عمل حریفی تلقی می‌شود که در صدد حداقل کردن برد خریدار است. بر همین اساس، فرض جمع صفر می‌تواند گویای رویکرد بدبینانه خریدار به بازار باشد. رویکردی محتاط اما مشهور که معتقد است هر سهمی خریده شود، وضعیت به ضرر آن سهم تغییر خواهد کرد.

بنابراین هدف پژوهش حاضر را می‌توان ارائه روش مناسب تعیین میزان خرید از هر سهم، با در نظر گرفتن شاخص‌های چندگانه مالی و تلفیق تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها و نظریه بازی‌ها دانست. در پایان با تکرار روش روی داده‌های سال‌های مختلف، به بررسی و ارزیابی عملکرد روش پرداخته می‌شود.

### پیشینه پژوهش

در اینجا مرور ادبیات به سه بخش مرور بهینه‌سازی سبد سهام، مرور مفاهیم تحلیل پوششی داده‌ها و مرور نظریه بازی‌ها دسته‌بندی شده است تا جنبه‌های مختلف موضوع بررسی شود.

### بهینه‌سازی سبد سهام

بهینه‌سازی سبد به مفهوم انتخاب ترکیب بهینه‌ای از دارایی‌هاست که می‌تواند در کنار بیشینه کردن نرخ بازده مورد انتظار، ریسک نرخ بازده را به‌طور همزمان کمینه کند. مارکوویتز اولین کسی بود که مفهوم سبد سهام و ایجاد تنوع را به‌صورت روش رسمی مطرح کرد. مدل مارکوویتز بر مبنای بازده مورد انتظار و ریسک است. مارکوویتز بازده مورد انتظار هر سهم را میانگین بازده سهم در دوره‌های گذشته تعریف کرد و ریسک هر سهم را واریانس بازده هر سهم در دوره‌های گذشته در نظر گرفت. در نهایت بازده سبد سهام را میانگین وزنی بازده سهام مد نظر قرار داد، اما ریسک سبد سهام را به‌صورت تابع هدف رابطه ۱ محاسبه نمود.

$$V_{\Omega} = \text{Min} \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^n w_i w_l \psi_{il} \quad \text{رابطه ۱}$$

$$\sum_{i=1}^n w_i \bar{r}_i \geq E_{\Omega}^0$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1$$

$$w_i \geq 0$$

رابطه ۱ یکی از ویرایش‌های مدل مارکوویتز است که در آن، تابع هدف ریسک سبد را حداقل می‌کند و حداقل بازده مورد انتظار توسط تصمیم‌گیرنده در قالب یک قید به مدل اضافه شده است. در رابطه ۱،  $w_i$  و  $w_l$  معرف وزن هر سهم در سبد سهام؛  $\sigma_i^2$  نشان‌دهنده واریانس بازده سهم؛  $\psi_{il}$  کوواریانس دوبه‌دوی بازده سهم‌ها؛  $V_{\Omega}$  واریانس سبد سهام؛  $\bar{r}_i$  میانگین بازده هر سهم و  $E_{\Omega}^m$  حداقل بازده مورد انتظار سبد سهام است که توسط تصمیم‌گیرنده به مدل اضافه می‌شود.

در پژوهش‌های متعددی از نظریه مارکوویتز برای حل مسئله انتخاب سبد سهام استفاده شده است، اما از آنجا که این مدل غیرخطی است و برای حل آن روش ثابتی وجود ندارد، بسیاری از پژوهش‌ها نظیر پژوهش چانگ، یانگ و چانگ (۲۰۰۹) و الهی و یوسفی (۱۳۹۳) فقط بر شیوه حل این مدل متمرکز شده‌اند. علاوه بر غیرخطی بودن مدل مارکوویتز، اتکای این مدل به

واریانس به‌عنوان معیار ریسک هم مسئله‌ساز است؛ زیرا وجود بازده‌های زیاد سبد سهام که مطلوب سرمایه‌گذار است با معیار واریانس، ریسک محسوب می‌شوند. تلاش‌های زیادی برای معرفی معیارهای بهتر ریسک و مدل‌سازی ریاضی برای بهینه‌سازی سبد سهام با معیارهای بهتر انجام گرفت. از پژوهش‌های نظری که بر ارزش در معرض ریسک به‌عنوان ابزار سنجش ریسک تأکید دارند، می‌توان به پژوهش جوریون (۱۹۹۷) اشاره کرد که بعدها در پژوهش‌هایی نظیر پژوهش گوه، ژانگ، لیم و سیم (۲۰۱۲) به‌کار گرفته شد. همچنین معیار ارزش در معرض خطر شرطی توسط راکفلر و اوریا سو (۲۰۰۰)، اکربی و تاسچه (۲۰۰۲)، راکفلر و اوریا سو (۲۰۰۲) و کیسیال (۲۰۱۵) معرفی و به‌کار گرفته شد.

مدل مارکوویتز علاوه بر غیرخطی بودن مدل و استفاده از معیار واریانس به‌سبب اتکا به سوابق تاریخی بازده سهام‌ها هم قابل انتقاد است. میانگین بازده سهم در گذشته نشانه خوبی برای بازده آتی نیست و حتی ممکن است گمراه‌کننده باشد. اما تا همین اواخر که ادیسینگ و ژانگ (۲۰۰۸) و لیم و همکاران (۲۰۱۴) از کارایی و کارایی متقاطع به‌عنوان جایگزین سوابق بازده استفاده کردند، هیچ پژوهشگری به این انتقاد توجه نکرده بود. در بخش بعد به این پژوهش‌ها بیشتر پرداخته می‌شود.

### تحلیل پوششی داده‌ها

تحلیل پوششی داده‌ها روشی مبتنی بر برنامه‌ریزی خطی است که برای ارزیابی کارایی نسبی واحدهای تصمیم‌گیری<sup>۱</sup> که وظایف یکسانی انجام می‌دهند، به‌کار می‌رود (مؤمنی، ۱۳۹۳). چارلز و همکارانش با درک مشکلات موجود برای یافتن مجموعه مشترکی از وزن‌ها برای تعیین کارایی، پیشنهاد کردند که باید به هر واحد تصمیم‌گیری اجازه داد مجموعه‌ای از وزن‌ها را برگزیند تا آن واحد در مطلوب‌ترین وضعیت نسبت به سایر واحدها نشان داده شود. در واقع به ورودی‌ها و خروجی‌ها برای سنجش کارایی، وزن داده می‌شود. کارایی بیان‌کننده میزان بهره‌وری سازمان از منابع خود در عرصه تولید نسبت به بهترین عملکرد، در مقطعی از زمان است (مهرگان، ۱۳۸۶).

در پژوهش‌های متعددی از این تکنیک برای حل مسائل مالی و انتخاب سبد سهام استفاده شده است که از آن جمله می‌توان به پژوهش‌های افشار کاظمی و خلیلی عراقی (۱۳۹۱)، باربد (۱۳۸۹)، ادیسینگ و ژانگ (۲۰۰۸)، بولین (۲۰۰۰)، چن (۲۰۰۸) و لیم و همکاران (۲۰۱۴) اشاره کرد. اگرچه تعداد مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها روز به روز در حال افزایش است، مبنای همه

آنها تعدادی مدل اصلی است که توسط بنیان گذاران این روش علمی تدوین شده است. برخی از این مدل‌ها عبارت‌اند از: مدل اصلی (CCR)<sup>۱</sup>؛ مدل اصلی (BCC)<sup>۲</sup> و مدل جمعی (AD)<sup>۳</sup>. مدل معروف تحلیل پوششی داده‌ها با فرض بازده به مقیاس ثابت مدل CCR و با فرض بازده به مقیاس متغیر مدل BCC است که هر یک در دو فرم پوششی و مضربی و در دو ماهیت ورودی محور و خروجی محور به کار برده می‌شوند. هر یک از این فرم‌ها تفسیر ویژه‌ای دارند. فرم مضربی تخصیص بهترین وزن‌های ممکن به واحد تحت ارزیابی است و تفسیر فرم پوششی تصویر واحد تحت ارزیابی بر مرز کارا است. تصویر واحد تحت ارزیابی بر مرز کارا با انبساط خروجی‌ها یا انقباض ورودی‌ها یا انبساط و انقباض همزمان خروجی‌ها و ورودی‌ها انجام می‌شود. مدل‌هایی که کارایی را از طریق تصویر واحد بر مرز کارا، صرفاً با انقباض ورودی‌ها انجام دهند، مدل‌های ورودی محور نام دارند و مدل‌هایی که کارایی را از طریق تصویر واحد بر مرز کارا، صرفاً با انبساط خروجی‌ها انجام دهند، مدل‌های خروجی محور نامی‌شوند. مدل‌های اصلی CCR و BCC در هر دو ماهیت ورودی محور و خروجی محور، شعاعی هستند. منظور از شعاعی بودن این است که برای تصویر واحد تحت ارزیابی بر مرز کارا، همه ورودی‌ها در ماهیت ورودی محور و همه خروجی‌ها در ماهیت خروجی محور به یک نسبت ثابت تغییر می‌کنند. اما برخی از مدل‌ها به صورت غیرشعاعی عمل کرده و انقباض ورودی‌ها و انبساط خروجی‌ها در آنها به یک نسبت ثابت نیست. مدل جمعی یکی از این مدل‌هاست. این مدل علاوه بر غیرشعاعی بودن از این امتیاز برخوردار است که نه ورودی محور و نه خروجی محور است؛ بلکه در ماهیت ترکیبی است و ورودی‌ها و خروجی‌ها همزمان در آن نقش دارند. چارلز، کوپر، گولانی، سیفور و استورکس در سال ۱۹۸۵ به معرفی این مدل پرداختند. مدل ریاضی آن در رابطه ۲ بیان شده است:

$$\max \left[ \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right] \quad \text{رابطه ۲}$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- = x_{io} \quad \dots \quad i = 1, \dots, m.$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} + s_r^+ = y_{ro} \quad \dots \quad r = 1, \dots, s$$

$$\lambda_j, s_i^-, s_r^+ \geq 0$$

- 
1. Charnes-Cooper-Rhodes
  2. Banker-Charnes-Cooper
  3. Additive Model

با اضافه کردن رابطه ۳ به عنوان محدودیت، رابطه ۲ به مدلی با بازده به مقیاس متغیر تبدیل می‌شود.

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad \text{رابطه ۳}$$

در رابطه ۲،  $m$  معرف تعداد ورودی‌ها؛  $s$  تعداد خروجی‌ها و اندیس  $j$  نشان‌دهنده هریک از واحدهاست. همچنین اندیس  $i$  ورودی‌ها و اندیس  $r$  خروجی‌ها را مشخص می‌کند.  $x_{ij}$  مقدار ورودی  $i$ ام واحد  $j$  و  $y_{rj}$  مقدار خروجی  $r$ ام واحد  $j$  است. ضمن آن که واحد تحت ارزیابی با اندیس  $o$  نشان داده می‌شود و متغیرهای کمکی  $s_r^+$  و  $s_i^-$  مربوط به  $i$  امین ورودی و  $r$ امین خروجی هستند.

در مواردی از کاربردهای تحلیل پوششی داده‌ها ممکن است داده‌هایی با مقادیر منفی در میان ورودی‌ها و خروجی‌ها وجود داشته باشد، به‌خصوص در مسائل مالی این شرایط بسیار محتمل است، اما مدل‌های اصلی تحلیل پوششی داده‌ها با فرض غیرمنفی بودن ورودی‌ها و خروجی‌ها ساخته شده‌اند. در این شرایط لازم است از مدل‌هایی استفاده شود که از ویژگی پایداری در برابر انتقال محورها برخوردار باشند (لیم و همکاران، ۲۰۱۴). منظور از پایداری در برابر انتقال محورها این است که با اضافه‌شدن یک مقدار به یک ورودی یا خروجی همه واحدها، نمره‌های کارایی تغییر نمی‌کند. مدل جمعی از این خاصیت برخوردار است، اما ضعف اساسی این مدل آن است که فقط می‌تواند کارا بودن یا نبودن واحدها را تشخیص دهد و تخصیص مقدار کارایی با این مدل ممکن نیست. مدل دامنه تعدیل شده (RAM) که در سال ۱۹۹۹ توسط کوپر و پاستور ارائه شد، ویرایشی از مدل جمعی است که قادر به تخصیص مقدار کارایی به واحدهاست. این مدل مانند مدل جمعی در ماهیت ترکیبی بوده، غیرشعاعی است و از خاصیت پایداری در مقابل انتقال محورها و ورودی و خروجی برخوردار است. فرم پوششی این مدل در رابطه مشاهده می‌شود.

$$\max \frac{1}{m+s} \left( \sum_{i=1}^m \frac{s_i^-}{R_i^-} + \sum_{r=1}^s \frac{s_r^+}{R_r^+} \right) \quad \text{رابطه ۴}$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + s_i^+ = x_{io} \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j + s_r^+ = y_{ro} \quad r = 1, \dots, s$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j \geq 0, s_i^- \geq 0, s_r^+ \geq 0$$

نمادهای رابطه ۴ مانند آن چیزی است که برای رابطه ۲ گفته شد؛ اما  $R_i^-$  و  $R_r^+$  به ترتیب بازه‌هایی برای ورودی‌ها و خروجی‌ها هستند که به صورت زیر تعریف شده است:

$$R_i^- = \max(x_{ij}, j = 1, \dots, n) - \min(x_{ij}, j = 1, \dots, n) \quad \text{رابطه ۵}$$

$$i = 1, \dots, n$$

$$R_r^+ = \max(y_{rj}, j = 1, \dots, n) - \min(y_{rj}, j = 1, \dots, n) \quad \text{رابطه ۶}$$

$$r = 1, \dots, s$$

دوگان مدل پوششی RAM که فرم مضربی در تحلیل پوششی داده‌ها است، به صورت رابطه ۷ است.

$$\text{Min } e_0 = \sum_{i=1}^m v_i x_{io} - \sum_{r=1}^s u_r y_{ro} - w \quad \text{رابطه ۷}$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + w \leq 0 \quad j = 1, \dots, n$$

$$u_r \geq \frac{1}{m+s} R_r^+$$

$$v_i \geq \frac{1}{m+s} R_i^-$$

از طریق حل مدل فوق و دستیابی به  $u$  و  $v$  که بهترین وزن‌ها برای ورودی‌ها و خروجی‌های هر واحد هستند، می‌توان جدول کارایی متقاطع را تشکیل داد. کارایی متقاطع عملکرد یک واحد با توجه به وزن‌های بهینه سایر واحدهاست. معمول است که کارایی متقاطع در یک جدول ارائه شود. در این جدول عنصری که در سطر  $z$ ام و ستون  $i$ ام قرار دارد، کارایی واحد  $z$ ام است، هنگامی که با وزن‌های بهینه واحد  $i$ ام ارزیابی شده است (دویل و گرین، ۱۹۹۴).

## نظریه بازی‌ها

نظریه بازی‌ها تصمیم‌سازی در محیط‌هایی که ترکیبی از تقابل و همکاری وجود دارد را مطالعه می‌کند. جان وان نویمان نظریه بازی‌ها را برای نخستین بار مطرح کرد. وی در سال ۱۹۲۸ در کتابی با عنوان *نظریه بازی‌ها و رفتار اقتصادی* که با همکاری اقتصاددانی به نام اسکار مونگسترن منتشر کرد، مفاهیم اولیه این نظریه را بسط داد و کاربرد آن را در علم اقتصاد تشریح



کرد. از آن پس این نظریه در علوم مختلف از جمله جامعه‌شناسی، روان‌شناسی، علوم سیاسی، علم تکامل و محیط زیست و... به کار رفت. پس از نویمان، دانشمندان مختلفی از این نظریه استفاده کرده یا نسبت به بسط مفاهیم آن اقدام کردند که در این بین جان نش، جان هارسانی و رنهارد سلتن با ارائه مفاهیم موازنه، گام مهمی در بسط این نظریه برداشتند، به نحوی که در سال ۱۹۹۴ مفتخر به دریافت جایزه نوبل اقتصاد گردیدند. در سال ۲۰۰۵، توماس شیلینگ و رابرت اومن به دلیل ارائه راهکارهای جدید در خصوص پویایی نظریه بازی‌ها نیز، برنده جایزه نوبل گردیدند. دو سال بعد در سال ۲۰۰۷ راجر میرسن، لئونید هوروویچ و اریک مسکین موفق شدند جایزه نوبل اقتصاد را دریافت کنند (یگانگی دستگردی، ۱۳۸۹). با گذشت بیش از نیم قرن از معرفی مفاهیم پایه این نظریه، هنوز رشد شایان توجه پژوهش‌ها در زمینه کاربرد این نظریه در علوم مختلف نظیر علوم سیاسی، اقتصاد و تجارت، فلسفه و منطق، زیست‌شناسی، کامپیوتر و سایر زمینه‌ها ادامه دارد. در حوزه مدیریت و مالی از کاربرد این نظریه می‌توان به پژوهش‌های درکسل (۲۰۱۰)، سید اصفهانی، بی‌آزاران و قاراخانی (۲۰۱۱)، ولی‌نژاد، شکیبا و امیرسلیمانی (۲۰۱۳) برای تخصیص هزینه، قیمت‌گذاری و بازاریابی اشاره کرد. در این پژوهش روش مناسب تعیین میزان خرید از هر سهم، با تلفیق تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها و نظریه بازی‌ها ارائه می‌شود.

یک بازی، ارائه فنی موقعیتی است که در آن نتیجه اقدام هر فرد نه تنها به اقدام خودش وابسته است، بلکه به اقدام سایر افراد هم بستگی دارد. بنابراین تصمیم بهینه‌ای که وی اتخاذ می‌کند، به انتظار او از اقدامات دیگران مرتبط است (شاکری، ۱۳۹۰). ویژگی اساسی تصمیم‌گیری در شرایط بازی این است که هر بازیگر قبل از تصمیم‌گیری و انتخاب باید واکنش دیگران را نسبت به انتخاب و تصمیم خود، تجزیه و تحلیل کند، آنگاه تصمیمی که برایش بهترین است را اتخاذ نماید. هدف اصلی نظریه بازی‌ها توسعه ضوابط معقول برای انتخاب سیاست یا استراتژی است. در چارچوب نظریه بازی، سیاست‌ها به مجموعه تصمیماتی گفته می‌شود که یک بازیگر در هر موقعیت تصمیم می‌تواند انتخاب کند. توسعه ضوابط برای انتخاب سیاست بهینه در تئوری بازی‌ها، بر اساس دو فرض بنا می‌شود؛ اول این که همه بازیگران عاقل و منطقی باشند و دوم تمام توان خود را در مصاف حریف به کار ببندند تا به بهترین نتیجه دست یابند (لیبرمن و هیلیر، ۲۰۰۷). منظور از عاقلانه رفتار کردن این است که انسان قبل از اینکه دست به عملی بزند، به طور عمیق درباره آن فکر کند و هدف، ترجیحات و محدودیت‌های خود را در نظر بگیرد، سپس به گونه‌ای انتخاب و عمل کند که زیان نبیند.

در نظریه بازی، بازی‌ها انواع مختلفی دارند و دسته‌بندی‌های گوناگونی برای آنها در نظر گرفته شده است که اصلی‌ترین آن، دسته‌بندی انواع بازی‌ها به دو نوع بازی جمع صفر و غیرجمع صفر است. منظور از بازی جمع صفر این است که برد یک بازیگر با باخت طرف دیگر مساوی است و سود یک بازیکن با زیان بازیکن دیگر همراه است. این بازی در شرایط رقابت و منازعه انجام می‌شود (ونتسل، ۱۹۹۵: ۱۱). این در حالی است که در بازی با مجموع غیر صفر (حاصل جمع متغیر) ممکن است دو بازیگر همزمان برنده یا بازنده شوند و میزان سود یا ضرر لزوماً برابر نیست (کاظمی، ۱۳۷۳: ۶۷). بازی‌های غیرجمع صفر پیچیده‌تر از بازی‌های جمع صفر هستند و به انواع بازی‌های همکارانه و غیرهمکارانه دسته‌بندی می‌شوند. در بازی‌های همکارانه امکان توافق تعهدآور بین دو بازیگر برای اتخاذ سیاست‌هایی که منافع هر دو را بهبود می‌دهد، به مدل اضافه می‌شود. انواع دیگر دسته‌بندی بازی‌ها نظیر بازی‌های متقارن و نامتقارن، همزمان و متوالی، بازی با اطلاعات کامل و اطلاعات ناقص، شرایط مختلف بازی را مشخص می‌کنند. بازی‌هایی همچون بازی دوراهی زندانی، بازی بزدلانه، بازی تضمینی، بازی هم‌نوایی، بازی معمای اجتماعی، بازی اولتیماتوم، بازی دیکتاتور از جمله بازی‌های معروف‌اند (آزرن، ۲۰۰۴).

### حل بازی دونفره جمع صفر

روش تحلیل ریاضی بازی دونفره، عبارت است از تهیه جدولی از پیامدهای ممکن که از تلاقی سیاست‌های دو بازیگر ساخته می‌شود. اولین عدد در زوج مرتب در هر درایه، نشان‌دهنده برد بازیگر اول و عدد دوم گویای برد بازیگر دوم است. در بازی جمع صفر که برد یک بازیگر و باخت بازیگر دیگر یکی تلقی می‌شود، معمول است برد بازیگر اول در جدول به نمایش درآید و از نوشتن باخت بازیگر دوم اجتناب شود. در این صورت بازیگر اول برای انتخاب سیاست بهینه از قاعده ماکسی‌مین و بازیگر دوم که باخت او در جدول نشان داده شده، برای انتخاب سیاست بهینه از قاعده مینی‌ماکس استفاده می‌کند. برای دو بازیگر در یک بازی جمع صفر جدول بازده به صورت جدول ۱ است.

جدول ۱. ماتریس بازده

بازیگر A3	بازیگر A2	بازیگر A1	
$p_{31}$	$p_{21}$	$p_{11}$	بازیگر B1
$p_{32}$	$p_{22}$	$p_{12}$	بازیگر B2
$p_{33}$	$p_{23}$	$p_{13}$	بازیگر B3

بر اساس یک قضیه اساسی در تئوری بازی‌ها، در بازی دو نفره با جمع صفر، هرگاه مقدار ماکسی‌مین بازیگر اول با مقدار مینی‌ماکس بازیگر دوم برابر باشد، بازی پایدار خوانده شده، قواعد ماکسی‌مین و مینی‌ماکس قادر است سیاست بهینه دو بازیگر را مشخص کند (توسلی، ۱۳۹۱).  
در صورت نابرابری دو مقدار ماکسی‌مین بازیگر اول با مقدار مینی‌ماکس بازیگر دوم، بازی ناپایدار خوانده شده، سیاست واحد بهینه برای هیچ‌یک از دو بازیگر وجود ندارد و در عمل نظریه بازی به هر بازیگر توصیه می‌کند که سیاست‌های خود را بر اساس یک تابع توزیع احتمال انتخاب نماید. این تابع توزیع احتمال، بیان‌کننده یک سیاست مختلط است که ترکیبی از همه سیاست‌ها را تجویز می‌کند. اگر تعداد سیاست‌های ممکن برای بازیگر اول برابر  $m$  باشد، سیاست مختلط بهینه برای بازیگر اول به صورت مقادیر بهینه برای بردار  $(x_1, x_2, \dots, x_m)$  تعریف می‌شود روشن است که رابطه ۸ برقرار است.

$$\sum_{i=1}^m x_i = 1 \quad \text{رابطه ۸}$$

رابطه ۹ شکل کلی برنامه‌ریزی خطی برای تعیین سیاست مختلط بهینه بازیگر اول، یعنی مقادیر بهینه  $x_i$  است (لیبرمن و هیلیر، ۲۰۰۷). در رابطه ۹ بردار  $x_1$  تا  $x_m$  مقادیر توزیع احتمال بهینه برای انتخاب سیاست‌های ۱ تا  $m$  را مشخص می‌کند. در این رابطه  $p_{ij}$  بازده حاصل از تلاقی سیاست  $i$  از بازیگر اول و سیاست  $j$  از بازیگر دوم است.

$$\text{Max}(x_{m+1}) \quad \text{رابطه ۹}$$

$$\sum_{i=1}^m p_{ij} x_i - x_{m+1} \geq 0 \quad \dots j = 1, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^m x_i = 1$$

$$x_i \geq 0 \quad \dots i = 1, \dots, m + 1$$

### کاربرد نظریه بازی‌ها در این پژوهش

در این پژوهش فرض می‌شود بین خریدار و بازار یک بازی دو نفره با جمع صفر برقرار است؛ چرا که بازی‌های با جمع غیرصفر نمی‌توانند حداکثر تخاصم بین دو بازیگر را نشان دهند. وجود حداکثر تخاصم بین دو بازیگر، حداکثر احتیاط را برای بازیگران الزامی می‌کند. در این پژوهش احتیاط در برابر حریف متخاصم بازار، اجتناب حداکثری از ریسک تلقی می‌شود. در این بازی هر یک از شرکت‌های موجود در تحلیل، سیاست‌های دو سوی بازی را مشخص می‌کند. در این

بازی جدول بازده، همان ماتریس کارایی متقاطع است. از آنجا که مقادیر در جدول کارایی متقاطع ارزیابی هر شرکت در شرایط مختلف ممکن هستند، خریدار با استفاده از قاعده ماکسی‌مین، شرکتی را برمی‌گزیند که در بدترین شرایط از بقیه بهتر باشد. در مقابل، بازار با استفاده از قاعده مینی‌ماکس اقدام به انتخاب شرکتی می‌کند که اگر شرایط به نفع آن برگردد، بهترین انتخاب خریدار از بقیه شرکت‌ها بدتر باشد. بنابراین هر یک از دو بازیگر براساس قاعده ماکس‌مین بازده تلاش می‌کند از زیان اجتناب نماید. اجتناب از زیان برای هر بازیگر به جهت ماهیت جمع صفر بازی به مفهوم جلوگیری از برد طرف مقابل است. بنابراین چون یک طرف بازی بازار است با در نظر گرفتن یک بازی جمع صفر بین خریدار و بازار، عملاً فرض شده بازار مانع برد خریدار است. نگاه بدبینانه خریدار نسبت به بازار با توجه به اصل اجتناب از زیان موجب اتخاذ محتاطانه‌ترین رفتار می‌شود. تعبیر بازی جمع صفر بین خریدار و بازار در واقع مدل‌سازی نوعی نگاه بدبینانه اما معمول به بازار است. این نگاه در کنار اصل عقلایی اجتناب از زیان در تئوری بازی‌ها، حداقل‌سازی ریسک را نتیجه می‌دهد.

### روش‌شناسی پژوهش

مراحل اجرای پژوهش به این ترتیب است: مرحله اول، محاسبه شاخص‌های مالی برای شناسایی شرکت‌های با وضعیت بهتر؛ مرحله دوم، دستیابی به بهترین وزن‌های هر شرکت از طریق حل فرم مضربی مدل دامنه تعدیل شده؛ مرحله سوم، تشکیل جدول کارایی متقاطع؛ مرحله چهارم، حل مدل حداکثر کارایی سید؛ مرحله پنجم، تشکیل سید سهام با استفاده از نظریه بازی‌ها؛ مرحله ششم، ارزیابی عملکرد سید سهام.

### محاسبه شاخص‌های مالی برای شناسایی شرکت‌های با وضعیت بهتر

می‌توان به‌جای استفاده از بازده تاریخی، برخی شاخص‌های مالی که منعکس‌کننده وضعیت فعلی شرکت هستند را به‌کار گرفت و در ارزیابی وضعیت فعلی، به‌عنوان مبنایی برای قضاوت درباره آینده شرکت استفاده کرد. در تحلیل پوششی داده‌ها با دو دسته از شاخص‌ها با عنوان ورودی و خروجی سروکار داریم. در این پژوهش به پیروی از ادریسینگ و ژانگ (۲۰۰۸) و لیم و همکارانش (۲۰۱۴) نسبت‌های سودآوری و رشد به‌عنوان خروجی در نظر گرفته شده است؛ زیرا اهداف غایی شرکت تلقی می‌شوند. همچنین نسبت‌های نقدینگی، اهرمی و فعالیت ورودی هستند؛ زیرا برنامه و استراتژی‌های عملیاتی هر شرکت تلقی می‌شوند. به بیانی باید برنامه و استراتژی‌هایی برای شرکت (ورودی و مواد اولیه) وجود داشته باشد که رشد و سود (خروجی و نتیجه) تولید شود. این شاخص‌ها در جدول ۲ آمده است.

جدول ۲. شاخص‌های ورودی و خروجی

شاخص ورودی	شاخص خروجی
گردش حساب‌های دریافتی	بازده دارایی‌ها (ROA)
گردش موجودی کالا	بازده حقوق صاحبان سهام (ROE)
گردش دارایی	حاشیه سود خالص
نسبت جاری	سود هر سهم
نسبت آنی	نرخ رشد درآمدها
ضریب مالکانه	نرخ رشد سود خالص
نسبت بدهی	نرخ رشد هر سهم
بدهی بلند مدت به حقوق صاحبان سهام	

### دستیابی به بهترین وزن‌های هر شرکت با حل مدل RAM

از آنجا که در نسبت‌های مالی مدل ادزیسینگ و ژانگ (۲۰۰۸) ممکن است هم در ورودی‌ها و هم در خروجی‌ها اعداد منفی وجود داشته باشد، براساس استدلال لیم و همکاران (۲۰۱۴) مدل مناسب برای محاسبه کارایی و کارایی متقاطع، مدلی است که در مقابل محورهای ورودی و خروجی خاصیت پایداری داشته باشد. مدل RAM از چنین ویژگی برخوردار است. به همین دلیل در این پژوهش مطابق با پیشنهاد لیم و همکاران (۲۰۱۴) از مدل RAM برای محاسبه کارایی شرکت‌ها استفاده می‌شود.

### تشکیل جدول کارایی متقاطع

زمانی که مطابق رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها نمره کارایی یک شرکت با تخصیص بهترین وزن‌ها برای آن شرکت محاسبه می‌شود، یک تعبیر از این کار در واقع ارزیابی شرکت در بهترین شرایط محتمل است. حال اگر نمره کارایی هر شرکت با وزن‌های سایر شرکت‌ها محاسبه شود، ماتریسی به دست می‌آید که به ماتریس کارایی متقاطع مشهور است. تفسیر بسیار جالب کارایی متقاطع این است که هر شرکت در بهترین وضعیت خود و بهترین وضعیت رقبای خود چگونه عمل می‌کند. در این تحقیق کارایی متقاطع به عنوان وضعیت نسبی شرکت در شرایط آینده تفسیر می‌شود؛ چرا که شرایط به هر حال به نفع یکی از شرکت‌ها خواهد بود. در مدل RAM چون در تابع هدف میزان ناکارایی محاسبه می‌شود، کارایی متقاطع برای واحد  $z$  با استفاده از وزن‌های بهینه واحد  $k$  از رابطه ۱۰ محاسبه می‌شود.

$$E_j^k = 1 - \left( \sum_{i=1}^m v_i^k x_{ij} - \sum_{r=1}^s u_r^k y_{rj} - W \right) \quad \text{رابطه ۱۰}$$

### حل مدل حداکثرسازی کارایی سبد

مسئله بهینه‌سازی سبد سهام مسئله دو هدفه‌ای است که حداقل کردن ریسک یکی از آن اهداف و حداکثر کردن بازده هدف دیگر است. معمول است یکی از دو هدف برای بهینه‌سازی انتخاب و هدف دیگر به صورت قید در مدل به صورت تأمین یک حداقل اعمال شود. برای مثال در ویرایشی از مدل مارکویتز که در رابطه ۱ آمد، ریسک سبد حداقل می‌شود؛ در حالی که بیشتر بودن بازده از حداقل مقدار  $E_{\Omega}^0$  به صورت قید در مدل اعمال شده است. فرض بازی جمع صفر بین خریدار و بازار در واقع مدل‌سازی وضعیت تخصیص است که با توجه به اصل اجتناب از زیان بازیگر عاقل موجب اتخاذ سیاست‌های محتاطانه می‌شود. به کارگیری این مدل در واقع نوعی حداقل کردن ریسک است و باید بیشتر بودن بازده از یک حداقل مقدار، به صورت قید به مسئله اضافه شود. از آنجا که در این پژوهش کارایی متقاطع نشان‌دهنده بازده در شرایط مختلف تلقی شده است، باید یک قید تضمین کند که شرکت‌هایی برای خرید سهام انتخاب می‌شوند که از یک حداقل قابل قبول میانگین کارایی متقاطع برخوردار باشند. اگر همان‌طور که بازده سبد، میانگین وزنی بازده سهام‌ها تعریف می‌شود، کارایی سبد را معادل بازده سبد و به صورت میانگین وزنی از مقادیر امید کارایی سهام‌ها در نظر بگیریم، این مقدار حداقل را می‌توان به صورت سهمی از حداکثر کارایی ممکن سبد بیان کرد. منظور از امید کارایی، میانگین کارایی متقاطع هر سهم است و حداکثر کارایی ممکن سبد  $E_{\Omega}^m$ ، به صورت میانگین وزنی امید کارایی سهام از طریق رابطه ۱۱ محاسبه می‌شود. با فرض وجود  $n$  سهم در این مدل،  $w_j$  وزن هر سهم و  $\bar{E}_j$  میانگین کارایی متقاطع هر سهم است.

$$E_{\Omega}^m = \text{Max} \sum_{j=1}^n w_j \bar{E}_j \quad \text{رابطه ۱۱}$$

$$\sum_{j=1}^n w_j = 1$$

$$w_j \geq 0 \dots j = 1, \dots, n$$

### تشکیل سبد سهام

با فرض بازی جمع صفر بین دو بازیگر، سیاست بهینه بازیگری که جدول بازده براساس منافع او نوشته شده، با حل یک مدل برنامه‌ریزی خطی مشخص می‌شود. سیاست بهینه ممکن است منفرد یا مختلط باشد. منظور از سیاست بهینه منفرد، انتخاب سیاست مشخص است و منظور از سیاست بهینه مختلط تعیین توزیعی احتمالی از مجموعه‌ای از سیاست‌هاست. با فرض یک بازی

جمع صفر بین خریدار و بازار و در نظر گرفتن شرکت‌های بورسی به‌عنوان سیاست‌های دو بازیگر، جدول کارایی متقاطع را می‌توان ماتریس بازده تعبیر کرد. روشن است که مقادیر جدول کارایی متقاطع، منعکس‌کننده منافعی نیست که خریدار به‌دست می‌آورد، اما چون گویای وضعیت شرکتی است که برای خرید سهام انتخاب می‌شود، مقدار آن را می‌توان برد خریدار تلقی کرد. بر همین اساس سیاست بهینه خریدار را می‌توان با حل یک برنامه خطی به‌دست آورد. سیاست بهینه مختلط که توزیع احتمالی از مجموعه‌ای از سیاست‌ها را نشان می‌دهد، می‌تواند مبنای تعیین میزان هر سهم در سبد بهینه سهام باشد. با فرض وجود  $n$  شرکت در تحلیل، مدل برنامه‌ریزی خطی مناسب برای تعیین مقادیر بهینه هر سهم را می‌توان به شکل رابطه ۱۲ نشان داد. این رابطه مانند رابطه ۹، برنامه خطی مدل تعیین سیاست بهینه بازیگر اول در تئوری بازی‌هاست، اما  $E_j^k$  در آن کارایی شرکت  $k$  با وزن‌های بهینه واحد  $k$  است که به‌عنوان بازده از حاصل تلاقی سیاست  $z$  از طرف خریدار و سیاست  $k$  از طرف بازار به‌دست می‌آید. به‌علاوه قید مربوط به حداقل کارایی سبد که به‌صورت سهمی از حداکثر کارایی ممکن بیان شده، مدل را ناگزیر می‌کند شرکت‌هایی را انتخاب کند که میانگین کارایی متقاطع بالاتر از یک حد پایین داشته باشند. در این مدل  $(w_1, w_2, \dots, w_n)$  وزن هر سهم،  $\bar{E}_j$  میانگین کارایی متقاطع هر سهم،  $E_{\Omega}^{m*}$  حداکثر کارایی ممکن سبد که با حل رابطه ۱۱ به‌دست می‌آید و  $\gamma$  ضریبی است که حداقل کارایی سبد را به‌صورت سهمی از حداکثر کارایی ممکن بیان می‌کند.

$$\begin{aligned} & \text{Max}(w_{n+1}) && \text{رابطه ۱۲} \\ & \sum_{j=1}^n E_j^k w_j - w_{n+1} \geq 0 \dots k = 1, \dots, n \\ & \sum_{j=1}^n w_j = 1 \\ & \sum_{j=1}^n w_j \bar{E}_j \geq (1 - \gamma) E_{\Omega}^{m*} \\ & w_j \geq 0 \dots j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

### ارزیابی عملکرد سبد سهام

ویلیام شارپ در سال ۱۹۶۴، معیاری ترکیبی از عملکرد سبد سهام ارائه کرد که نسبت بازده به تغییرپذیری (RVAR) یا نسبت بازده بازار به ریسک کل نام دارد. نسبت شارپ نشان می‌دهد

سرمایه‌گذار به‌ازای تحمل هر واحد ریسک چه مقدار بازده اضافی به‌دست آورده است. منظور از بازده اضافی، بازده بیشتر از بازده دارایی بدون ریسک است. این معیار به‌صورت رابطه ۱۳ بیان می‌شود.

$$RVAR = (\overline{TR}_P - \overline{RF}_P) / SD_P \quad \text{رابطه ۱۳}$$

در این رابطه،  $\overline{TR}_P$  متوسط بازده کل سبد سهام در طول دوره زمانی مورد مطالعه،  $\overline{RF}_P$  متوسط نرخ بازده بدون ریسک در طول دوره زمانی مورد مطالعه و  $SD_P$  انحراف معیار بازده سبد سهام  $P$  در طول دوره مطالعه است. روشن است که صورت کسر متوسط بازده اضافی سبد سهام در طول دوره مطالعه را نشان می‌دهد.

هر چه میزان  $RVAR$  زیاد باشد، عملکرد سبد سهام به همان اندازه بهتر خواهد بود. این شاخص در عمل برای ارزیابی عملکرد یک سبد در طول چندین دوره تاریخی به‌کار می‌رود، اما لیم و همکاران (۲۰۱۴) از این معیار برای بررسی عملکرد روش تشکیل سبد بهینه استفاده کردند. به این صورت که با استفاده از یک روش مشخص هر ساله سبد بهینه سهام را بر اساس شاخص‌های مالی سال تعیین کردند و پس از تکرار روش بهینه‌سازی در چندین سال متوالی، شاخص شارپ را براساس بازده واقعی حاصل از سبد، محاسبه نمودند. براساس نظریه بازار کارا در مدیریت مالی، سبد بازار سبد محک است (جونز، ۲۰۰۷) و روشی که بتواند سبیدی به خوبی یا خوب‌تر از سبد بازار ارائه دهد، قابل قبول است. نکته شایان توجه این است که سبد پیشنهادی این پژوهش براساس نوعی داده‌های تولید شده - که همان کارایی متقاطع است - بر مبنای وضعیت مالی شرکت‌ها ساخته می‌شود. اما معیار شارپ برای روش، براساس بازده واقعی سال بعد سبدهای حاصل شده محاسبه می‌شود و با معیار شارپ سبد سهام محک، یعنی سبد بازار که آن هم بر اساس بازده واقعی محاسبه شده، مقایسه می‌شود. این به مفهوم آزمون عملی روش پیشنهادی در محیط واقعی است.

### تحلیل حساسیت و ارائه اطلاعات تکمیلی

تحلیل حساسیت به معنای محاسبه و برآورد این است که رفتاری که برای سیستم پیش‌بینی شده (خروجی آن سیستم) تا چه حد به مقادیر متغیرهای مستقل (ورودی آن سیستم) حساس است. در این پژوهش به تحلیل حساسیت مدل برای مقادیر مختلف  $\gamma$  پرداخته می‌شود.



### یافته‌های پژوهش

روش توضیح داده شده در قسمت‌های قبل، روی داده‌های واقعی به کار گرفته و ارزیابی شد. اطلاعات تحقیق از داده‌های شرکت‌های پذیرفته شده در بازار بورس اوراق بهادار تهران با لحاظ کردن محدودیت‌های زیر به دست آمده است:

- حذف شرکت‌هایی که داده‌های مدنظر را به طور کامل بیان نکرده باشند؛ زیرا این اطلاعات مبنای ساخت و محاسبات سبد هستند.
- حذف شرکت‌هایی که سال مالی آنها تاریخی غیر از پایان اسفند هر سال باشد. به دلیل همسانی تاریخ گزارشگری، حذف آثار فصلی و افزایش قابلیت مقایسه اطلاعات، دوره مالی شرکت‌های پذیرفته شده منتهی به ۲۹ اسفند است.

در نهایت ۱۸۵ شرکت در بازه زمانی ۱۳۸۹/۰۱/۰۱ تا ۱۳۹۲/۱۲/۳۰ پذیرفته شد. برای گردآوری داده‌ها از اطلاعات موجود در نرم‌افزار ره‌آورد نوین ۳ استفاده شده است که به کمک نرم‌افزار GAMS تحلیل شدند.

### سبدها

سبد بهینه حاصل از مدل تلفیقی تحلیل پوششی داده‌ها و نظریه بازی‌ها در سال‌های مختلف در جدول ۳ آمده است.

جدول ۳. سبدها

سبد سال ۹۰		سبد سال ۸۹	
۰/۲۳۹	آلومینیوم ایران	۰/۶۹۳	آلومینیوم ایران
۰/۳۷۱	سیمان قائن	۰/۰۱۳	سیمان فارس
۰/۰۴۳	سیمان کارون	۰/۱۳۷	سیمان قائن
۰/۱۶۴	فولاد خراسان	۰/۸۸	سیمان تهران
۰/۰۹۶	ملی سرب روی	<b>سبد سال ۹۱</b>	
۰/۰۸۷	آبادگران	۰/۶۴۹	سیمان فارس
سبد سال ۹۲		۰/۳۵۱	صنایع شیمیایی ایران
۰/۴۳۳	دشت مرغاب	۰/۳۵۱	صنایع شیمیایی ایران
۰/۳۷۶	کاغذسازی کاوه		
۰/۱۹۱	گل گهر		

### عملکرد سید

در این پژوهش برای ارزیابی عملکرد روش بهینه‌سازی سید سهام پیشنهادی از معیار شارپ و مقایسه آن با معیار شارپ سید بازار استفاده شده است. با به‌کارگیری این شاخص برای سید روش پیشنهادی، چنانچه بازده سید از بازده بدون ریسک در دوره‌های مورد مطالعه به‌طور متوسط بیشتر باشد، شاخص مثبت محاسبه می‌شود. به‌علاوه هرچه تفاوت مثبت بازده از بازده بدون ریسک بیشتر یا پراکندگی بازده کمتر باشد، شاخص بزرگ‌تری محاسبه می‌شود. شایان ذکر است که نرخ بازده بدون ریسک برای محاسبه معیارها برابر با متوسط نرخ سود بانکی یک ساله بانک ملی، در سال‌های مدنظر در نظر گرفته شده است.

جدول ۴. بازده سیدها

بازده سید بازار	بازده سید پیشنهادی	سید پیشنهادی
۰/۰۹	۰/۰۲۷	سال ۸۹
۰/۴۳۵	۰/۱۳۴	سال ۹۰
۱/۰۴۶	۱/۳۸۲	سال ۹۱
-۰/۲۲۱	۰/۰۰۹	سال ۹۲

جدول ۵. عدد شارپ

عدد شارپ	سید در سال‌های مختلف
۰/۳۳۵	سید بازار
۰/۳۶۱	سید روش پیشنهادی

### گزارش تحلیل حساسیت مدل

در این قسمت تحلیل حساسیت به‌ازای مقادیر مختلف گاما به‌منظور بررسی تغییرات و تأثیر آن بر ویژگی‌های سید پیشنهادی نظیر میزان تنوع و بازده و همچنین بررسی تأثیر بر مقدار نسبت شارپ انجام گرفته است. طبق نتایج به‌دست آمده، با افزایش گاما سید متنوع‌تر شده است؛ اما تأثیر آن بر بازده در سال‌های مختلف، ابتدا روند ثابت و مشخصی ندارد و در ادامه افزایش گاما روی بازده سید در سال‌های مختلف بی‌تأثیر خواهد شد. ضمن آن که عدد مربوط به نسبت شارپ با افزایش میزان گاما ابتدا افزایش، سپس کاهش و در نهایت بدون تغییر خواهد بود. به‌منظور

رعایت ایجاز، بخشی از تحلیل حساسیت انجام شده در جدول ۶ گزارش شده است. با افزایش گاما این امکان به مدل داده می‌شود که با پذیرش بازده کمتر، ریسک سبد هم با ارائه سبد متنوع‌تر کاهش یابد.

جدول ۶. گزارش تحلیل حساسیت

سال	بازده سبد بازار	سبد پیشنهادی با $\gamma=0/01$	سبد پیشنهادی با $\gamma=0/02$	سبد پیشنهادی با $\gamma=0/03$	سبد پیشنهادی با $\gamma=0/04$	سبد پیشنهادی با $\gamma \geq 0/05$
۸۹	۰/۰۹	۰/۴۸۸ سهمی ۲	۰/۰۲۷ سهمی ۳	-۰/۰۰۰۱ سهمی ۳	-۰/۰۰۰۱ سهمی ۳	-۰/۰۰۰۱ سهمی ۳
۹۰	۰/۴۳۵	-۰/۰۴۳ سهمی ۴	۰/۱۳۴ سهمی ۶	۰/۱۶۰ سهمی ۷	۰/۱۶۰ سهمی ۷	۰/۱۶۰ سهمی ۷
۹۱	۱/۰۴	-۰/۵۲۵ سهمی ۲	۱/۳۸ سهمی ۲	۱/۲۶۸ سهمی ۴	۰/۱۸۱ سهمی ۴	۰/۸۲۱ سهمی ۵
۹۲	-۰/۲۲۱	۰/۰۰۰۹ سهمی ۳	۰/۰۰۰۹ سهمی ۳	-۰/۱۴۳ سهمی ۴	-۰/۱۴۳ سهمی ۴	-۰/۱۴۳ سهمی ۴
نسبت شارپ	۰/۳۳	-۰/۰۵	۰/۳۶	۰/۲۵	۰/۲۳	۰/۰۸

### نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در مطالعات مربوط به بهبودسازی سبد سهام، استفاده از داده‌های تاریخی به‌عنوان مبنایی برای قضاوت، رایج است. این تحقیق در زمره معدود تحقیقات بهبودسازی سبد سهام است که در آن به‌منظور بهبودسازی سبد سهام از داده‌های تاریخی مربوط به بازده شرکت‌ها استفاده نمی‌شود و آخرین وضعیت هر شرکت از لحاظ شاخص‌های مالی مد نظر قرار می‌گیرد. بعد از جمع‌آوری داده‌های واقعی مربوط به ۱۸۵ شرکت پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران، به‌دلیل حضور اعداد منفی در تحلیل، مدل RAM در تحلیل پوششی داده‌ها برای دستیابی به میزان کارایی و وزن‌های بهینه هر شرکت و تشکیل جدول کارایی متقاطع به‌کار گرفته شد. کارایی متقاطع به پیروی از لیم و همکارانش (۲۰۱۴) به‌عنوان وضعیت آتی شرکت در شرایط محتمل آتی، تلقی گردید و جدول کارایی متقاطع در قالب یک بازی دو نفره با جمع صفر میان خریدار و بازار، از جدول بازده فرض شد. بر این اساس با حل مدل خطی مطابق نظریه بازی‌ها، سیاست بهینه برای خریدار معین شد و در واقع میزان خرید بهینه از هر سهم برای گنجاندن در سبد سهام مشخص گردید. تعبیر جدول کارایی متقاطع در تحلیل پوششی داده‌ها به‌عنوان جدول بازده در نظریه

بازی‌ها و فرض وجود یک بازی جمع صفر بین خریدار و بازار در راستای حداقل کردن ریسک را می‌توان تجربه انحصاری این تحقیق قلمداد کرد. مدل مارکوویتز متکی بر حداقل‌سازی واریانس است و انحرافات مطلوب از میانگین هم را نامطلوب قلمداد می‌کند. اما مدل این پژوهش با مفهوم بدبینی به بازار، ریسک را کنترل می‌کند و اساساً پراکندگی داده‌ها را مینا قرار نمی‌دهد. همچنین این روش در مقایسه با مدل مارکوویتز از مزیت دیگری هم برخوردار است و آن این است که بر مبنای یک مدل خطی انجام می‌شود و دشواری‌های حل مدل غیر خطی را ندارد.

شاخص شارپ برای بررسی عملکرد سبدهای حاصل از روش پیشنهاد شده، نشان از موفقیت روش پیشنهادی دارد به این صورت که در مقایسه عدد شارپ مربوط به سبد بازار و سبدهای روش پیشنهادی، عدد شارپ مربوط به روش پیشنهادی بزرگ‌تر است که نشان از عملکرد بهتر دارد. بیشتر بودن شاخص روش مورد بحث نسبت به شاخص سبد بازار، نشان می‌دهد روش پیشنهاد شده، اضافه بازده بیشتر یا پراکندگی بازده کمتری نسبت به سبد بازار داشته است. از آنجا که مدل ریاضی تئوری بازی‌ها با قیدی به‌منظور تأمین حداقل کارایی سبد حل شده و این حداقل به‌صورت سهمی از حداکثر کارایی ممکن تعریف شده است، تحلیل حساسیت برای مقادیر مختلف ضریب گاما که سهمی از حداکثر کارایی ممکن را مشخص می‌کند، انجام و نتایج تفسیر شده است.

## References

- Acerbi, C. & Tasche, D. (2002). Expected shortfall: a natural coherent alternative value of risk. *Journal of Economic Notes*, 3(2), 79-88.
- Afshar Kazemi, M., Khalilaraghi, M. (2012). Portfolio selection in Tehran Stock Exchange by combining data envelopment analysis and planning. *Journal of financial knowledge securities analysis*, 5(1), 49-63. (in Persian)
- Barbod, M. (2010). Portfolio selection models are designed with DEA. *Master's Thesis*, Tehran: Allameh university. (in Persian)
- Bowlin, W. F. (2000). An analysis of the financial performance of defense business segments using data envelopment analysis. *Journal of Accounting and Public Policy*, 18(4), 287-310.
- Chang, T. J., Yang, S. C. & Chang, K. J. (2009). Portfolio optimization problems in different risk measures using genetic algorithm. *Expert Systems with Applications*, 36(7), 10529-10537.

- Charnes, A., Cooper, W. W., Golany, B., Seiford, L., & Stutz, J. (1985). Foundations of data envelopment analysis for Pareto Koopmans efficient empirical production functions. *Journal of econometrics*, 30(1-2), 91-107.
- Chen, H. H. (2008). Stock selection using data envelopment analysis. *Industrial Management & Data Systems*, 108(9), 1255-1268.
- Cooper, W. W., Park, K. S., & Pastor, J. T. (1999). RAM: A range adjusted measure of inefficiency for use with additive models, and relations to other models and measures in DEA. *Journal of Productivity Analysis*, 11(1), 5-42.
- Doyle, J., & Green, R. (1994). Efficiency and cross-efficiency in DEA: Derivations, meanings and uses. *Journal of the operational research society*, 45(5), 567-578.
- Drechsel, J. (2010). Cooperation in supply chains. In *Cooperative lot sizing games in supply chains* (pp. 55-61). Springer Berlin Heidelberg.
- Edirisinghe, N. C. P., & Zhang, X. (2008). Portfolio selection under DEA-based relative financial strength indicators: case of US industries. *Journal of the Operational Research Society*, 59(6), 842-856.
- Elahi, M., Yoosefi, M. (2014). Mean-variance portfolio optimization approach using the Search Algorithm for hunting. *Journal of financial research*, 16(1), 37-56. (in Persian)
- Goh, J., Zhang, W., Lim, K., Sim, M. (2012). Portfolio value-at-risk optimization for asymmetrically distributed asset returns. *European Journal of Operational Research*, 221, 397-406 .
- Jones, C. P. (2007). *Investments: analysis and management*. John Wiley & Sons.
- Jorion, P. (1997). *Value at risk: the new benchmark for controlling market risk*. Irwin Professional Pub..
- Kazemi, A. (1995). *Politics poll*. Tehran: Ministry of Foreign Affairs. (in Persian)
- Kisiala, J. (2015). *Conditional Value-at-Risk: Theory and Applications*. Dissertation Presented for the Degree of MSc in Operational Research, University of Edinburgh.
- Liebman, J., Hielier, F. (2007). *Operation Research*. Translation: Yazdi & Vaziri. Tehran: Javan.
- Lim, S., Oh, K. W. & Zhu, J. (2014). Use of DEA cross-efficiency evaluation in portfolio selection: An application to Korean stock market. *European Journal of Operational Research*, 236(1), 361-368.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The journal of finance*, 7(1), 77-91.

- Mehregan, M. (2007), *Decision with multiple objective*. Tehran: Tehran University. (in Persian)
- Momeni, M. (2014). *New issues in Operations Research*. Tehran University. (in Persian)
- Neumann, J. V. (1928). On the theory of game of strategy, in contributions to the theory of games. Vol. IV, *Anal of Mathematic Studies*, (40), 13-42.
- Osborne, M. J. (2004). *An introduction to game theory*. New York: Oxford University Press.
- Rockafellar, R.T., Uryasev, S. (2002). Conditional value-at-risk for general loss distributions. *Journal of Banking and Finance*, 26 (7), 1443–1471.
- Rockfeller T, Uryasev S, (2000), Optimization of conditional value-atrisk. *Journal of Risk*, 2(3), 21–24.
- Seyed Esfahani, M., Biazaran, M., Gharakhani, M. (2011). A game theoretic approach to coordinate pricing and vertical co-op advertising in manufacturer–retailer supply chains. *European Journal of Operational Research*, 211 (2), 263-273.
- Shakeri, A. (2014). *Microeconomics*. Tehran: New publishing. (in Persian)
- Sharpe, W. F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The journal of finance*, 19(3), 425-442.
- Tavasoli, Gh. (2012). *Sociological Theories*. Tehran: Samt. (in Persian)
- Valinejad Shoubi, M., Shakiba, A. & Amirsoleimani, O. (2013). Application of Cost Allocation Concepts of Game Theory Approach for Cost Sharing Process, *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology*, 5(12), 3457-3464.
- Vantsel, Y. (1995). *Game theory and its application to strategic decision-making*. Translation: Roshandel & Tayeb. Tehran: Ghoomes. (in Persian)
- Woodside-Oriakhi, M., Lucas, C. & Beasley, J.E. (2011). Heuristic algorithms for the cardinality constrained efficient frontier. *European Journal of Operational Research*, 213 (3), 538-550.
- Yeganegi Dasjerdi, V. (2010). *Game theory (1)*. Tehran: Encyclopedia of urban Economies. (in Persian)