

انتخاب مبادله‌ها به کمک مدل مبادله‌ای توسعه‌یافته از تحلیل پوششی داده‌ها

محمد رضا علیرضایی^۱، محمد رضا رفیعی ثانی^۲

چکیده: تعیین مبادله‌های تولیدی که نشان‌دهنده تغییرات شدنی و مشابه در تمام واحدهای تصمیم‌گیرنده‌اند، همواره مسئله‌ای مهم و چالش‌انگیز در مباحث تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) بوده است. موضوع این مقاله، انتخاب مبادلات بر اساس ارزیابی خروجی از واحدهای تصمیم‌گیرنده است؛ به طوری که کارایی‌های حاصل از واحدها در مدل DEA با این ارزیابی خروجی بیشترین همبستگی را داشته باشد. در واقع این مقاله، نظرهای کارشناسانه را که با عنوان مبادله به مدل اضافه می‌شود، غربال می‌کند و فقط آنهایی را برمی‌گزیند که از دید ارزیابی خروجی، کارایی‌های مناسبی به دست می‌دهند. در این راستا، مدلی با نام مدل مبادله‌ای توسعه‌یافته از DEA موسوم به مدل GTDEA ارائه می‌شود که خروجی این مدل، ترکیبی بهینه از مجموعه مبادلات موجود است و بیشترین همبستگی را بین دو ارزیابی تکنیکی و خارجی نتیجه می‌دهد. در پایان، مدل پیشنهادی برای تقریب شاخص توسعه انسانی ۴۷ کشور برتر جهان (از لحاظ این شاخص) به کار گرفته می‌شود تا نتایج حاصل از این مدل در نمونه واقعی نشان داده شود.

واژه‌های کلیدی: انتخاب مبادلات، تحلیل پوششی داده‌ها، مدل GTDEA.

۱. استادیار گروه ریاضی کاربردی، دانشکده ریاضی دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

۲. دانشجوی دکتری گروه ریاضی کاربردی، دانشکده ریاضی دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۱۰/۳۰

تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۳/۰۳/۱۰

نویسنده مسئول مقاله: محمد رضا رفیعی ثانی

E-mail: mr_rafiee@iust.ac.ir

مقدمه

در دهه‌های اخیر، تحلیل پوششی داده‌ها (DEA)^۱ توانسته است قابلیت‌هایی را در مبحث ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده به دست آورد. این قابلیت‌ها بیشتر از دیدگاه انعطاف‌پذیری بسیار ساختار ریاضی مدل‌های DEA است که امکان تغییر ساختار این مدل‌ها را در وضعیت متفاوت ایجاد می‌کند. با این حال، این ساختار موجب شده است که نتایج حاصل از مدل‌های DEA آن‌گونه که باید با واقعیت‌های موجود برای واحدها سازگاری نداشته باشد. شاید بزرگ‌ترین ایرادی که بر مدل‌های DEA گرفته می‌شود، استفاده کمتر از نگاه کارشناسانه در این مدل‌هاست؛ ایرادی که از دید پژوهشگران دیگری در این عرصه، نقطه قوت مدل‌های DEA به‌شمار می‌رود؛ زیرا آنها معتقدند نظرهای کارشناسانه همواره با خطای انسانی روبه‌روست، بنابراین نتایج حاصل از آن در مقایسه با نتایج مدل‌های محض ریاضی، ضعیف‌تر و با خطای بیشتری همراه است. با این همه، آنچه در این میان منطقی به نظر می‌رسد، استفاده از مدل‌های DEA با تمام انعطاف‌پذیری آنها از سویی و تلاش برای ایجاد حلقه ارتباطی بین نگاه تکنیکی مدل‌های DEA و نگاه موضوعی و کارشناسانه حاصل از تجربه‌ها از سوی دیگر است؛ به‌گونه‌ای که بدون لطمه به نقاط قوت مدل DEA، بتوان از نگاه کارشناسانه نیز بهره برد.

تعیین مبادله^۲ (های) تولیدی (یا معادل آن، محدودیت‌های وزنی^۳) که نشان‌دهنده تغییرات شدنی و مشابه در تمام واحدهای تصمیم‌گیرنده‌اند، همواره مسئله‌ای مهم و چالش‌انگیز در مباحث تحلیل پوششی داده‌ها بوده است؛ به‌گونه‌ای که حجم گسترده‌ای از پژوهش‌های این زمینه را به خود اختصاص داده است. مقادیر مبادلات، صرف نظر از نوع هدفی که در مدل دنبال می‌کنیم، می‌تواند حساسیت زیادی در میزان کارایی واحدها داشته باشد. این حساسیت دقت نظر زیادی را در تعیین مقادیر مبادلات طلب می‌کند. مسئله مذکور با توجه به کارشناسانه و استنباطی بودن مقادیر مبادلات، این انگیزه را به وجود می‌آورد که کارشناس به جای انتخاب تمام مبادلات پیشنهادی، فقط آنهایی را انتخاب کند که در سیاست ارزیابی واحدها نقش مؤثری ایفا می‌کنند و با این غربال، مقادیر کارایی را تا حد امکان به واقعیت‌های واحدهای در دست بررسی نزدیک‌تر کند.

آنچه در این مقاله به آن پرداخته شده است ارائه مدل مبادله‌ای توسعه‌یافته‌ای از DEA موسوم به مدل GTDEA برای انتخاب مبادلات، از مجموعه مبادلات پیشنهادی کارشناسان است؛ به‌گونه‌ای که این مبادلات بتوانند کارایی‌های حاصل از مدل DEA را به واقعیت‌های موجود در خصوص ارزیابی آن واحدها نزدیک‌تر کنند. برای توضیح بیشتر، فرض کنید ارزیابی

1. Data Envelopment Analysis (DEA)

2. Trade-Off

3. Weight Restrictions

خروجی‌ای بر اساس نگاه کارشناسی و واقعیت‌های موجود از واحدها در دسترس باشد. با در نظر گرفتن این ارزیابی به‌مثابه شاخص، پژوهش پیش رو به دنبال انتخاب مبادلاتی است که بتواند همبستگی بالاتری بین کارایی‌های حاصل از مدل DEA (نگاه تکنیکی) و شاخص مد نظر (نگاه کارشناسی) ایجاد کند. با این فرایند، می‌توان ضمن برآورده کردن نگاه کارشناسانه، از انعطاف مدل‌های DEA برای اعمال تغییرات مناسب و ارائه راهکارهای بهبود استفاده کرد. نمونه کاربردی این مقاله، ضمن توضیح مدل پیشنهادی، نتایج استفاده از مدل GTDEA را به خوبی نشان می‌دهد.

در ادامه ضمن مرور مهم‌ترین پژوهش‌های انجام گرفته در این خصوص، به مفاهیم مبادله و مدل‌های مربوط به آن در DEA پرداخته می‌شود. بخش روش‌شناسی پژوهش به معرفی و توضیح مدل پیشنهادی GTDEA می‌پردازد. به کارگیری مدل پیشنهادی برای تقریب شاخص توسعه انسانی^۱ ۴۷ کشور برتر جهان (از لحاظ این شاخص) در بخش یافته‌های پژوهش تشریح می‌شود تا نتایج حاصل از این مدل در نمونه واقعی نشان داده شود. در پایان نیز ضمن ارائه نتایج کلی مقاله، موضوعات پیشنهادی برای پژوهش‌های بعدی بیان خواهد شد.

پیشینه پژوهش

در این بخش ابتدا مهم‌ترین مطالعات انجام گرفته در زمینه مبحث مبادله و اعمال نظرهای کارشناسانه به مدل‌های DEA مرور می‌شود و سپس به تعریف مفاهیم مبادله، مدل مبادله‌ای و محدودیت وزنی در DEA پرداخته خواهد شد.

پیشینه نظری

اگرچه مدل‌های کلاسیک DEA قابلیت زیادی در ارزیابی واحدهایی با چند ورودی و چند خروجی دارند؛ ماهیت ریاضی این مدل‌ها و بی‌بهرگی از نظرهای کارشناسی در آنها، موجب شده است نتایج حاصل از این مدل‌ها با واقعیت‌های موجود واحدها هماهنگی لازم را نداشته باشد. از این رو مطالعات فراوانی به منظور نزدیک کردن مفاهیم DEA با روش‌های دیگری که نظرهای کارشناسی در آنها بیشتر استفاده می‌شود، انجام گرفته است. برای نمونه، علی‌رضایی و رفیعی (۱۳۸۹) با ادغام مفاهیم DEA و AHP به رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیرنده پرداختند. جعفریان مقدم و قصبیری (۱۳۸۹) مدل پویای چندهدفه را برای گسترش DEA فازی به کار بردند. همچنین ادریسینگه و ژانگ (۲۰۰۷) مدل DEA توسعه‌یافته‌ای ارائه دادند که در آن انتخاب پارامترهای ورودی و خروجی شرکت‌های موجود در بورس، بر اساس قیمت‌های سهام این

شرکت‌ها انجام می‌شود؛ به گونه‌ای که نتایج کارایی حاصل برای شرکت‌های مذکور بیشترین همبستگی را با قیمت‌های سهام این شرکت‌ها داشته باشد و در نتیجه بتوان از این ارزیابی برای پیش‌بینی قیمت سهام شرکت‌ها در آینده استفاده کرد. تعمیم این دیدگاه را در پژوهش‌های دیگری از این نویسندگان می‌توان دید (ادریسینگه و ژانگ، ۲۰۰۸ و ۲۰۱۰).

پادینووسکی مبحث مبادله را به منظور تکمیل مبحث محدودیت‌های وزنی مطرح کرد. در واقع پادینووسکی استفاده از مبادلات را به دلایل مفهومی و تکنولوژیکی بر استفاده از محدودیت‌های وزنی ارجح می‌داند و مبادله را وسیله‌ای برای انتقال قضاوت‌ها، اعم از مدیریتی، پولی و... به مدل معرفی می‌کند که ضمن سادگی در استفاده، مفهوم کارایی شعایی را به خوبی حفظ می‌کند و می‌تواند اهداف استفاده از محدودیت‌های وزنی را عملی کند (پادینووسکی، ۲۰۰۴ و ۲۰۰۶). از جمله مطالعاتی که به تازگی در زمینه مبادلات انجام گرفته است، مبحث مبادلات نسبی در پژوهش علیرضایی و بلوری (۲۰۱۲) است. این پژوهش با معرفی نوع جدیدی از مبادلات با عنوان مبادلات نسبی به منظور افزایش قابلیت‌های مبادلات در مدل‌های DEA، ویژگی‌های آن را بررسی می‌کند. همچنین پادینوفسکی (۲۰۱۲) نشان می‌دهد مجموعه‌ای از مبادلات یا محدودیت‌های وزنی معادل آنها، ممکن است به کارایی صفر یا منفی برای واحدها منجر شود و سپس برای مواجهه با این مشکل راهکاری ارائه می‌دهد. فورساند نیز (۲۰۱۳) به بررسی نمونه‌های واقعی از کاربرد محدودیت‌های وزنی معادل با مبادلات پرداخت و فواید استفاده از این نوع محدودیت‌های وزنی را از دیدگاه کارایی نسبی و تابع تولید بازگو کرد.

۱. مدل مبادله‌ای

فرض کنید مجموعه‌ای از n واحد تصمیم‌گیرنده^۱ داریم که در آن DMU_j ($j = 1, 2, \dots, n$) با بردار ورودی $X_j \in R^m$ و بردار خروجی $Y_j \in R^s$ مشخص می‌شود. همچنین فرض کنید تمامی ورودی‌ها و خروجی‌ها نامنفی است و دست کم مقدار یک ورودی و یک خروجی از هر واحد صفر نیست و به ازای هر خروجی r و هر ورودی m ، دست کم یکی از واحدها مقداری بجز صفر در آن ورودی و خروجی داشته باشد.

حال فرض کنید k قضاوت مبادله به صورت $t = 1, 2, \dots, k$ (P_t, Q_t) داریم که در آن بردارهای $P_t \in R^m$ و $Q_t \in R^s$ به ترتیب نشان‌دهنده مبادله‌های ورودی و خروجی هستند. برای توضیح بیشتر مفهوم مبادله، مجموعه فرضی از ۳ واحد تصمیم‌گیرنده با یک ورودی و دو خروجی را مطابق جدول ۱ در نظر بگیرید. فرض کنید که همه واحدها قضاوت‌های کارشناسی زیر را می‌پذیرند:

۱. بدون هیچ تغییری در ورودی‌ها، اگر از تعداد خروجی اول یک واحد کم شود، می‌توان به تعداد خروجی دوم ۱/۵ واحد اضافه کرد؛
۲. بدون هیچ تغییری در ورودی‌ها، می‌توان به تعداد خروجی اول یک واحد اضافه کرد، به شرطی که از تعداد خروجی دوم یک واحد کم شود.

جدول ۱. داده‌های واحدهای فرضی

واحدها	ورودی	خروجی اول	خروجی دوم
۱	۱۰۰	۱۲۰	۱۴۵
۲	۱۰۰	۱۸۶	۶۰۰
۳	۱۰۰	۱۱۷	۳۴۰

مبادلات متناظر با قضاوت‌های ۱ و ۲ به صورت زیر خواهند بود:

$$P_1 = (0) \quad Q_1 = (-1, 1/5)$$

$$P_2 = (0) \quad Q_2 = (1, -1)$$

مبادلات به اهداف گوناگونی به مدل‌های DEA اضافه می‌شوند که مهم‌ترین این اهداف

عبارت‌اند از:

۱. اعمال نظرهای کارشناسانه برای واقعی کردن نتایج حاصل از ارزیابی واحدها؛
 ۲. اعمال سیاست‌های مدیریتی، پولی و... به مدل‌های DEA؛
 ۳. افزایش تفکیک‌پذیری مدل‌های DEA.
- فضای امکان تولید^۱ هر تکنولوژی به صورت مجموعه همه (X, Y) ها تعریف می‌شود که در آن $Y \geq 0$ بتواند از $X \geq 0$ تولید شود. فضای امکان تولید T با حضور مبادله‌های نوع بالا و تحت تکنولوژی بازده به مقیاس ثابت^۲ به صورت زیر خواهد بود (پادینوفسکی، ۲۰۰۴).
۱. $\forall j \in J : (X_j, Y_j) \in T$
 ۲. T محدب است؛
 ۳. اگر $(X, Y) \in T$ و $Y \geq Y' \geq 0$ و $X \leq X'$ آنگاه $(X', Y') \in T$ ؛
 ۴. اگر $(X, Y) \in T$ ، آنگاه برای هر مبادله به صورت (P_i, Q_i) و هر $\pi_i \geq 0$ واحد $(X + \pi_i P_i, Y + \pi_i Q_i) \in T$ به شرطی که $X + \pi_i P_i \geq 0$ و $Y + \pi_i Q_i \geq 0$ ؛

1. Production Possibility Set (PPS)
2. Constant Return to Scale (CRS)

۵. اگر $(X, Y) \in T$ آنگاه $(\alpha X, \alpha Y) \in T$ ؛ $\forall \alpha \geq 0$
 ۶. T بسته است.

قضیه ۱. کوچکترین PPS که در اصول ۱ تا ۶ فوق صدق می کند، مجموعه همه (x_i, y_r) هایی است که $x_i \geq 0$ و $y_r \geq 0$ به ازای هر i و r ؛

$$x_i = \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + \sum_{t=1}^k \pi_t p_{it} + d_i \quad i=1, 2, \dots, m$$

$$y_r = \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} + \sum_{t=1}^k \pi_t q_{rt} - e_r \quad r=1, 2, \dots, s$$

که در آن؛ $\lambda \in R_+^n$ ، $\pi \in R_+^k$ ، $d \in R_+^m$ ، $e \in R_+^s$ (پادینوفسکی، ۲۰۰۴).
 بر اساس قضیه ۱، مدل پوششی برای ارزیابی کارایی شعایی DMU. به صورت زیر به دست می آید (پادینوفسکی، ۲۰۰۴).

مدل ۱) $\min \theta$

$$s.t \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} + \sum_{t=1}^k \pi_t q_{rt} \geq y_{ro} \quad , \quad r=1, 2, \dots, s$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + \sum_{t=1}^k \pi_t p_{it} \leq \theta x_{io} \quad , \quad i=1, 2, \dots, m$$

$$\lambda_j, \pi_t \geq 0, \theta \text{ signfree} \quad , \quad j=1, 2, \dots, n \quad , \quad t=1, 2, \dots, k$$

اگر دوگان مدل فوق را در نظر بگیرید مدل مضربی زیر به دست می آید:

مدل ۲) $\theta_o = \max \sum_{r=1}^s u_r y_{ro}$

$$s.t \quad \sum_{i=1}^m v_i x_{io} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0 \quad j=1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{r=1}^s u_r q_{rt} - \sum_{i=1}^m v_i p_{it} \leq 0 \quad t=1, 2, \dots, k$$

$$u_r, v_i \geq 0, \quad i=1, 2, \dots, m \quad r=1, 2, \dots, s$$

قیدهای $\sum_{r=1}^s u_r q_{rt} - \sum_{i=1}^m v_i p_{it} \leq 0$ موسوم به قیدهای محدودیت‌های وزنی همگن‌اند که به واسطه وجود مبادلات در مدل پوششی ایجاد شده‌اند. لفظ همگن برای این قیدها از آنجا ناشی می‌شود که طرف راست این قیود صفر است (در مقابل قیدهای ناهمگن که در طرف راست آنها مقادیر ۱ یا -۱ در نظر گرفته می‌شود). استفاده از مدل ۲ به دو دلیل بر مدل ۱ برتری دارد؛ مزیت اول اینکه بیشتر نرم‌افزارهای موجود در DEA بر اساس فرم مضربی و نه فرم پوششی نوشته شده‌اند، بنابراین استفاده از فرم مضربی مناسب‌تر از فرم پوششی مدل است. مزیت دوم مدل ۲، شکل یکسان محدودیت‌های وزنی در حالت ورودی‌محور و خروجی‌محور این مدل است. علاوه بر این، مدل ۲ موسوم به مدل مضربی مبادله‌ای، ضمن بهره‌گیری از قیدهای محدودیت وزنی، آنها را بر اساس مبادلاتی می‌سازد که از دیدگاه فناوری پذیرفته شده‌اند، بنابراین ضرایب این قیدها بر اساس مبادلات تعیین شده کارشناسان مشخص می‌شود (پادینووسکی، ۲۰۰۴).

مدل ۲، ضمن استفاده از محدودیت‌های وزنی که تفکیک‌پذیری مدل را کاهش می‌دهد، با مشکل تفکیک‌ناپذیری واحدهای کارا مواجه است. به بیان دیگر، در این مدل ممکن است چندین واحد کارا با میزان کارایی واحد داشته باشیم. هرچند هدف این مقاله رتبه‌بندی واحدهای کارا نیست، تفکیک‌نشدن واحدهای کارا در فرایند محاسبه ضریب همبستگی تأثیرگذار خواهد بود. از این رو برای اجتناب از تأثیرات احتمالی وجود واحدهای کارا در مبحث همبستگی، مدل ۳ به جای مدل ۲ به مثابه مدل پایه به کار گرفته می‌شود.

$$\begin{aligned} \theta_o = \max \quad & \sum_{r=1}^s u_r y_{ro} & \text{(مدل ۳)} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^m v_i x_{io} = 1 \\ & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n, j \neq o \\ & \sum_{r=1}^s u_r y_{ro} - M \sum_{i=1}^m v_i x_{io} \leq 0 \\ & \sum_{r=1}^s u_r q_{rt} - \sum_{i=1}^m v_i p_{it} \leq 0 \quad t = 1, 2, \dots, k \\ & u_r, v_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad r = 1, 2, \dots, s \end{aligned}$$

در این مدل M عددی بزرگتر از یک است. مدل ۳ در واقع شکل بهبود یافته مدل ابرکارایی^۱ برای رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیرنده است که کارایی واحدها را در بازه $(0, M]$ قرار می‌دهد (ادریسینگه و ژانگ، ۲۰۰۷).

روش‌شناسی پژوهش

همان‌طور که در مقدمه اشاره شد، مقادیر مبادلات به‌کمک نظرهای کارشناسانه بین پارامترهای ورودی و خروجی تعیین می‌شود. این مقادیر بر اساس تجربه و با نگاهی موشکافانه انجام می‌گیرد، با این حال معرفی تعداد زیادی مبادله بین پارامترهای ورودی و خروجی از سوی کارشناس، همواره با نوعی خطای انسانی یا ناسازگاری ترکیبی روبه‌روست. به بیان دیگر، ممکن است مبادله‌ای از نگاه کارشناسی مقبول و مناسب باشد؛ با این حال آثار متناظر مبادلات در مدل DEA و ناسازگاری ترکیبی آنها، مسئله‌ای اجتناب‌ناپذیر در مدل‌های DEA خواهد بود.

در این بخش پژوهشگران مدلی توسعه‌یافته از مدل‌های DEA موسوم به مدل GTDEA، برای تعیین ترکیبی از مبادلات تعیین‌شده کارشناسان معرفی می‌کنند؛ به‌گونه‌ای که این ترکیب از مبادلات، بیشترین همبستگی را بین کارایی واحدهای در دست بررسی و ارزیابی خروجی آنها ایجاد کند. برای این منظور فرض کنید $R = (r_1, r_2, \dots, r_n)$ بردار ارزیابی خروجی از واحدهای تصمیم‌گیرنده باشد. در واقع، مقادیر این ارزیابی می‌تواند بر اساس تجربه کارشناسان، مدل‌های ارزیابی غیر DEA در زمینه‌های مختلف، یا مجموعه اطلاعات در دسترس واحدهای بررسی باشند. برای مثال، اگر هدف ارزیابی شرکت‌های موجود در بورس به‌منظور سرمایه‌گذاری سودمند و بلندمدت در آنها باشد، بردار ارزیابی می‌تواند قیمت‌های سهام شرکت‌ها در دوره‌های قبل باشد؛ بدین صورت اگر مبادله‌ها به‌گونه‌ای اختیار شود که کارایی واحدها با قیمت‌های سهام شرکت‌ها بیشترین همبستگی را ایجاد کند، از کارایی واحدها به‌منزله عامل پیش‌بینی‌کننده قیمت سهام در آینده می‌توان بهره برد.

اکنون به جزئیات روش پیشنهادی پرداخته می‌شود. مفروضات بخش قبل را درباره واحدها و پارامترهای ورودی و خروجی آنها در نظر بگیرید. با واردکردن بردار Z در مدل ۳، انتخاب شدن یا انتخاب‌نشدن مبادله‌ها را با این بردار در مدل ۴ تنظیم می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \theta_o(Z) = \max \quad & \sum_{r=1}^s u_r y_{ro} & \text{(مدل ۴)} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^m v_i x_{io} = 1 \\ & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0 \quad j=1,2,\dots,n, j \neq o \\ & \sum_{r=1}^s u_r y_{ro} - M \sum_{i=1}^m v_i x_{io} \leq 0 \\ & \sum_{r=1}^s u_r q_{rt} z_t - \sum_{i=1}^m v_i p_{it} z_t \leq 0 \quad t=1,2,\dots,k \\ & u_r, v_i \geq 0, \quad i=1,2,\dots,m \quad r=1,2,\dots,s \end{aligned}$$

در مدل فوق بردار $Z = (z_1, z_2, \dots, z_k)$ $z_t \in \{0,1\}$ $t=1,2,\dots,k$ تعیین کننده ترکیبی از مبادلات کارشناسان است، بنابراین به‌ازای هر ترکیب (به‌ازای هر Z) مقداری برای کارایی واحدها به‌دست می‌آید که با بردار $\theta(z) = (\theta_1(z), \theta_2(z), \dots, \theta_n(z))$ نمایش داده می‌شود. برای توضیح بیشتر فرض کنید کارشناسان γ مبادله را در نظر گرفته‌اند. در این صورت بردار $Z = (1, 0, 0, 1, 1, 0, 0)$ ترکیبی از مبادلات متشکل از مبادله‌های اول، چهارم و پنجم را مشخص می‌کند. در واقع اگر مؤلفه z_t در بردار Z برابر با یک باشد، مبادله t ام انتخاب می‌شود و اگر برابر با صفر باشد، انتخاب نمی‌شود. مجموعه تمام ترکیبات ممکن برای انتخاب مبادله را می‌توان به‌صورت زیر نشان داد.

$$\Omega = \{Z = (z_1, z_2, \dots, z_k) \mid z_t \in \{0,1\}, t=1,2,\dots,k\} \quad \text{رابطه ۱}$$

اکنون با معرفی مجموعه ترکیبات شدنی از مبادلات، مدل GTDEA در قالب مدل ۵ معرفی می‌شود.

$$\begin{aligned} \text{GTDEA MODEL} \quad & \max \quad \bar{\gamma}(Z) \\ \text{s.t.} \quad & Z \in \Omega \end{aligned} \quad \text{(مدل ۵)}$$

که در آن؛ $\bar{\gamma}(Z)$ ضریب همبستگی بین بردار ارزیابی خروجی (R) و بردار کارایی‌های حاصل از واحدها $(\theta(Z))$ ، با در نظر گرفتن آرایشی از مبادلات است که بردار Z آن را فراهم آورده است.

برای توضیح بیشتر در خصوص نحوه عملکرد مدل GTDEA، فرایند انتخاب بهترین ترکیب از مبادلات در مدل GTDEA در گام‌های زیر فهرست شده است:

گام اول. انتخاب آرایشی از TOها؛

گام دوم. قرار دادن این آرایش در مدل ۴؛

گام سوم. اجرای مدل ۴؛

گام چهارم. محاسبه بردار کارایی واحدها؛

گام پنجم. محاسبه ضریب همبستگی بین ارزیابی خروجی و کارایی واحدها؛

گام ششم. اگر ضریب همبستگی بالاترین مقدار را به دست آورد، فرایند متوقف شود وگرنه بار

دیگر از گام اول آغاز می‌شود.

همان‌طور که در فرایند اجرای مدل GTDEA مشاهده می‌کنید، هیچ‌گونه تغییری در مدل مبادله‌ای یا به‌طور معادل در مدل محدودیت وزنی شناخته شده در DEA به وجود نمی‌آید، بلکه فقط فرایند انتخاب و بررسی مبادلات است که ارزیابی می‌شود تا مبادلات ناسازگار شناخته شده و از ترکیب مبادلات حذف شوند.

حل مدل GTDEA

مدل ۵، مدل غیر خطی نامحدوب با پارامترهای باینری و پیچیدگی‌های محاسباتی است. برای حل این مدل، الگوریتم اکتشافی هوک و جیوز (بازارا، ۱۹۹۳: ۵۴۲) به صورت زیر به کار گرفته می‌شود. این الگوریتم در دو مرحله شکل می‌گیرد. مرحله اول شامل یافتن مجموعه‌ای از نقاط اولیه به فرم Z^w است که در آن $Z^w \in \Omega$ و مرحله دوم جست‌وجوی اکتشافی برای رسیدن به نقطه بهینه روی Ω با شروع از نقاط اولیه حاصل از مرحله اول است. فرایند تشکیل نقطه اولیه شدنی به صورت زیر است.

ابتدا k مقدار از توزیع یکنواخت پیوسته $[1, -1]$ به صورت تصادفی انتخاب می‌شود، فرض بر این است α^w بردار k بعدی حاصل از این مقادیر تصادفی است. در این صورت نقطه اولیه Z^w به صورت زیر تعیین می‌شود.

$$Z^w = \arg \max_z \left\{ \sum_{t=1}^k \alpha_t^w \cdot z_t \mid Z = (z_1, z_2, \dots, z_k), z_t \in \{0, 1\}, \forall t \right\} \quad \text{رابطه ۲}$$

با اجرای فرایند فوق به تعداد لازم، مجموعه نقاط اولیه به صورت رابطه ۳ تشکیل می‌شود.

$$W = \{z^w \mid z^w \in \Omega\} \quad \text{رابطه ۳}$$

با اعمال فرایند جست‌وجوی اکتشافی در مرحله دوم روی هر یک از نقاط اولیه مجموعه Ω ، نقطه‌ای که بزرگترین میزان همبستگی را ایجاد کند، جواب بهینه مدل ۵ در نظر گرفته می‌شود. به بیان دیگر، فرض کنید جواب بهینه حاصل از جست‌وجوی اکتشافی روی نقطه Z^w به صورت \bar{Z}^w باشد، در این صورت جواب بهینه مدل ۵ از رابطه ۴ به دست می‌آید.

$$Z^* = \arg \max_{\bar{Z}^w \in W} \{ \bar{\gamma}(\bar{Z}^w) \} \quad \text{رابطه ۴}$$

اکنون به توضیح مرحله دوم روش که همان جست‌وجوی اکتشافی با شروع از نقطه اولیه Z^w است، می‌پردازیم.

فرایند در نظر گرفته شده برای این منظور، الگوریتم هوک - جیوز است که با توجه به خاصیت باینری مجموعه Ω به صورت زیر تغییر پیدا می‌کند.

فرض کنید $Z^p \in \Omega$ جواب شدنی مدل ۵ باشد. به وضوح مقدار Z_i^p یا صفر است یا یک. اگر $Z_i^p = 0$ ، آنگاه تنها حرکت اکتشافی آن است که این مقدار را به یک افزایش دهیم و اگر $Z_i^p = 1$ ، آنگاه تنها حرکت اکتشافی آن است که این مقدار را به صفر کاهش دهیم. با ادامه این فرایند به نقطه \bar{Z}_p می‌رسیم، البته این فرایند به جست‌وجوی الگوی حرکت نیازی ندارد؛ زیرا $Z^p + \lambda(\bar{Z}_p - Z^p) \notin \Omega$ به ازای $\lambda \in \{0, 1\}$ بنابراین می‌توان الگوریتم جست‌وجوی اکتشافی را به صورت زیر در نظر گرفت.

الگوریتم جست‌وجوی اکتشافی

گام اول؛ فرض کنید $Z^w \in \Omega$ نقطه شروع اولیه حاصل از مرحله اول باشد. با محاسبه $\bar{\gamma}(Z^w)$ آن را در رابطه زیر قرار دهید:

$$f(1) = \bar{\gamma}(Z^w)$$

$$Z(1) = Z^w$$

گام دوم؛ برای هر t متعلق به مجموعه $\{1, 2, \dots, k\}$ فرض کنید e_t بردار k بُعدی باشد که عنصر t ام آن یک و بقیه عناصرش صفر است. در این صورت:

اگر $Z(1) + e_t \in \Omega$ و $f(1) < \bar{\gamma}(Z(1) + e_t)$ باشد آنگاه قرار دهید: $Z^t = Z(1) + e_t$ در غیر این صورت:

اگر $Z(1) - e_t \in \Omega$ و $f(1) < \bar{\gamma}(Z(1) - e_t)$ باشد آنگاه قرار دهید: $Z^t = Z(1) - e_t$ در غیر این صورت: قرار دهید $Z^t = Z(1)$

اکنون Z^{k+1} را به صورت زیر محاسبه کنید:

$$Z^{k+1} = Z^1 \text{ xor } Z^2 \text{ xor } \dots \text{ xor } Z^k$$

اگر $Z^{k+1} \notin \Omega$ ، آنگاه قرار دهید $Z^{k+1} = Z^1$.

گام سوم: قرار دهید $\bar{y}(Z^t), t = 1, 2, \dots, k, k+1$ اگر

$\bar{y}(Z(2)) = \bar{y}(Z(1))$ باشد الگوریتم خاتمه می‌یابد و $\tilde{Z}^w = Z(1)$ در غیر این صورت:

اگر $\bar{y}(Z(2)) > \bar{y}(Z(1))$ باشد آنگاه قرار دهید $Z(1) = Z(2)$ و $f(1) = \bar{y}(Z(2))$ و به

گام دوم برگردید.

یافته‌های پژوهش

بر اساس آنچه گفته شد، با به کارگیری مدل پیشنهادی GTDEA می‌توان به اهداف زیر دست یافت:

۱. تعیین هدفمند مبادلات: در دیدگاه پیشنهادی، کارشناس بر مبادلات تعریف شده نظارت مستقیم دارد؛ به طوری که فقط از مبادلاتی استفاده می‌شود که با راهبرد واحدهای در دست بررسی همخوانی دارد. به بیان دیگر، صرف نظر از اینکه مبادلات به چه هدفی به مدل اضافه می‌شوند (افزایش تفکیک پذیری، وارد کردن اطلاعات پولی، مدیریتی و ...) مدل GTDEA از بین مبادلات تعریف شده، بهترین ترکیب را برای ارضای آن هدف انتخاب می‌کند و در این میان میزان همبستگی حاصل از مدل، نشان دهنده میزان همگرایی مبادلات تعریف شده با آن هدف خاص است.

۲. کاهش ریسک نتایج حاصل از مدل: با توجه به اینکه نتایج حاصل از مدل GTDEA بالاترین همبستگی را با هدف مد نظر ارزیابی دارد، لذا این نتایج به اهداف واقعی نزدیک تر است و ریسک استفاده از آنها تا حد شایان توجهی کاهش می‌یابد.

۳. افزایش قابلیت انعطاف پذیری مدل‌های DEA: همان طور که مشاهده شد، به کمک مدل GTDEA می‌توان علاوه بر انتخاب هدفمند مبادلات، نظرهای کارشناسی و اطلاعات موجود واحدها را با عنوان ارزیابی خارجی، در تعیین ارزیابی تکنیکی واحدها دخالت داد؛ به گونه‌ای که این دخالت هیچ گونه خطای انسانی و ناسازگاری‌های ناشی از آن را دربر نداشته باشد. به بیان دیگر، اگر هدف مسئله به جای انتخاب مبادلات، نزدیک شدن نتایج ارزیابی به ارزیابی غیر تکنیکی باشد، به کمک مدل GTDEA این امکان فراهم می‌شود تا با معرفی مبادلاتی سازگار به این هدف برسیم. نمونه‌ای از این هدف را در بخش بعد برای تقریب شاخص توسعه انسانی خواهیم دید.

برای بررسی بیشتر مدل پیشنهادی و نحوه عملکرد آن در تعیین ترکیبی بهینه از مبادلات، کاربردی از این مدل برای تعیین شاخص توسعه انسانی (HDI) در این بخش آورده شده است.

تعیین شاخص توسعه انسانی به کمک مدل GTDEA

مرکز علمی برنامه‌ریزی توسعه سازمان ملل (UNDP)^۱، هرچند سال یک بار گزارشی از شاخص توسعه انسانی (HDI) منتشر می‌کند. این گزارش‌ها از سال ۱۹۹۰ آغاز شد و آخرین نسخه آن در سال ۲۰۱۳ انتشار یافت. این شاخص که دربرگیرنده سه عامل آموزش، سلامت و اقتصاد است، بر اساس گزارش‌های سالانه سازمان ملل از وضعیت کشورهای جهان در مسائل گوناگون حاصل می‌شود. بر مبنای این شاخص، تمام کشورهای جهان در پنج دسته بسیار خوب، خوب، متوسط، ضعیف و شایان توجه رتبه‌بندی شده‌اند. جدول ۲ مقادیر این شاخص و عوامل آن برای ۴۷ کشور برتر این رتبه‌بندی (دسته بسیار خوب) را بر اساس گزارش سال ۲۰۱۳ این مرکز نشان می‌دهد.^۲

جدول ۲. مقادیر عوامل مؤثر بر تعیین HDI در ۴۷ کشور برتر دنیا

کشورها	سلامت	آموزش	اقتصاد	شاخص توسعه انسانی (HDI)	کارایی مدل CCR با مبادلات هدفمند مدل GTDEA
نروژ	۰/۹۶۶	۰/۹۹۰	۰/۹۱۳	۰/۹۵۵	۱
استرالیا	۰/۹۷۸	۰/۹۸۱	۰/۸۶۲	۰/۹۳۸	۰/۹۸۵
آمریکا	۰/۹۲۶	۰/۹۹۴	۰/۸۹۷	۰/۹۳۷	۰/۹۹۰
هلند	۰/۹۶۰	۰/۹۳۴	۰/۸۷۴	۰/۹۲۱	۰/۹۶۸
آلمان	۰/۹۵۵	۰/۹۴۴	۰/۸۶۷	۰/۹۲۰	۰/۹۶۵
نیوزلند	۰/۹۵۹	۱	۰/۸۱۱	۰/۹۱۹	۰/۹۷۷
ایرلند	۰/۹۵۸	۰/۹۶۴	۰/۸۳۵	۰/۹۱۶	۰/۹۶۴
سوئد	۰/۹۷۱	۰/۹۱۳	۰/۸۷۰	۰/۹۱۶	۰/۹۶۵
سوئیس	۰/۹۸۵	۰/۸۷۳	۰/۸۸۶	۰/۹۱۳	۰/۹۶۶
ژاپن	۱	۰/۸۸۸	۰/۸۵۴	۰/۹۱۲	۰/۹۶۵
کانادا	۰/۹۶۴	۰/۹۰۸	۰/۸۶۶	۰/۹۱۱	۰/۹۵۹
کره جنوبی	۰/۹۵۸	۰/۹۴۲	۰/۸۳۳	۰/۹۰۹	۰/۹۵۳
چین	۰/۹۹۴	۰/۸۳۱	۰/۹۰۴	۰/۹۰۶	۰/۹۶۶
ایسلند	۰/۹۷۷	۰/۹۱۲	۰/۸۳۸	۰/۹۰۶	۰/۹۵۴

1. United Nations Development Programme (UNDP)

۲. انتخاب ۴۷ کشور از بین تمام کشورها به دلیل محدودیت حجم مقاله در انتشار مقادیر این شاخص‌ها بوده است. بدیهی است نتایج آورده شده را می‌توان به راحتی به تمام کشورها تعمیم داد.

ادامه جدول ٢

کشورها	سلامت	آموزش	اقتصاد	شاخص توسعه انسانی (HDI)	کارایی مدل CCR با مبادلات هدفمند مدل GTDEA
دانمارک	٠/٩٣٠	٠/٩٢٠	٠/٨٥٨	٠/٩٠١	٠/٩٤٦
فلسطین	٠/٩٧٦	٠/٩١٢	٠/٨٢٢	٠/٩٠٠	٠/٩٤٨
بلژیک	٠/٩٤٧	٠/٨٩٠	٠/٨٥٨	٠/٨٩٧	٠/٩٤٥
اوستریا	٠/٩٦٢	٠/٨٥٩	٠/٨٧١	٠/٨٩٥	٠/٩٤٧
سنگاپور	٠/٩٦٦	٠/٨٠٤	٠/٩٢٥	٠/٨٩٥	٠/٩٥٦
فرانسه	٠/٩٧٣	٠/٨٧١	٠/٨٤٣	٠/٨٩٣	٠/٩٤٤
فنلاند	٠/٩٤٩	٠/٨٨٠	٠/٨٥٤	٠/٨٩٢	٠/٩٤١
اسلونی	٠/٩٣٨	٠/٩٣٦	٠/٨٠٩	٠/٨٩٢	٠/٩٣٨
اسپانیا	٠/٩٧٢	٠/٨٧١	٠/٨٢١	٠/٨٨٥	٠/٩٣٥
لیختنشتاین	٠/٩٤٣	٠/٧٣٦	٠/٩٩٦	٠/٨٨٣	٠/٩٥٧
ایتالیا	٠/٩٧٧	٠/٨٥٢	٠/٨٢٢	٠/٨٨١	٠/٩٣٢
لوکزامبورگ	٠/٩٤٨	٠/٧٧٨	٠/٩١٢	٠/٨٧٥	٠/٩٣٧
ایالت کینگ	٠/٩٥١	٠/٨٢٨	٠/٨٥٤	٠/٨٧٥	٠/٩٢٨
چک	٠/٩١٢	٠/٩١٦	٠/٧٩٧	٠/٨٧٣	٠/٩١٨
یونان	٠/٩٤٧	٠/٨٥٦	٠/٧٨٦	٠/٨٦٠	٠/٩٠٧
برونئی	٠/٩١٧	٠/٧٥٧	٠/٩٠٤	٠/٨٥٥	٠/٩١٦
قبرس	٠/٩٤٣	٠/٨٠٣	٠/٨٠٨	٠/٨٤٨	٠/٩٠٠
مالت	٠/٩٤٤	٠/٨١٦	٠/٧٩١	٠/٨٤٧	٠/٨٩٨
آندورا	٠/٩٦٣	٠/٧٣٤	٠/٨٦٠	٠/٨٤٦	٠/٩١١
استونی	٠/٨٦٨	٠/٩١٩	٠/٧٦٢	٠/٨٤٦	٠/٩٠٠
اسلواکی	٠/٨٧٨	٠/٨٧٠	٠/٧٨٠	٠/٨٤٠	٠/٨٨١
قطر	٠/٩٢٣	٠/٦٢٩	١	٠/٨٣٤	٠/٩٢٣
مجارستان	٠/٨٦٢	٠/٨٩٠	٠/٧٥٠	٠/٨٣١	٠/٨٧٩
باربادوس	٠/٨٩٩	٠/٨٣٤	٠/٧٦١	٠/٨٢٥	٠/٨٧٠
لهستان	٠/٨٨٨	٠/٨١٩	٠/٧٦٥	٠/٨٢١	٠/٨٦٦
شیلی	٠/٩٣٥	٠/٧٩٨	٠/٧٤٠	٠/٨١٩	٠/٨٦٩
لیتوانی	٠/٨٢٩	٠/٨٧٣	٠/٧٥٧	٠/٨١٨	٠/٨٦٥
عربستان	٠/٨٩٤	٠/٦٨٦	٠/٨٩٤	٠/٨١٨	٠/٨٨٤
پرتغال	٠/٩٤٢	٠/٧٤١	٠/٧٨١	٠/٨١٦	٠/٨٧٣
لتونی	٠/٨٤٦	٠/٨٦٨	٠/٧٣٧	٠/٨١٤	٠/٨٦٠
آرژانتین	٠/٨٨٤	٠/٨١٥	٠/٧٤٣	٠/٨١١	٠/٨٥٥
سیشل	٠/٨٤٨	٠/٧٧٣	٠/٨٠٠	٠/٨٠٦	٠/٨٥٢
کروواسی	٠/٨٩٦	٠/٧٨٤	٠/٧٤٤	٠/٨٠٥	٠/٨٥٢

شاخص توسعه‌ی انسانی که در ستون پنجم این جدول قرار دارد به کمک رابطه ۵ به دست آمده است.

$$HDI = \sqrt[3]{Income \times health \times education} \quad \text{رابطه ۵}$$

شاخص فوق تمام کشورها را رتبه‌بندی کرده است، اما این شاخص فقط دربرگیرنده میانگینی از سه عامل است و هیچ اطلاعات دیگری را دربر ندارد. از آنجا که کشورها و به خصوص کشورهای در حال توسعه تلاش می‌کنند در رتبه‌های بالاتری قرار گیرند، راهکارهای بهبود به منظور ارتقا به رتبه‌های مد نظر و همچنین مقایسه با کشورهای مشابه از دیدگاه چشم‌انداز آن کشورها، می‌تواند اطلاعات مفیدی در دستیابی به هدف آنها باشد.

اکنون اگر مدل CCR با ورودی ثابت یک و سه خروجی سلامت، اقتصاد و آموزش برای کشورها به کار گرفته شود، آنگاه می‌توان کارایی حاصل از واحدها یا همان شاخص HDI را بیان کرد. با این راهکار تمام ابزارهای به کار رفته در DEA به منظور ارائه راهکارهای بهبود و مقایسه فراهم می‌شود، با این حال ملاک رتبه‌بندی HDI رابطه ۵ است و مقادیر این شاخص با کارایی حاصل از مدل CCR تفاوت معناداری نشان می‌دهد. بنابراین مادامی که این تفاوت وجود داشته باشد، نتایج مدل CCR نمی‌تواند راهگشا باشد. برای رفع این مشکل، مجموعه‌ای از مبادلات را به منظور تقریب کارایی کشورها با شاخص توسعه‌ی انسانی به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$\begin{aligned} TO_1: (0, -1, 2, 0) & \quad TO_5: (0, 0, -3, 2) \\ TO_2: (0, 1, -3, 0) & \quad TO_6: (0, 0, 1, -1) \\ TO_3: (0, 5, 0, -4) & \quad TO_7: (0, 2, -3, 4) \\ TO_4: (0, -1/5, 0, 1) & \quad TO_8: (0, 2, 1, -5) \end{aligned}$$

هرچه در معرفی مبادلات فوق دقت شود، باز هم ممکن است ناسازگاری بین آنها مانع ایجاد همبستگی لازم بین کارایی کشورها و شاخص HDI شود. اکنون به کمک مدل پیشنهادی GTDEA، زیرمجموعه‌ای از مجموعه مبادلات فوق را با هدف ایجاد همبستگی بالا بین کارایی کشورها و شاخص توسعه‌ی انسانی، انتخاب می‌کنیم.

برای این منظور مدل GTDEA با پنج نقطه اولیه اجرا می‌شود تا جواب بهینه حاصل شود. فرایند الگوریتم اکتشافی برای رسیدن به جواب بهینه از یکی از این نقاط اولیه در جدول ۳ آورده شده است.

با مشاهده جدول ۳ می‌توان دریافت در هر گام، مدل با اتخاذ ترکیبی از مبادلات، جواب مسئله را بهینه‌تر می‌کند تا میزان همبستگی کارایی کشورها با شاخص HDI به بیشترین مقدار ممکن برسد. همان‌طور که مشاهده می‌شود بیشترین میزان همبستگی با شاخص توسعه انسانی مقدار ۰/۹۷۹ است. این مقدار همبستگی، مادامی که هیچ مبادله‌ای به مدل اعمال نشود برابر با ۰/۸۴۰ خواهد بود. با مقایسه این مقادیر می‌توان نتیجه گرفت که کاربرد مبادلات اول، سوم، پنجم و هفتم سبب کاهش میزان همبستگی میان شاخص توسعه انسانی و کارایی حاصل از مدل CCR خواهد بود. بنابراین کفایت از بین هشت مبادله تعریف شده، فقط مبادلات دوم، چهارم، ششم و هشتم به کار گرفته شوند و به استفاده از سایر مبادلات نیازی نیست.

جدول ۳. نتایج مدل GTDEA

گام‌های الگوریتم	مبادله ۱	مبادله ۲	مبادله ۳	مبادله ۴	مبادله ۵	مبادله ۶	مبادله ۷	مبادله ۸	همبستگی
نقطه شروع	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰/۵۳۳
گام اول	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۸۵۲
گام دوم	۰	۰	۱	۰	۱	۰	۰	۰	۰/۹۶۹
گام سوم	۰	۱	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰/۹۷۷
جواب بهینه	۰	۱	۰	۱	۰	۰	۱	۰	۰/۹۷۹
بدون مبادلات	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۸۴۰

ستون آخر جدول ۲ کارایی کشورها به کمک مدل CCR و مبادلات انتخابی مدل GTDEA را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، مقادیر کارایی حاصل مشابهت شایان توجهی با مقادیر شاخص توسعه انسانی دارد و میزان ضریب همبستگی بین آنها ۰/۹۷۹ است. اکنون می‌توان مدل CCR با مبادلات انتخابی به کمک مدل GTDEA را شاخص توسعه انسانی در نظر گرفت و با کمک مفاهیم DEA برای ارائه راهکارهای بهبود این شاخص به کشورها، برنامه‌ها و راهبردهای لازم را ارائه داد.

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

این مقاله تلاش کرد با نگرش آماری، بین دیدگاه تکنیکی حاصل از مدل‌های DEA و دیدگاه کارشناسانه حاصل از واقعیت‌های موجود برای واحدهای تصمیم‌گیرنده، ارتباطی منطقی ایجاد

کند؛ در این میان ابزاری که به کار برده شد، مبادلاتی بودند که خود به نگرشی دقیق در تبیین و ترکیب نیاز داشتند. به بیان دیگر، مدل پیشنهادی در این مقاله از دو جنبه شایان توجه است؛ جنبه اول اینکه ارزیابی خروجی‌ای که با واقعیت‌های واحدها سروکار دارد، به صورت ضمنی و نه مستقیم در فرایند ارزیابی تکنیکی واحدها وارد شده است. با این فرایند، نتایج حاصل از مدل‌های DEA به واقعیت‌های موجود واحدها نزدیک‌تر شدند. جنبه دیگر اینکه انتخاب مبادلات – که ضرورت وجود آنها در مدل‌های DEA انکارناپذیر است – از حالت کاملاً کارشناسی به حالت نیمه‌کارشناسی تغییر کرد، بدین ترتیب تعادلی در دو نگاه کارشناسانه و تکنیکی ایجاد شد. در این راستا، مدلی با نام مدل GTDEA معرفی شد و با توجه به ساختار غیر خطی آن، الگوریتمی اکتشافی برای حل آن پیشنهاد شد. این مدل می‌تواند بر اساس ارزیابی خارجی و کارشناسانه از واحدها، از مجموعه مبادلات تعریف‌شده کارشناسان، یک ترکیب بهینه را انتخاب کند که این ترکیب بهینه، بالاترین همبستگی را بین ارزیابی تکنیکی حاصل از مدل DEA و ارزیابی کارشناسی موجود ایجاد می‌کند. از آنجا که نتایج مدل پیشنهادی، با در نظر گرفتن شاخص همبستگی به دست می‌آید، می‌تواند ریسک نتایج حاصل از مدل‌های DEA را به میزان شایان توجهی کاهش دهد.

همان‌طور که مشاهده شد، مدل GTDEA با انتخاب هدفمند مبادلات، نقش مؤثری در ایجاد ارتباط بین نظرهای کارشناسانه و نتایج حاصل از مدل‌های DEA ایفا می‌کند. با این حال، این مدل را می‌توان از دو دیدگاه توسعه داد. دیدگاه اول دیدگاه نظری است و در این دیدگاه می‌توان زمینه‌های نظری لازم برای گسترش این مدل را ارائه داد؛ به گونه‌ای که این مدل بتواند مقادیر مبادلات را خود تعیین کند و همبستگی بین دو ارزیابی کارشناسی و تکنیکی را تا حد شایان توجهی افزایش دهد. دیدگاه دوم، دیدگاه کاربردی مدل و ارائه نمونه‌های کاربردی است. این مدل می‌تواند در این نمونه‌ها نتایج خوبی را ارائه دهد. برای مثال، امروزه مطالعات فراوانی در خصوص نحوه سرمایه‌گذاری، تخصیص تسهیلات، تشکیل سبد سهام و... بر اساس ارزیابی واحدهای تجاری انجام می‌گیرد (برای نمونه رجوع شود به (پهلوانی، ۱۳۸۸ و قاسمی و جهانگرد، ۱۳۹۰). مدل پیشنهادی GTDEA نیز با توجه به ارتباط هدفمندی که بین شاخص خارجی واحدها و کارایی آنها ایجاد می‌کند، می‌تواند در این زمینه مفید واقع شود.

References

- Alirezaee, M.R. & Boloori, F. (2012). Proportional production trade-offs in DEA, *Asia-pacific journal of operational research*, 29(6): 1317-1334.

- Alirezaee, M.R., & Rafiee Sani, M.R. (2010). A Development on AHP/DEA Methodology for Ranking Decision Making Units. *Journal of industrial management*, 2(5): 83-102. (in Persian)
- Bazaraa, M.S., Sherali, H.D., Shetty, C.M. (1993). *Nonlinear Programming*. John Wiley.
- Edirisinghe, N.C.P. & Zhang, X. (2007). Generalized DEA model of fundamental analysis and its application to portfolio optimization, *Journal of Banking and Finance*, 31(11): 3311-3335.
- Edirisinghe, N.C.P. & Zhang, X. (2008). Portfolio selection under DEA-based relative financial strength indicators: case of US industries, *Journal of the Operational Research Society*, 59(6): 842-856.
- Edirisinghe, N.C.P. & Zhang, X. (2010). Input/output selection in DEA under expert information, with application to financial markets, *European Journal of Operational Research*, 207(3): 1669-1678.
- Forsund, F.R. (2013). Weight restrictions in DEA: misplaced emphasis, *Journal of Productivity Analysis*, 40(3): 271-283.
- Ghasemi, A. & Jahangard, E. (2011). The Investigation of Dimensional Efficiency for Branches of Maskan Bank in Resources Collection and Facilities Allocation: Approach of Super Efficiency Model with Weight Restrictions. *Journal of industrial management*, 3(6): 113-128. (in Persian)
- Jafarian Moghaddam, A.R. & Ghasiri, K. (2010). Fuzzy Dynamic Multi-Objective Data Envelopment Analysis Model (FDM-DEA). *Journal of industrial management*, 2(4): 19-36. (in Persian)
- Pahlavani, A. (2009). Investment Prioritization through Group Decision Making Method of Hierarchical TOPSIS in Fuzzy Environment. *Journal of industrial management*, 1(2): 35-45. (in Persian)
- Podinovski, V.V. (2004). Production trade-offs and weight restrictions in data envelopment analysis. *The Journal of the Operational Research Society*, 55(4): 1311-1322.
- Podinovski, V.V. (2006). Improving data envelopment analysis by the use of production trade-offs. *The Journal of the Operational Research Society*, 58(7): 1261-1270.
- Podinovski, V.V. (2012). Weight Restrictions and Free Production in Data Envelopment Analysis. *The Journal of the Operational Research Society*, 61(2): 426-437.